

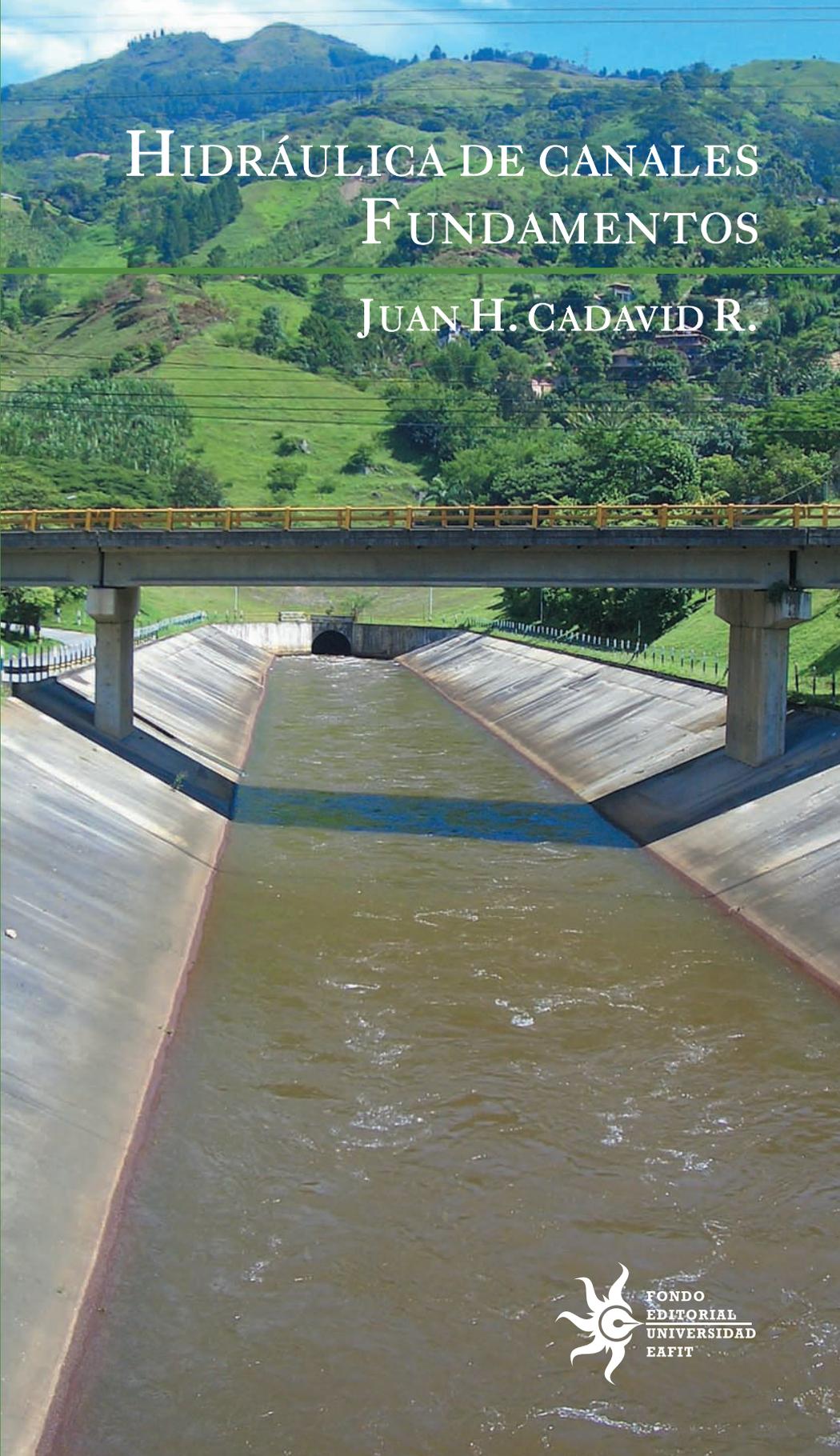
C  
A

COLECCIÓN  
ACADÉMICA

EAFIT

# HIDRÁULICA DE CANALES FUNDAMENTOS

JUAN H. CADAVID R.



ESCUELA DE  
INGENIERÍA



FONDO  
EDITORIAL  
UNIVERSIDAD  
EAFIT



# HIDRÁULICA DE CANALES FUNDAMENTOS

---

JUAN H. CADAVID R.



Cadavid R., Juan H.

Hidráulica de canales : fundamentos / Juan H. Cadavid R. —  
Medellín : Fondo Editorial Universidad EAFIT, 2006.

390 p. ; 24 cm.— (Colección académica)

Incluye lista de símbolos.

Incluye bibliografía.

ISBN 958-8281-28-8

1. Canales (Ingeniería hidráulica) 2. Dinámica de fluidos  
3. Contadores de fluidos 4. Canales 5. Estructuras hidráulicas

I. Tít. II. Serie

627.13 cd 20 ed.

A1083947

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

## HIDRÁULICA DE CANALES FUNDAMENTOS

Primera edición: julio de 2006

Primera reimpresión: julio de 2009

© Juan H. Cadavid R.

© Fondo Editorial Universidad EAFIT

Cra.49 No. 7 sur-50

[www.eafit.edu.co/fondoeditorial](http://www.eafit.edu.co/fondoeditorial)

Email: [fonedit@eafit.edu.co](mailto:fonedit@eafit.edu.co)

ISBN: 958-8281-28-8

Imagen de la carátula: Descarga de la Central Hidroeléctrica de La Tasajera en inmediaciones del municipio de Girardota (Antioquia). Fotografía realizada por el profesor Jesús Alberto Pérez Mesa (EAFIT).

Editado en Medellín, Colombia

*Para Tomás Cadavid,  
con afecto y agradecimiento.*



# CONTENIDO

---

PRÓLOGO .....	xi
---------------	----

## CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA DE CANALES .....	1
1.1. LA HIDRÁULICA EN LA MECÁNICA Y EN LA INGENIERÍA .....	2
1.1.1 ORÍGENES .....	2
1.1.2 HIDRÁULICA .....	4
1.1.3 INGENIERÍA HIDRÁULICA .....	4
1.1.4 EL MÉTODO DE LA HIDRÁULICA .....	4
1.1.5 DIVISIÓN DE LA HIDRÁULICA .....	6
1.1.5.1 DEFINICIÓN DE CONDUCCIÓN .....	6
1.1.5.2 TIPOS DE FLUJO .....	6
1.1.5.3 CANAL .....	9
1.1.5.4 HIDRÁULICA DE TUBERÍAS E HIDRÁULICA DE CANALES .....	10
1.2 CONCEPTOS BÁSICOS .....	12
1.2.1 NOCIONES GEOMÉTRICAS .....	12
1.2.1.1 CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA .....	12
1.2.1.2 SECCIÓN HIDRÁULICA .....	26
1.2.2 ASPECTOS DE DINÁMICA DE FLUIDOS .....	31
1.2.2.1 VELOCIDAD .....	31
1.2.2.2 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD .....	36
1.2.2.3 CAUDAL .....	36
1.2.2.4 CLASIFICACIÓN CINEMÁTICA DEL FLUJO EN CANALES .....	41
1.2.2.5 COEFICIENTES DE CORIOLIS Y BOUSSINESQ .....	50
1.2.2.6 REGÍMENES DE FLUJO .....	52
1.3 EJERCICIOS PROPUESTOS .....	57

## CAPÍTULO 2

PRINCIPIO DE ENERGÍA EN HIDRÁULICA DE CANALES .....	59
2.1 DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN EN UN CANAL .....	60
2.1.1 DISTRIBUCIÓN HIDROSTÁTICA DE PRESIONES .....	60
2.1.2 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN UN CANAL DE FONDO RECTO .....	62
2.1.3 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN UN CANAL DE FONDO CURVO .....	65
2.2 PRINCIPIO DE ENERGÍA .....	70
2.2.1 CARGA HIDRÁULICA .....	70
2.2.2 PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE ENERGÍA .....	72
2.3 ENERGÍA ESPECÍFICA .....	73
2.3.1 DEFINICIÓN .....	73

2.3.2	FUNCIÓN DE ENERGÍA ESPECÍFICA .....	74
2.3.2.1	DEFINICIÓN .....	74
2.3.2.2	FORMAS PARTICULARES DE LA FUNCIÓN .....	74
2.3.2.3	CURVA DE LA FUNCIÓN DE ENERGÍA ESPECÍFICA .....	76
2.4	EJERCICIOS PROPUESTOS .....	95

## CAPÍTULO 3

FLUJO CRÍTICO .....	97	
3.1	CARACTERÍSTICAS .....	98
3.2	CÁLCULO DEL FLUJO CRÍTICO .....	98
3.2.1	ECUACIÓN DEL FLUJO CRÍTICO .....	98
3.2.2	CÁLCULO DE LA PROFUNDIDAD CRÍTICA .....	101
3.2.2.1	CANAL RECTANGULAR .....	101
3.2.2.2	CANAL TRIANGULAR .....	102
3.2.2.3	CANAL TRAPEZOIDAL .....	102
3.2.3	EVALUACIÓN DE LA ENERGÍA CRÍTICA .....	103
3.2.3.1	CANAL RECTANGULAR .....	103
3.2.3.2	CANAL TRIANGULAR .....	104
3.3	CONCEPTO DE ENERGÍA MÍNIMA .....	104
3.3.1	TRANSICIONES .....	104
3.3.1.1	TRANSFORMACIONES ENERGÉTICAS EN TRANSICIONES .....	105
3.4	ACCESIBILIDAD DEL FLUJO .....	117
3.5	CHOQUE HIDRÁULICO .....	118
3.5.1	CHOQUE HIDRÁULICO INDUCIDO POR UN REPECHO .....	119
3.5.1.1	CHOQUE HIDRÁULICO EN UN REPECHO CON FLUJO SUBCRÍTICO .....	122
3.5.1.2	CHOQUE HIDRÁULICO EN UN REPECHO CON FLUJO SUPERCRÍTICO .....	124
3.5.2	CHOQUE HIDRÁULICO EN UNA REDUCCIÓN TRANSVERSAL .....	126
3.5.3	LIMITACIONES Y ALCANCES DEL MÉTODO DE ANÁLISIS .....	128
3.5.4	CARACTERÍSTICAS DE UN CHOQUE HIDRÁULICO .....	129
3.6	EJERCICIOS PROPUESTOS .....	145

## CAPÍTULO 4

ESTRUCTURAS DE CONTROL DEL FLUJO .....	153	
4.1	CAUDAL Y FLUJO CRÍTICO .....	154
4.1.1	CALIBRACIÓN DEL CAUDAL .....	154
4.1.2	CAUDAL CRÍTICO .....	156
4.2	BREVE NOCIÓN SOBRE ORIFICIOS .....	160
4.2.1	ECUACIÓN DEL CAUDAL DE UN ORIFICIO .....	161
4.2.1.1	ECUACIÓN DEL CAUDAL PARA UN ORIFICIO PEQUEÑO .....	163
4.2.1.2	ECUACIÓN DE UN ORIFICIO GRANDE .....	165
4.2.2	ACERCA DE LOS COEFICIENTES DE ORIFICIO .....	168
4.2.2.1	EVALUACIÓN PRÁCTICA .....	168
4.2.2.2	SIGNIFICADO HIDRÁULICO DEL COEFICIENTE DE DESCARGA .....	169

4.3	COMPUERTA .....	170
4.3.1	ECUACIÓN DE UNA COMPUERTA .....	170
4.3.2	COEFICIENTES DE LA COMPUERTA .....	175
4.3.3	OPERACIÓN DE LA COMPUERTA COMO CONTROL HIDRÁULICO .....	178
4.4	VERTEDERO .....	182
4.4.1	DEFINICIONES .....	182
4.4.2	FUNCIONAMIENTO .....	184
4.4.3	ECUACIÓN DE VERTEDERO .....	186
4.4.3.1	ECUACIÓN DE UN VERTEDERO RECTANGULAR .....	186
4.4.3.2	ECUACIÓN DE UN VERTEDERO TRIANGULAR .....	191
4.4.4	EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE DESCARGA .....	192
4.4.4.1	COEFICIENTE DE DESCARGA DE UN VERTEDERO RECTANGULAR .....	193
4.4.4.2	COEFICIENTE DE DESCARGA DE UN VERTEDERO TRIANGULAR .....	215
4.4.5	OPERACIÓN DE UN VERTEDERO COMO CONTROL HIDRÁULICO .....	216
4.4.6	CONCLUSIONES .....	217
4.5	EJERCICIOS PROPUESTOS .....	217

## CAPÍTULO 5

PRINCIPIO DE MOMENTUN EN HIDRÁULICA DE CANALES .....	223	
5.1	ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM .....	224
5.2	FUNCIÓN DE MOMENTUM .....	225
5.2.1	DEFINICIÓN .....	225
5.2.2	FORMAS PARTICULARES DE LA FUNCIÓN DE MOMENTUM .....	230
5.2.2.1	RECTANGULAR .....	230
5.2.2.2	TRIANGULAR .....	230
5.2.2.3	TRAPEZOIDAL .....	230
5.2.3	CURVA DE LA FUNCIÓN DE MOMENTUM .....	231
5.3	RESALTO HIDRÁULICO .....	239
5.3.1	DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS .....	239
5.3.2	ECUACIÓN DEL RESALTO HIDRÁULICO .....	241
5.3.2.1	ECUACIONES PARTICULARES DEL RESALTO HIDRÁULICO .....	245
5.3.3	APLICACIONES DEL RESALTO HIDRÁULICO .....	247
5.3.4	TIPOS DE RESALTO HIDRÁULICO .....	253
5.4	EJERCICIOS PROPUESTOS .....	255

## CAPÍTULO 6

FLUJO UNIFORME .....	261	
6.1	CARACTERÍSTICAS .....	262
6.2	CÁLCULO DEL FLUJO UNIFORME .....	264
6.2.1	ECUACIÓN DEL FLUJO UNIFORME .....	264
6.2.2	PROFUNDIDAD NORMAL .....	270
6.2.3	EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE MANNING .....	272
6.2.3.1	EN CANALES PRISMÁTICOS .....	272
6.2.3.2	EN CANALES NO PRISMÁTICOS .....	276

6.2.3.3	CANALES CON RUGOSIDAD VARIABLE .....	278
6.3	FLUJO UNIFORME Y FLUJO CRÍTICO .....	282
6.3.1	PENDIENTE CRÍTICA .....	283
6.3.2	TIPOS DE CANAL .....	286
6.3.3	ZONAS DE UN CANAL .....	291
6.4	APLICACIONES DEL FLUJO UNIFORME .....	293
6.5	EJERCICIOS PROPUESTOS .....	293

## CAPÍTULO 7

	FLUJO GRADUALMENTE VARIADO .....	297
7.1	PERFIL DE FLUJO .....	298
7.2	ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV .....	298
7.2.1	HIPÓTESIS GENERALES .....	298
7.2.2	DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV .....	299
7.2.2.1	PRIMERA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV .....	300
7.2.2.2	SEGUNDA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV .....	301
7.2.2.3	TERCERA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV .....	301
7.2.2.4	CUARTA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV .....	302
7.3	TIPOS DE PERFIL DE FLUJO .....	305
7.3.1	ANÁLISIS DE LOS PERFILES DE FLUJO .....	306
7.3.1.1	PERFILES DE FLUJO DE UN CANAL TIPO S .....	309
7.3.1.2	PERFILES DE FLUJO DE UN CANAL TIPO M .....	311
7.3.2	CARACTERÍSTICAS DE LOS PERFILES DE FLUJO .....	313
7.4	INTEGRACIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL .....	315
7.4.1	MÉTODO DIRECTO DE LOS PASOS .....	317
7.4.2	MÉTODO ESTÁNDAR DE LOS PASOS .....	318
7.5	EL CÁLCULO DE UN PERFIL DE FLUJO .....	321
7.5.1	CANAL DE UN SOLO TRAMO .....	321
7.5.1.1	TABULACIÓN DEL CÁLCULO POR EL MÉTODO DIRECTO DE LOS PASOS .....	322
7.5.1.2	TABULACIÓN DEL CÁLCULO POR EL MÉTODO ESTÁNDAR DE LOS PASOS .....	325
7.5.2	CANAL DE VARIOS TRAMOS .....	337
7.6	EJERCICIOS PROPUESTOS .....	348

	LISTA DE SÍMBOLOS .....	363
--	-------------------------	-----

	BIBLIOGRAFÍA .....	367
--	--------------------	-----

# PRÓLOGO

---

*Los conceptos son los instrumentos con que andamos entre las cosas.*

*José Ortega y Gasset  
(El Quehacer del Hombre)*

En la época en que me formaba como ingeniero reflexionaba a menudo acerca de la dificultad, que juzgaba exagerada, de algunos de los cursos que componían el currículo en cuestión. No lograba comprender cómo era posible que una aplicación exhaustiva e intensiva al estudio no derivara en mejores réditos académicos.

No caí por entonces en el lugar común de culpar al profesor a cargo. Más bien quedé convencido de que se trataba en realidad de verdaderos desafíos para el intelecto.

Una de estas materias se denominaba *Flujo a Superficie Libre* que es, prácticamente, equivalente a la denominación de Hidráulica de Canales. Cuando me gradué y ejercí la consultoría percibí una cierta dificultad a la hora de llevar sus conceptos a la práctica. Me resultaba sorprendente, y paradójico, que su nivel de complejidad pareciera más elevado que el de la propia mecánica de fluidos.

Por aquellos años comencé a abandonar la hipótesis del insalvable obstáculo cognitivo para intuir, más bien, que tan abrumadores problemas podrían derivarse del empleo de una metodología inadecuada en la enseñanza de esta asignatura, atribuible en parte a una evidente ruptura en la cadena de los conocimientos de base, y en alguna medida a la incapacidad docente para reconocer y enfocar las nociones esenciales.

Tiempo después, con ocasión de un postgrado realizado, retomé a fondo el estudio del asunto. Me serví de la literatura clásica empleada habitualmente en la cátedra universitaria y en la consultoría, pero tuve la fortuna de toparme con unas notas de clase en las que lo conceptual era manejado con un mejor detalle. Tal obra se denomina *Appunti dalle Lezioni di Idromeccanica Applicata* del profesor Augusto Ghetti a la sazón docente emérito de la Universidad de Padua.

Esta labor me llevó a entender, que amén de la poca destreza del profesor, una buena parte de la complejidad podría también achacarse a un pobre manejo del conocimiento de base en esta literatura. Y no es que la juzgue de baja calidad; lo que ocurre es que andan más interesados en suministrar procedimientos de apoyo al consultor que en la formación de un ingeniero.

Cuando me vinculé a la Universidad Eafit, como profesor de planta, no estaba entre los planes impartir la materia de hidráulica. En la aplicación docente inicial tuve la feliz oportunidad de trabajar directamente con las inquietudes epistemológicas ya relatadas. Se pretendía retomar, poner en evidencia y llevar a la práctica académica el indiscutible encadenamiento lógico que vincula las disciplinas de la mecánica de fluidos, la mecánica del medio continuo y la dinámica de sólidos rígidos. Pensaba, y pienso, que la clave para adquirir una adecuada destreza en la mecánica de fluidos reside en un buen entendimiento de los principios básicos de la mecánica.

Dos años después tuve la ocasión de impartir por primera vez un curso de hidráulica de canales. Se convirtió en una experiencia muy agradable, al extremo que lo convertí en mi preferido. Lo he servido en 27 oportunidades hasta la fecha y he faltado a esta cita sólo en dos ocasiones, en sendos periodos sabáticos.

La actuación en las materias que dirijo se basa en un principio rector que las vicisitudes y tribulaciones de la formación académica así como las reflexiones y conclusiones de la madurez sembraron en mí: *enseño como me hubiera gustado que me enseñaran a mí.*

Para llevarlo a cabo, divido el trabajo en el aula en dos grandes frentes destinados al suministro y fortalecimiento de una sólida herramienta conceptual y al desarrollo de aplicaciones de tipo práctico, muchas de ellas tomadas del ejercicio como consultor.

Ha sido una dura, y a veces incomprendida labor, la de hacerle entender al discípulo que la clave para resolver cualquier problema reside en la adquisición y comprensión del concepto. Cuando esto se da, sucede que ha instalado en su mente un *mapa* de la asignatura o de una rama del conocimiento en particular. Con ello la resolución de un problema práctico llega a ser casi un proceso automático.

En algunas ocasiones hubo respuesta positiva y en otras no. Pasado todo este tiempo, puedo decir que el balance de los resultados tiene un cariz agridulce. Esto me hizo algunas veces dudar acerca de los beneficios del método. Durante un tiempo trastabillé y cambié el procedimiento al dar más importancia a las aplicaciones que a la conceptualización. Por supuesto, éste fracasó, y los mismos estudiantes se encargaron de sugerirme que retomara la antigua metodología.

El libro que usted amable lector tiene entre sus manos se originó, pues, en esas añejas reflexiones sobre la enseñanza de la ingeniería y se fermentó en las vivencias de casi quince años de ejercicio de la cátedra de hidráulica de canales. Su intención no es otra que entregarle una ayuda y un método para acercarlo a la comprensión de este tema. Pretendo, también, dejar la huella de un estilo de enseñar. He pensado siempre que esto debe ser parte del quehacer del académico,

independientemente de la existencia, en las diversas áreas formativas, de un amplio soporte bibliográfico. En este sentido, su esfuerzo debe estar dirigido a crear una literatura propia, que sobresalga por una presentación del conocimiento, a la vez coherente y pedagógica.

Su estructura se aparta bastante de la de los textos tradicionales, que abordan muchos contenidos y por lo mismo dedican escaso espacio a la parte fundamental. De esta idea central procede el título dado a la obra: *Hidráulica de Canales – Fundamentos*. Se centra pues en la parte formativa y no se enfoca en las aplicaciones avanzadas y específicas, en la que son bastante prolijos los tratados clásicos.

Podría decir, sin temor a equivocarme, que este libro contiene un *relato* bastante pormenorizado de lo expuesto en el aula, esto es, una especie de *memoria* de las sesiones de los últimos catorce años. En este sentido, no sobra hacerlo notar, existe una muy buena correspondencia entre la obra y el curso de la Universidad Eafit.

Fue un trabajo intenso, iniciado a comienzos de febrero de 2005 y terminado a mediados de diciembre del mismo año. Hasta entonces no había escrito línea alguna y hoy pienso que el texto brotó en el momento justo, no antes.

Este libro ha sido concebido también para servir en la iniciación y divulgación de esta temática y no solamente con fines de apoyo pedagógico. Por esta razón es muchas veces insistente y repetitivo en determinados contenidos, así como abundante en notas aclaratorias y complementarias de pie de página. Créame lector: no sobran, y en eso reside la clave para que cumpla con los propósitos para los que fue elaborado.

El haber tenido una amplia relación con la disciplina, ya sea como aprendiz, ingeniero o docente me llevó a concluir que hay una noción fundamental que obstaculiza la adquisición cómoda del conocimiento en la hidráulica de canales: la de *energía específica*. Resulta, por lo demás, novedosa ya que no se le menciona ni en la mecánica de fluidos, ni en la hidráulica de tuberías. Se trata de una reformulación, o adaptación, del principio clásico de energía, que en una primera impresión se muestra como algo sencillo, pero que a la hora de la aplicación le crea numerosas dificultades al estudiante, especialmente porque la relación carga y profundidad (carga de presión) deja de ser unívoca.

Hay además un concepto definitivo en la hidráulica de canales, así mismo inédito, que a mi modo de ver se presenta tarde en los tratados tradicionales: el de *control hidráulico*. Su temprana introducción, como una noción derivada de la *similaridad de Froude*, contribuye a vadear, en muy buena medida, las complejidades que introduce la energía específica.

El texto articula una secuencia de siete capítulos que detallan los conocimientos mínimos que debe tener un ingeniero civil en formación de pregrado y en esta temática.

El primero acerca el asunto a sus raíces más próximas, en el campo de la mecánica y de la ingeniería. Con ello delimita el trabajo y al mismo tiempo le da al estudiante una idea con relación a los conocimientos esenciales para acometer el estudio. Incluye además algún repaso de tópicos neurálgicos, que la experiencia docente aconseja realizar. Así mismo, entrega tempranamente, en beneficio de la economía expositiva, aquellos contenidos básicos que no exigen mucho trabajo, así como ciertas nociones fundamentales que llevan a mejorar el entendimiento de algunas más complejas. Es el caso, por ejemplo, del mencionado control hidráulico.

Los tres siguientes capítulos se ocupan de conceptos relativos a la energía. Así, el segundo incorpora la noción de energía específica y formaliza la definición de control hidráulico. Se asume allí que el flujo es ideal. El tercero trabaja in extenso el concepto fundamental del flujo crítico y presenta sus aplicaciones más inmediatas. En el cuarto se discute en profundidad acerca de las estructuras para control del flujo como la compuerta y el vertedero.

El capítulo quinto discurre en el principio de conservación del momentum lineal aplicado a canales, y muy especialmente en el interesante y llamativo fenómeno del resalto hidráulico.

El sexto formaliza la noción de flujo uniforme. En conjunto, éste y el de flujo crítico conducen al de *flujo de referencia*, indispensable para abordar el último capítulo.

Éste se denomina flujo gradualmente variado y tiene como objetivo final el cálculo detallado del trazado vertical de la superficie libre de una canal, o *perfil de flujo*. Se trata, en suma, de una aplicación más avanzada del concepto de energía pues aquí se toman en cuenta las denominadas pérdidas hidráulicas.

El contenido no obstante ser *apenas fundamental* llega a ser extenso. Por eso resulta paradójico que se considere en un modo tan simple en la literatura clásica.

Más allá de lo conceptual, sin lo cual considero es imposible intentar aplicaciones prácticas, la obra contiene una serie de ejemplos resueltos y numerosos ejercicios propuestos.

La lectura del libro requiere, imprescindiblemente, de un conocimiento básico de la mecánica de fluidos y de la hidráulica de tuberías.

Quisiera, finalmente, expresar un especial agradecimiento a la Universidad Eafit por haber alentado y patrocinado la realización de este Proyecto, al conceder el tiempo y recursos logísticos necesarios para su ejecución. Así mismo, a Tomás

Cadavid por la comprensión y paciencia con mi aplicación a este empeño durante los fines de semana y las vacaciones. A Rita Inés Calle, estudiante de último semestre de ingeniería civil, por haber tenido la amabilidad de leer el texto desde la óptica del aprendiz, objetivo primordial de este proyecto, de hacer valiosas sugerencias, y de cazar gazapos y errores tipográficos.

*Juan H. Cadavid R.*  
Medellín, Antioquia  
Diciembre de 2005



*L'objectif premier pour un éducateur est  
de former des autodidactes.*

*Frère Daniel de Montmollin*



1.

# INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA DE CANALES

Este capítulo tiene como objeto preparar el desarrollo de los temas esenciales de la hidráulica de canales.

En una primera parte se discute acerca de la relación entre la hidráulica de canales y la mecánica de fluidos. Se muestra que la hidráulica, en un sentido general, se gestó y adquirió un perfil propio como parte del intento por hacer aplicables los principios de la mecánica de fluidos a problemas prácticos de transporte de líquidos. Así mismo se da una mirada al vínculo de la hidráulica con la ingeniería en general y con la civil en particular. Este preámbulo es inevitable porque lleva a delimitar el objeto específico del libro y a mostrar un camino por recorrer.

En la segunda parte, el lector toma contacto con el material mínimo que le facilitará adentrarse en el estudio del libro. Se hace especial énfasis en dos grandes categorías: la concepción geométrica del canal y las nociones de base de la mecánica de fluidos. Estos conceptos pueden entregarse tempranamente, porque no demandan un tratamiento muy exhaustivo y sería innecesario aplazarlos y dedicarles mucho espacio. Hace parte también de los contenidos iniciales una presentación novedosa, y provisional, de otros conceptos como son la definición de los regímenes subcrítico, crítico y supercrítico, derivados de la similaridad de Froude, y de la noción fundamental de control hidráulico. Si no se hiciera así, la exposición venidera resultaría más ardua y complicada.

# 1.1. LA HIDRÁULICA EN LA MECÁNICA Y LA INGENIERÍA

## 1.1.1 ORÍGENES

El líquido es uno de los estados en que se manifiesta la materia. El hombre tiene contacto cotidiano con diversas variedades de ellos. Aparecen como alimento, en el fenómeno lluvia-escorrentía, como combustibles, en el funcionamiento del propio cuerpo, o en toda clase de procesos industriales. Para su aprovechamiento se requiere almacenarlos o transportarlos. La comprensión y modelación de estos procesos encaja dentro de la *mecánica de fluidos*, una rama más especializada de la *mecánica del medio continuo*.

La mecánica de fluidos se estructura alrededor de cuatro principios de conservación que conducen a sendas ecuaciones y la hacen aplicable a situaciones de índole práctico. Éstos son:

- Principio de conservación de la energía
- Principio de conservación del momentun lineal
- Principio de conservación del momentun angular
- Principio de conservación de la masa

Los tres primeros principios se emplean en las aplicaciones de la mecánica clásica (newtoniana), con alguna de las siguientes idealizaciones del *cuerpo libre*: *partícula*, *cuerpo rígido* o *sistema de partículas*. El resultado es la determinación de las variables cinemáticas.

Las dificultades operativas inherentes a sistemas de muchas partículas requieren de otro tipo de idealización del cuerpo libre, llamado *medio continuo* y por tanto de una nueva especialización de la mecánica: la mecánica del medio continuo (o del medio deformable). Es allí donde justamente comienza a hacerse necesario el cuarto principio, el cual se consolida en la mecánica de fluidos donde llega a ser imprescindible. La conservación de la masa se reduce a la del volumen en aquellas aplicaciones donde el fluido se comporta como incompresible. El principio se conoce, en consecuencia, como *de la continuidad*.

El número de salidas esperables se reducen a las variables de velocidad y de presión en las aplicaciones de la mecánica de fluidos y el problema se considera cerrado cuando éstas se conocen.

Así mismo, el concepto - más general - de medio continuo se transforma en el de *campo de flujo* al pasar a la mecánica de fluidos. La aplicación de las ecuaciones de conservación se realiza sobre una zona específica del campo de flujo, llamada *volumen de control*.

Existen dos versiones, que se utilizan de acuerdo con el grado de precisión esperado en una aplicación:

- Volumen de control diferencial
- Volumen de control finito

Un volumen de control diferencial posee la misma estructura geométrica del elemento mínimo de análisis empleado en la mecánica del medio continuo, esto es, la del diferencial de volumen asociado a los diferentes sistemas de coordenadas utilizados en el cálculo infinitesimal (por ejemplo el cubo, en el cartesiano). El campo de flujo queda, por ende, dividido en un sinnúmero de ellos.

Un volumen de control finito cubre zonas amplias (finitas) del campo de flujo en estudio y se adapta, consecuentemente, a la forma de elementos empleados en el transporte y almacenamiento de fluidos, como son tuberías, canales, fuselajes, alas, hélices, bombas, turbinas, tanques, embalses, etc. Esto es, los objetos prácticos que se encuentran en algunas aplicaciones de la ingeniería.

Cada variedad de volumen de control requiere que las ecuaciones de conservación se escriban en forma apropiada. Se trata por tanto, de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en el caso de uno diferencial y de ecuaciones integrales en el de uno integral. Esta especificidad lleva a hablar de un *enfoque diferencial* y de un *enfoque integral* de la mecánica de fluidos. El problema de la modelación de líquidos adquiere así un nuevo grado de particularización.

El enfoque – o método - diferencial sirve para determinar la velocidad y la presión en cada punto y en cada tiempo del campo de flujo. Por ello se les denomina, más apropiadamente, *campo de velocidades* y *campo de presiones*. Es factible acceder a soluciones cerradas (o analíticas) de las ecuaciones que caracterizan este tipo de problemas al emplear la hipótesis de fluido ideal (*hidrodinámica clásica*) o también en algunas situaciones, muy particulares, de flujo laminar. Es preciso recurrir a procedimientos numéricos en la mayoría de las circunstancias, pero, aún así, no es siempre posible lograr una solución, en virtud de la carencia de modelos teóricos para describir la turbulencia y por la irregularidad de algunas condiciones de borde<sup>1</sup>. Por estas razones, resulta ser un problema bastante especializado y no asequible a la formación primaria del ingeniero.

Una primera mirada sobre la estructura de las ecuaciones de conservación escritas en forma integral deja una impresión de complejidad y dificultad similares a las halladas en el caso del enfoque diferencial. Y las tiene. De hecho hay todavía mucho por hacer para disponer de metodologías de cálculo con base en esta clase de ecuaciones.

No obstante, estas complejas ecuaciones pueden ser reducidas a simples expresiones algebraicas, si se asume que el fluido es incompresible (líquido) y que los valores promedios de la velocidad y de la presión representan adecuadamente el comportamiento de esos campos sobre las superficies que delimitan un volumen de control. Con estas hipótesis han sido obtenidas las conocidas expresiones para la continuidad y para la energía por unidad de peso (teorema de Bernoulli):

$$\bar{V}A = cte. = Q$$

---

<sup>1</sup> Se ha avanzado bastante en las últimas dos décadas, especialmente en el desarrollo de computadores de mayor capacidad, velocidad y procesamiento en paralelo. Esto ha permitido que sea cada vez más limitado el número de casos sin solución.

$$H = Z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} = cte.$$

La utilidad práctica de este sistema de ecuaciones es bien conocida. Permite calcular, a partir de cantidades de referencia, valores (promedio) de velocidad y presión sobre áreas finitas del volumen de control.

Las complejidades expuestas para el método diferencial hicieron, históricamente, difícil la tarea de aproximar la mecánica de fluidos a la *ingeniería*. Ese acercamiento ha sido posible gracias al método integral. En él se encuentra la base teórica de lo que en principio podría denominarse *hidráulica*.

### 1.1.2 HIDRÁULICA

La hidráulica sería, en consecuencia, la aplicación del método integral de la mecánica de fluidos a aquellos problemas de la vida práctica en que intervienen *líquidos*<sup>2</sup>. Podría agregarse – no sin cierta reserva- que ésta es la rama aplicada de la mecánica de los fluidos incompresibles<sup>3</sup>.

### 1.1.3 INGENIERÍA HIDRÁULICA

La ingeniería es quien se ocupa hoy en día de la solución de problemas prácticos en que intervienen líquidos. Estaría, por consiguiente, plenamente justificada una asociación entre hidráulica e ingeniería<sup>4</sup>. Se da así en la práctica. De allí que se hable en forma corriente de *ingeniería hidráulica*, en el caso específico de la *ingeniería civil*, y se presente como una de las especializaciones de esta rama de la ingeniería.

*Así vista, la hidráulica comprendería los métodos para efectuar cálculos y llegar a resultados cuantitativos indispensables para solucionar cualquier problema en que intervenga un líquido. Por eso es una actividad esencialmente práctica, cuyos rudimentos debe conocer cualquier ingeniero.*

### 1.1.4 EL MÉTODO DE LA HIDRÁULICA

A pesar de esta visión esencialmente práctica, es complicado deslindar totalmente la hidráulica de la mecánica de fluidos. Es aún más difícil delimitar una frontera precisa; determinar dónde acaba la mecánica de fluidos y comienza la hidráulica.

Sin embargo, hay un aspecto que podría dar alguna luz en este asunto.

---

<sup>2</sup> El significado etimológico de “hidráulica” haría que este término sólo pudiera usarse con el líquido agua. En la práctica se aplica a cualquiera; además la mayoría de las aplicaciones atañen al agua, especialmente en el caso específico de la ingeniería civil.

<sup>3</sup> En este sentido, *mecánica de fluidos aplicada* podría emplearse en forma equivalente.

<sup>4</sup> El término *hidráulica aplicada*, que se utiliza algunas veces, sería, por tanto, algo redundante.

Las situaciones reales a que se enfrenta la ingeniería distan –por lo general– bastante de las idealizaciones con que trabajan –un poco en abstracto– la física y las ramas más especializadas de ella. No bastó entonces con que la mecánica de fluidos hubiera provisto a la hidráulica de una herramienta operativa para que ésta se hubiera incorporado activamente a la ingeniería. Ha habido que realizar un trabajo complementario, que ha permitido adaptar, poco a poco, las ecuaciones de conservación a los problemas reales que maneja la ingeniería. Por eso, muchas expresiones empleadas en la hidráulica contienen coeficientes de corrección que hacen que las estimaciones obtenidas a partir de expresiones analíticas coincidan con las observadas.

Se puede ilustrar esta situación, por ejemplo, con la modificación realizada al teorema de Bernoulli, el cual, en su formulación original, ignora la carga hidráulica perdida (para el movimiento)  $h_f$ . La célebre *ecuación de Darcy* se utiliza para calcularla en sistemas a presión:

$$h_f = f \frac{\bar{V}^2}{2g} \frac{l}{d_o}$$

El término  $f$  es el conocido factor de fricción. Las expresiones de que se dispone actualmente para evaluarlo, son el producto final de un trabajo monumental detrás del que hubo altas dosis de labor analítica, aproximación fenomenológica, experimentación y heurística.

Éste es sólo un logro de la utilización del *método experimental* (que hace uso intensivo de la *teoría de modelos* y del *análisis dimensional*), el cual llega a ser fundamental para la hidráulica, quizá mucho más que para la mecánica de fluidos.

En este sentido, podría decirse que la frontera entre la mecánica de fluidos y la hidráulica la marca el hecho que ésta tiene que tener, necesariamente, un carácter más experimental que aquella, pues la experimentación es la única alternativa para franquear el abismo citado entre la física y la ingeniería.

Podría afirmarse, por consiguiente, que el término método hidráulico es casi un sinónimo de método experimental; una manera alternativa de acercarse a los fenómenos físicos de los líquidos. Por lo demás, ha sido así a lo largo de la historia de la humanidad. Por ello, cabría también concebir la hidráulica como una evolución separada de la mecánica de fluidos.

Este hecho y la mencionada asociación de la hidráulica con la ingeniería, han llevado históricamente a plantearse el interrogante si la hidráulica debe considerarse una *ciencia* o por el contrario una *técnica*. En este caso tampoco es posible dar una respuesta absoluta. Tiene mucho de ciencia gracias a su vínculo metodológico con la mecánica de fluidos y bastante de técnica por su aplicación ingenieril.

## 1.1.5 DIVISIÓN DE LA HIDRÁULICA

En principio parece innecesario establecer una división de la hidráulica. No obstante su carácter práctico, más que su enfoque experimental, lo hacen aconsejable.

Se puede elaborar con base en dos aspectos que aparecen en cualquier proyecto de ingeniería hidráulica:

El objeto necesario para transportar el líquido (conducción)  
Las modalidades como se transporta (tipos de flujo)

### 1.1.5.1 DEFINICIÓN DE CONDUCCIÓN<sup>5</sup>

Es un volumen de control finito que sirve para movilizar un líquido entre dos puntos.

En el caso específico de la ingeniería, es la estructura usada para conducir un líquido desde una fuente de alimentación (origen) hasta un sitio seleccionado (destino). Se distinguen dos variedades, según la forma de construirlas:

#### CONDUCCIÓN CERRADA

El líquido no se expone a la intemperie. Se trata, en consecuencia, de tuberías, túneles o alcantarillas de cajón (“*box culvert*”).

#### CONDUCCIÓN ABIERTA

El flujo se desarrolla expuesto a la intemperie. Las *corrientes naturales* son una clase especial de conducción abierta.

### 1.1.5.2 TIPOS DE FLUJO

#### FLUJO A PRESIÓN

Se establece cuando el líquido y el contorno sólido se encuentran en contacto a lo largo de todo el perímetro transversal de la conducción y no hay presencia de gas en esa interfase. El área del conducto,  $A_o$ , y la del flujo,  $A_f$ , coinciden en tal condición, (Figura 1.1a). De esto se sigue que el flujo ejerce una presión manométrica no nula sobre la totalidad de la pared sólida que encierra al área  $A_o$ . Por ello, si se perforara la conducción en su parte superior se proyectaría un chorro vertical. Se dice, por tanto, que el flujo se halla totalmente confinado en el conducto; de ahí el nombre alternativo que se da a esta modalidad de flujo: *flujo confinado*<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup> Conducto es así mismo apropiado.

<sup>6</sup> Hidráulica de tuberías se halla también bastante difundido. Resulta adecuado cuando se hace referencia al conjunto de procedimientos que se emplean en el diseño de este tipo de conducciones. En este sentido, es empleado algunas veces como sinónimo de hidráulica de conductos a presión.

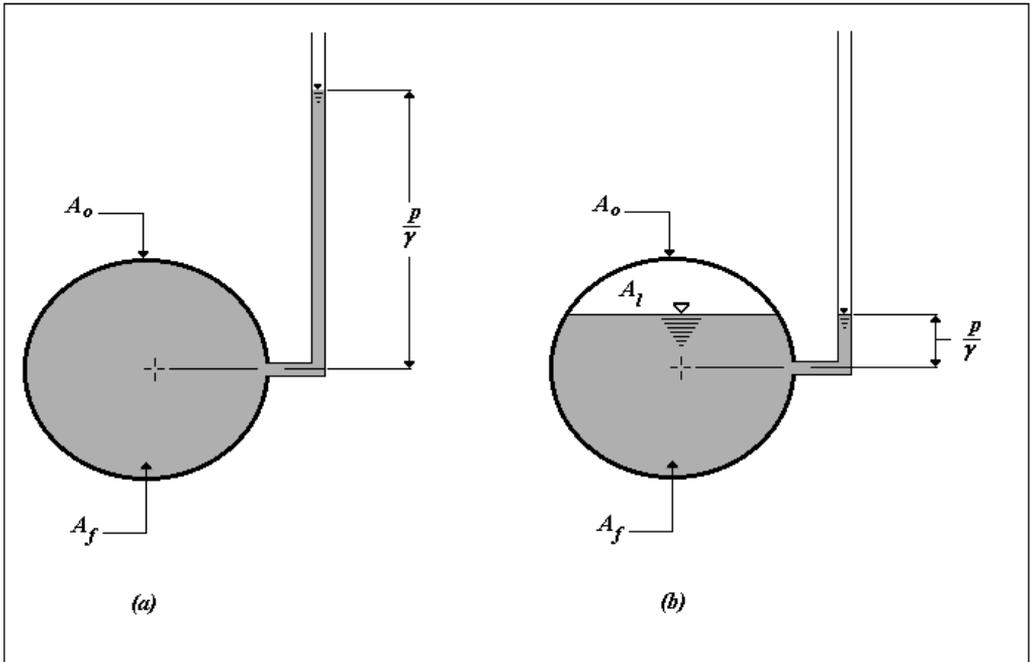


FIGURA 1.1

## FLUJO A SUPERFICIE LIBRE

En circunstancias apropiadas, un líquido puede fluir en una conducción cerrada sin hacer contacto completamente con el contorno sólido que lo contiene (Figura 1.1b). En estas condiciones, se hace indispensable distinguir el área del flujo de aquella del conducto (figura 1.1b):

$$A_o > A_f$$

El área del flujo ejerce una presión manométrica positiva sobre el contorno sólido. La zona ubicada hacia abajo, a partir del límite superior de la conducción, y cuya área es  $A_l$  (figura 1.1b) contiene únicamente aire y está sometida, en consecuencia, a una presión manométrica nula<sup>7</sup>. En particular, el límite inferior del área  $A_l$  lo marca el nivel del líquido presente en la sección:

$$A_l = A_o - A_f$$

La superficie que interseca este nivel, queda, por ende, libre de una presión diferente de la del aire, y por este hecho se le denomina *superficie libre*. De esto se sigue que existe un *flujo a superficie libre* cuando el líquido tiene algún contacto con una interfase gaseosa.

<sup>7</sup> En la superficie libre se asume, en la práctica, que la presión tiene un valor nulo. No obstante, en el caso de una conducción cerrada, el aire podría estar algo enrarecido por el encierro, y desarrollar una presión un poco diferente.

## FUNCIONAMIENTO DE CONDUCCIONES ABIERTAS Y CERRADAS

En una conducción abierta, el funcionamiento como flujo a superficie libre es el único posible. No puede presurizarse nunca, pues lo impide la ausencia de una pared sólida en la parte superior. Por el contrario, una cerrada opera según ambas modalidades de flujo. Así:

1. La conducción trabaja a presión algunas veces. En otras lo hace a superficie libre. Es claro que ambos funcionamientos tienen que ocurrir en forma no simultánea.

Considérese, a manera de ejemplo, la siguiente situación de índole práctica. Un embalse y una captación que empalma con una tubería. Tómense dos periodos hidrológicos extremos: uno de verano y otro de invierno. Los aportes hidrológicos deben ser escasos en el primero (figura 1.2b), por tanto el nivel es insuficiente en el embalse para conformar flujo a presión dentro de la tubería, y, en consecuencia, se establece en ella un flujo a superficie libre. Por el contrario, la abundancia de líquido en el invierno hace que el nivel crezca en el embalse hasta valores que permitan producir flujo a presión en la conducción (figura 1.2a). La transición de un periodo hidrológico hacia otro podría determinar, pues, el cambio de una variedad de flujo en otra.

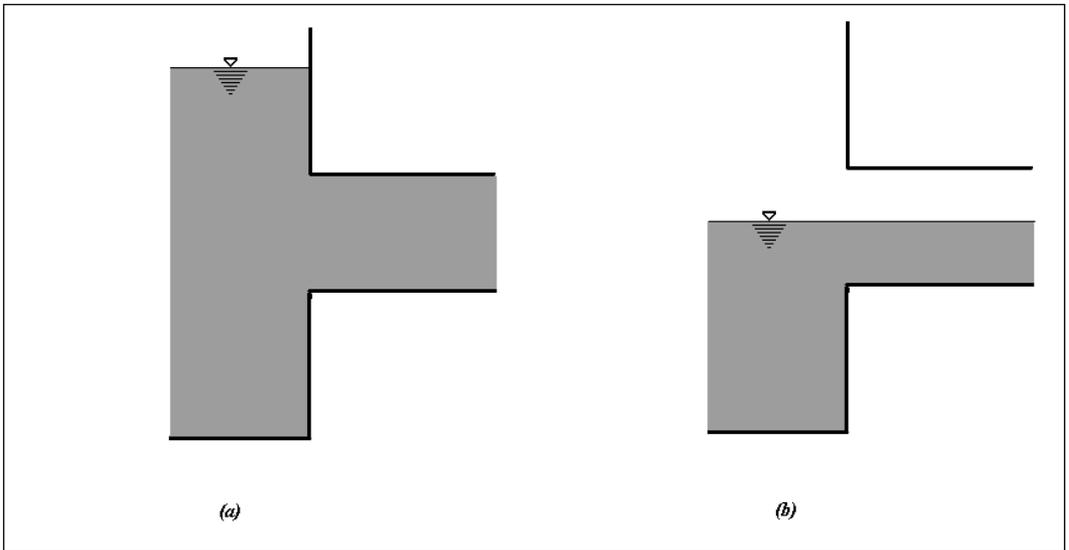


FIGURA 1.2

2. La conducción opera a presión en una zona específica, y en otra a superficie libre. Se habla entonces de un *funcionamiento mixto*.

Esta condición se recrea en la figura 1.3. El flujo a superficie libre cubre la zona izquierda de la brida<sup>8</sup>. Se halla presurizado a la derecha de ella.

<sup>8</sup> El fenómeno que se representa en la fotografía es de sumo interés para la hidráulica de canales. Se conoce como *resalto hidráulico*. Se trata, en esencia, del choque entre un flujo de alta velocidad (en la fotografía en el extremo izquierdo) y otro de baja. La magnitud de la colisión explica la presencia de espuma.

Los siguientes son los factores que fijan, en general, los tipos de operación señalados:

- Sección transversal
- Caudal
- Clase de estructura de captación
- Estructuras hidráulicas a lo largo del canal
- Pendiente y rugosidad



FIGURA 1.3

### 1.1.5.3 CANAL

La articulación entre el concepto de conducción y modalidad de flujo, lleva inmediatamente a establecer una definición formal de *canal*:

*Un canal es toda conducción abierta o cerrada, que exhibe un funcionamiento de flujo a superficie libre<sup>9</sup>. Es bueno insistir en que se trata de una enunciación basada únicamente en el modo de operar del conducto y de ninguna manera en aspectos geométricos o constructivos.*

De acuerdo con lo afirmado, una conducción cerrada puede funcionar en ciertos sectores

---

<sup>9</sup> Cabría hablar en este caso de *canal abierto* y *canal cerrado*.

como tubería o como canal. Por ejemplo, en el caso ya citado, de la figura 1.3<sup>10</sup>.

## TIPOS DE CANAL

Como se verá a lo largo de este libro, existe más de una modalidad de clasificación para canales. La más elemental se obtiene cuando se emplea, como criterio, el procedimiento utilizado para crearlos:

- Canales naturales
- Canales artificiales

### CANALES NATURALES

Hacen parte de esta categoría aquellos que la acción exclusiva de los agentes de la naturaleza (en particular la erosión)<sup>11</sup> ha conformado a lo largo del tiempo. Esto es, las corrientes naturales<sup>12</sup> como:

- Ríos
- Arroyos y quebradas
- Estuarios

### CANALES ARTIFICIALES

Los canales proyectados y construidos por el hombre:

- Vías navegables
- Sistemas de Alcantarillado
- Cunetas
- Vertederos de excedencias
- Aforadores
- Obras de rectificación para corrientes naturales
- Conducciones para abastecimiento de agua potable
- Canaletas
- Acequias
- Canales para riego

## 1.1.5.4 HIDRÁULICA DE TUBERÍAS E HIDRÁULICA DE CANALES

Se denomina *hidráulica de tuberías* a aquella rama que comprende la teoría hidráulica y los procedimientos destinados al diseño de conducciones que operan presurizadas.

El término *de tuberías* induciría a pensar, en principio, que sólo se toma en cuenta a las conducciones de sección circular. Excluiría, por ello, aquellas que utilicen otra variedad de sección transversal, como un “box culvert”, por ejemplo.

---

<sup>10</sup> Con relación al ejemplo de la Fig. 1.2, se puede también afirmar que en invierno la conducción se comporta como tubería, y en verano como canal.

<sup>11</sup> A pesar de que la acción humana hubiere intervenido en determinadas ocasiones para sacar algún provecho de ellos. Por ejemplo, dragarlos para facilitar su utilización en la navegación.

<sup>12</sup> El término corriente natural se utiliza frecuentemente en lugar del de canal natural.

No es así realmente. Ocurre que el denominativo de hidráulica de tuberías se ha impuesto ampliamente en la práctica de la ingeniería, en vista del empleo intensivo, en flujo a presión, de conducciones circulares. Por tanto, parecería más conveniente, desde un punto de vista metodológico, usar el término *hidráulica de conductos a presión*. La designación *hidráulica del flujo a presión* se oye también, así como la de *hidráulica del flujo confinado*.

Se llama *hidráulica de canales* a la rama que comprende la teoría y los procedimientos para el diseño de conducciones que transportan flujo a superficie libre. Si bien este término luce menos restrictivo que el de hidráulica de tuberías, podría inducir a pensar que sólo se ocupa de flujo a la intemperie. El término *canal abierto* (traducción del inglés *open channel*) empleado en forma corriente por muchos ingenieros contribuye notablemente a alentar esta confusión. No obstante, hay en este sentido menos problema, pues los canales cerrados no constituyen la aplicación más común. Menos frecuente es la utilización de la denominación *hidráulica de los conductos a superficie libre*.

En esta obra, dado su carácter práctico, se hará mención habitual de los términos, hidráulica de tuberías e hidráulica de canales. Ambas designaciones poseen la ventaja adicional de referir el trabajo hidráulico a objetos muy familiares para el ingeniero.

La hidráulica de tuberías dispone actualmente de una teoría consolidada y comprobada que parece haber ya resuelto en forma satisfactoria el complejo problema del cálculo del factor fricción. A esto ha contribuido, sin duda, el hecho de que la rugosidad superficial sea en muchas ocasiones una variable fácil de establecer, especialmente en el caso de las tuberías nuevas (es un dato de fábrica). Los procedimientos de diseño están suficientemente probados, son relativamente simples y poseen buena confiabilidad. La equivalencia entre el área de la sección y el área del flujo, admite expresar las ecuaciones de conservación en función de términos algebraicos, en lugar de diferenciales. El desarrollo logrado en los últimos años ha permitido, además, acceder a soluciones rápidas en computador para sistemas de tuberías y así convertir muchos diseños en asunto de rutina.

En la práctica de la hidráulica de canales, se encuentra una amplia gama de materiales aptos para conformar la pared sólida, que hacen factible la existencia de un sinnúmero de rugosidades superficiales<sup>13</sup>, especialmente en los canales naturales. Por ello hoy en día, para evaluar la energía disipada, sólo se puede aplicar parcialmente una metodología similar a la usada en la hidráulica de tuberías. A esta dificultad hay que agregarle la variabilidad del área del flujo a lo largo del canal, la cual obliga a plantear la ecuación de energía en forma diferencial<sup>14</sup>. Los aspectos citados impiden que la teoría de la hidráulica de canales y los métodos de diseño sean tan sencillos, como sucede en la de tuberías. Así mismo, los procedimientos no están tan normalizados, y se depende bastante de la experiencia y buen criterio del proyectista.

---

<sup>13</sup> Mientras que la rugosidad de una tubería está sometida al control de calidad de la fábrica que la produce, en los canales no existe, salvo que se haga a propósito. En los naturales, por supuesto, no cabe siquiera, y la rugosidad es el resultado de la acción combinada de los agentes de la naturaleza.

<sup>14</sup> No obstante esto, la metodología encaja aún en la de volumen de control finito. No se trata de detallar los campos, sino de considerar las variaciones espaciales de la velocidad y presión (ver capítulo 7).

Las características expuestas han determinado que se produzca tradicionalmente la división de la hidráulica en las citadas ramas. Se hace necesario tenerla en cuenta tanto para efectos de aplicación práctica como de enseñanza. En ésta parece más conveniente proceder así, por razones de índole pedagógica<sup>15</sup>.

A esta estratificación ha contribuido también, sin duda, el hecho que la hidráulica de canales sea un tema particularmente afín a la esfera aplicativa de la ingeniería civil, mientras que la hidráulica de tuberías, que también le atañe a ella, aparece en otras variedades de la ingeniería como son la *ingeniería mecánica*, *la sanitaria* y en menor grado en la *ingeniería industrial* y *la química*<sup>16</sup>.

En la práctica de la ingeniería civil, un canal se proyecta exclusivamente para transportar agua o mezclas de ella con sedimentos, sólidos o líquidos de desecho<sup>17</sup>.

## 1.2 CONCEPTOS BÁSICOS

Una vez se ha dado una ilustración suficiente acerca del tema y alcance de este libro, conviene adentrarse en aquellas nociones de base que servirán de soporte a los contenidos por examinar en los siguientes capítulos.

Por motivos de índole metodológica, se ha creído aconsejable someterlas a la consideración del lector divididas en dos categorías: nociones geométricas y nociones de dinámica de fluidos. Con relación a esta última, vale la pena aclarar que se trata de revisar rápidamente algunos conceptos que no requieren de gran profundización, y así mismo, de introducir otros indispensables para abordar los temas por venir.

### 1.2.1 NOCIONES GEOMÉTRICAS

#### 1.2.1.1 CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA

Un canal, al ser una conducción, no posee una configuración geométrica muy diferente de las ya conocidas y tratadas en la hidráulica de tuberías.

Como tipo específico de conducto que es, el cuerpo del canal está limitado en un sentido general por dos puntos extremos o condiciones de borde. Éstas pueden corresponder, en algunas aplicaciones, a otro canal, conducción a presión u otra clase de estructura hidráulica.

---

<sup>15</sup> En la formación del ingeniero civil, la enseñanza de la hidráulica de canales se difería al postgrado, hasta finales de la década de los sesenta, en el siglo anterior. Esto fue corregido y en la actualidad hace parte del programa de pregrado.

<sup>16</sup> Una posible explicación a este hecho sería que un canal es, en general, una conducción de gran tamaño y por ello mismo se trata de una obra de gran magnitud. Los problemas que resultan de su diseño y construcción son asunto de la ingeniería civil. A esto se debe agregar que su ubicación a la intemperie exige conocimientos de hidrología, geomorfología y transporte de sedimentos. En las otras ramas de la ingeniería, cuyo campo de acción es la industria, el transporte de líquidos se soluciona por medio de tuberías. Ello no quiere decir que no pudiera emplearse un canal.

<sup>17</sup> Los canales naturales transportan líquidos de idéntica composición.

Un canal queda caracterizado en su aspecto geométrico por un *eje longitudinal* y una *sección transversal*.

#### EJE LONGITUDINAL DE UN CANAL

Corresponde al trazado tridimensional. Lo definen los puntos que forman el fondo de éste. Se referencia habitualmente al sistema coordenado cartesiano usado en topografía. Por ejemplo, un punto  $m$  cualquiera sobre el eje queda identificado por la terna  $(X_m, Y_m, Z_m)$ . La coordenada  $Z_m$  es, por consiguiente, la cota del fondo de un canal.

En la práctica –como en el caso de la ingeniería de vías– se utilizan proyecciones del eje sobre el plano horizontal  $XY$  y el vertical  $XZ$ . Equivalen, respectivamente, al *alineamiento horizontal* y *vertical* empleados en esta rama de la ingeniería civil.

Es costumbre servirse de la proyección  $XZ$  para los desarrollos teóricos y para la aplicación de la hidráulica de canales. Por ende, un canal idealizado se ve como el ilustrado en la figura 1.4.

El fondo tiene una inclinación respecto al eje  $X$ , denotada por medio del ángulo  $\theta$ . A partir de éste se calcula la pendiente, la cual se indicará de aquí en adelante por  $S_o$ .

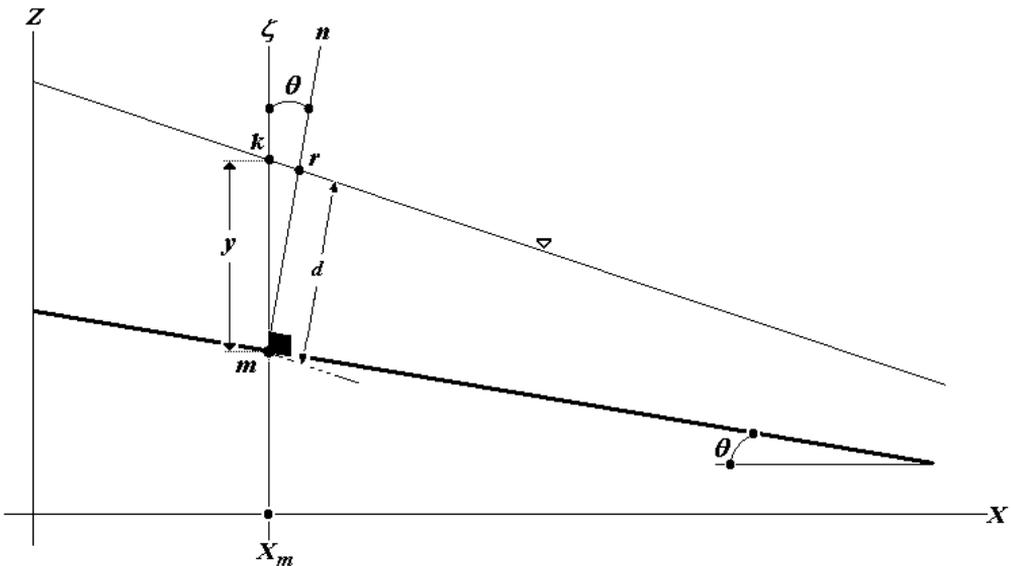


FIGURA 1.4

## SECCIÓN TRANSVERSAL

Una sección transversal en un punto de un canal ( $m$  en la figura 1.4) puede ser, en principio, cualquier plano originado en el eje transversal perpendicular al eje longitudinal. Resulta evidente que es posible trazar allí muchos de ellos, pero en la práctica interesan únicamente dos.

El primero es normal al fondo del canal (según la línea  $n$  de la figura 1.4). El segundo, el que contiene una línea paralela al eje coordenado vertical ( $\zeta$  en la figura 1.4)<sup>18</sup>.

Si se acepta que las líneas de flujo son paralelas al fondo, éstas intersecan el plano de  $n$  en forma perpendicular. Éste es, por tanto, el mismo utilizado para aplicar la ecuación de la continuidad (sección transversal del flujo). Por su parte, el de  $\zeta$  alberga la carga hidráulica usada con la ecuación de energía.

Acorde a lo expuesto parecería necesario utilizar dos tipos de sección transversal en la hidráulica de canales.

Ambas se encuentran vinculadas por medio de una simple relación geométrica, que emplea las líneas representativas de cada plano. Éstas cortan la superficie libre, en los puntos  $r$  y  $k$  y de esta manera se definen las líneas  $d$ , y (figura 1.4).

En el triángulo  $mkr$  rectángulo en  $r$  (figura 1.4) se verifica que:

$$d = y \cos \theta \quad (1.1.)$$

Las dos variedades de sección transversal difieren en función del coseno del ángulo  $\theta$ , de acuerdo con la anterior ecuación. Por ende, sólo coinciden cuando éste valga 1, esto es, para el caso de un canal horizontal. Si el ángulo crece – y el canal se hace más empinado – esta diferencia se incrementa correlativamente.

Es factible, no obstante, utilizar en la mayoría de las aplicaciones prácticas una única clase de sección transversal. Dos aspectos fundamentales justifican esta simplificación:

1. La influencia de la pendiente en el diseño de canales. La estabilidad del canal exige usar valores pequeños de ella.
2. La relación entre el ángulo  $\theta$  y la pendiente del canal. Para las pendientes aconsejables (según 1.) el ángulo correspondiente tiene que ser pequeño y la diferencia longitudinal de las líneas  $d$ , y llega, consecuentemente, a ser despreciable (ecuación 1.1).

Estos dos aspectos serán examinados más profundamente a continuación.

---

<sup>18</sup> O línea determinada por una plomada.

## INFLUENCIA DE LA PENDIENTE EN EL DISEÑO DE UN CANAL

Un canal transporta, en general, los flujos de la naturaleza o hidrológicos. Es decir, la *escorrentía superficial* más el material que desprende (eventualmente) de la superficie del terreno que transita antes de alcanzar un canal. En estas condiciones, el flujo en canales es bifásico en un sentido estricto, aunque se haga abstracción de ello en el diseño<sup>19</sup>. Esta fase sólida puede estar formada por diversos tamaños de la *curva granulométrica*. La acción combinada de los granos de la fracción gruesa de la curva y de la velocidad con que son arrastrados produce un efecto abrasivo sobre las paredes. Esto podría resultar muy comprometedor para la estabilidad de la sección transversal, sobre todo si ésta no ha sido protegido con un recubrimiento sino simplemente excavada en tierra.

Controlar los contenidos de la fracción sólida requiere de unas soluciones que podrían incrementar bastante los costos de un proyecto<sup>20</sup>. Lo usual, por consiguiente, es que, en el diseño, se consiga una velocidad media inferior a la máxima tolerable<sup>21</sup>.

Por otra parte, la pendiente es una variable que influye apreciablemente sobre el valor de la velocidad media del canal,  $V$ . Ello no ocurre en el flujo a presión. En el capítulo 6 se muestra que ambas se relacionan de acuerdo con la siguiente expresión:

$$V \propto \sqrt{S_o} \quad (1.2.)$$

De ella, resulta evidente que un incremento de la pendiente causa un aumento proporcional de la velocidad en la sección transversal. Por tanto, el mantener la pendiente del canal dentro de magnitudes razonables permite conseguir velocidades aceptables.

La simplicidad constructiva requiere que el eje de un canal se adapte, de la manera más aproximada posible, a la pendiente del terreno que va a recorrer<sup>22</sup>.

En consecuencia, es sencillo lograr valores apropiados para la pendiente de un canal en proyectos ubicados en zonas topográficamente planas. No así, en el caso de los localizados en las montañosas (canales recubiertos), donde fijar una magnitud aceptable para ella implica eludir la inclinación natural del terreno. Esto obliga a construir el canal soportado en pórticos, los cuales podrían tener un carácter monumental y así elevar el costo del proyecto hasta tornarlo inviable. En estas situaciones, una solución más económica consistiría en hacerlo de varios tramos, con pendientes que garanticen la velocidad máxima admisible, y conectados por medio de pequeñas caídas verticales (canal en escalones) (figura 1.5).

---

<sup>19</sup> Al menos en las etapas primarias de éste. Un refinamiento del mismo debe tomar en cuenta esta característica. Se examina en cursos más avanzados, como es el de *transporte de sedimentos*.

<sup>20</sup> Sin embargo, es imprescindible hacerlo en algunos desarrollos, como los sistemas para agua potable.

<sup>21</sup> Los reglamentos específicos de cada sitio señalan estos valores. En Colombia se acepta, en promedio, valores máximos de  $1 \text{ m/s}$  para canales sin recubrimiento y de  $3 \text{ m/s}$  para canales recubiertos, en hormigón.

<sup>22</sup> La irregularidad natural del terreno podría requerir, no obstante; la construcción de algún terraplén y/o corte.



FIGURA 1.5

En caso de no poder eludir la pendiente del terreno, se acude a otras opciones como una *estructura de caída* o un *canal en tabiques* (figura 1.6). En ambos tipos se dispone, a manera de obstáculo, de unos bloques sobre el fondo del canal, con el fin de que el flujo impacte contra ellos y así posibilitar que la velocidad alcance el valor deseado.



FIGURA 1.6

Una idea del efecto de la pendiente sobre la velocidad puede apreciarse en la tabla 1.1. Contiene las magnitudes de velocidad media calculadas<sup>23</sup> para un canal rectangular recubierto con un hormigón de buen acabado. Se examinaron pendientes comprendidas entre 0 % y 10 %, dos anchos de la sección y cuatro caudales diferentes.

ANCHO (m)	5				10			
Q (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	1	2	3	4	1	2	3	4
S <sub>θ</sub> (%)	V (ms <sup>-1</sup> )							
1	1.84	2.41	2.82	3.14	1.41	1.86	2.18	2.44
2	2.28	2.98	3.49	3.89	1.74	2.29	2.69	3.01
3	2.57	3.38	3.95	4.41	1.97	2.59	3.04	3.41
4	2.81	3.69	4.31	4.82	2.15	2.83	3.32	3.72
5	3.01	3.95	4.62	5.16	2.29	3.02	3.55	3.98
6	3.18	4.17	4.89	5.46	2.42	3.19	3.75	4.20
7	3.33	4.37	5.12	5.73	2.54	3.34	3.93	4.40
8	3.47	4.55	5.33	5.96	2.64	3.48	4.09	4.58
9	3.59	4.72	5.53	6.18	2.74	3.61	4.24	4.75
10	3.71	4.87	5.71	6.39	2.83	3.72	4.37	4.90

TABLA 1.1

Para la pendiente del 5 % (y superiores) se observa que el valor límite de la velocidad, 3 ms<sup>-1</sup>, resulta, en general, superado<sup>24</sup>. También para algunos inferiores, aunque es menos frecuente.

Toda la discusión lleva a concluir que el límite práctico de velocidad máxima exige proyectar canales con una pendiente pequeña.

#### RELACIÓN ENTRE LA PENDIENTE Y EL ÁNGULO DEL CANAL

La pendiente del 5 % equivale a un ángulo  $\theta = 2.862^\circ$  y el coseno respectivo es 0.9988. En un canal que tenga esta pendiente, si  $d = 2 \text{ m}$  entonces  $y = 2.002 \text{ m}$  (ecuación 1.1). Esto es, existe una diferencia de 2 mm entre la longitud de ambas líneas y un error porcentual del 0.125 %. Es claro que en este caso no hay una necesidad práctica de marcar una distinción entre la sección transversal normal y la vertical.

La tabla 1.2 ayuda finalmente a consolidar esta idea. Incluye los errores inducidos por varios valores de pendiente (hasta 10 %)<sup>25</sup>. Se observa que el error porcentual para una pendiente del 10 % es inferior al que producen muchas de las aproximaciones introducidas en el diseño.

<sup>23</sup> El procedimiento empleado se explica con base en un método del capítulo 6.

<sup>24</sup> La zona sombreada dentro de la tabla.

<sup>25</sup> Ven Te Chow [1] denomina de *gran pendiente* a aquellos canales con pendiente superior al 10 % (5.71°). En esta categoría caben las estructuras de caída, los canales con tabiques, ya citados, y también, los vertederos empleados para la evacuación de flujos sobrantes en los embalses. En este último caso, la pendiente del canal se acomoda, en forma aproximada a la del talud de aguas abajo de la presa la cual tiene, usualmente, valores altos. Un vertedero cuenta con el efecto favorable del embalse que podría actuar como un desarenador y de esta manera los flujos llegarían al canal desprovistos del material abrasivo. En tales situaciones, se puede aceptar un límite más alto para la velocidad. Es conveniente agregar que esta definición ha sido tenida en cuenta para establecer el rango de pendientes utilizado en la anterior discusión.

$S_0$ (%)	$\theta$ (°)	$\cos\theta$	$d$ (m)	$y$ (m)	Error (%)
0.5	0.29	1.000	2	2.0000	0.001
1	0.57	1.000	2	2.0001	0.005
2	1.15	1.000	2	2.0004	0.020
3	1.72	1.000	2	2.0009	0.045
4	2.29	0.999	2	2.0016	0.080
5	2.86	0.999	2	2.0025	0.125
6	3.43	0.998	2	2.0036	0.180
7	4.00	0.998	2	2.0049	0.245
8	4.57	0.997	2	2.0064	0.319
9	5.14	0.996	2	2.0081	0.404
10	5.71	0.995	2	2.0100	0.499

TABLA 1.2

Para el rango de pendientes analizado (esto es, para canales de pendiente no grande), la diferencia entre los dos tipos posibles de sección transversal llega a ser irrelevante. Por ende, sólo es preciso utilizar una de ellas y desechar la otra.

El sentido práctico de la ingeniería sugiere el empleo de la sección vertical, sobre todo por la facilidad que representa tomar medidas en esta dirección. En conclusión:

*En la mayor parte de las aplicaciones prácticas de la hidráulica de canales carece de sentido distinguir las dos variedades de sección transversal. Por tanto, se entenderá de aquí en adelante que la sección transversal de un canal es la correspondiente al plano vertical que interseca el cuerpo de éste. Esto implica aceptar que ésta se use así mismo con la ecuación de continuidad.*

## TIPOS DE SECCIÓN TRANSVERSAL EMPLEADAS EN CANALES

Los canales artificiales se construyen con unas secciones transversales cuya forma obedece a uno, o unos, entre los siguientes criterios: una aplicación específica, economía, topografía, resistencia estructural o estabilidad geotécnica. A continuación se presenta una descripción de las clases utilizadas con mayor frecuencia:

### SECCIÓN RECTANGULAR

Son sus parámetros geométricos, el ancho de base  $b$  y la altura  $h$  (figura 1.7). Puede afirmarse que es la sección más simple entre todas las usadas en las aplicaciones prácticas de la hidráulica de canales. Cuando su conformación es el resultado de una excavación, la estabilidad geotécnica requiere dotarla, casi siempre, de un recubrimiento de hormigón armado. Esta previsión es evidentemente indispensable cuando se construye sobre un terraplén (figura 1.8).

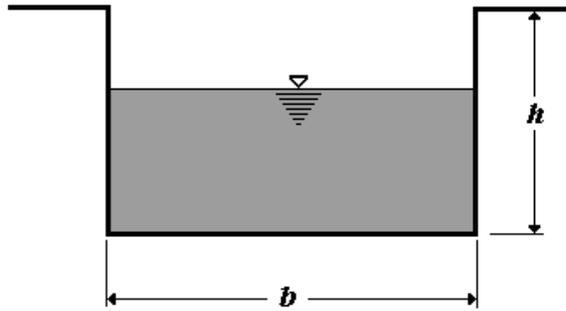


FIGURA 1.7

Es factible encontrar también canales rectangulares contruidos sin recubrimiento. Se trata de zanjias o trincheras que dan lugar a acequias, especialmente en ambientes rurales. Son pues desarrollos artesanales de escasa profundidad de excavación y que, por consiguiente, gozan de estabilidad geotécnica. Así mismo, son canales excavados en roca, cuya calidad admite el corte vertical.



FIGURA 1.8

### SECCIÓN TRAPEZOIDAL

Queda determinada por los mismos parámetros que caracterizan la rectangular,  $b$ ,  $h$ , a los que se agregan los taludes laterales  $z_1, z_2$  (figura 1.9)<sup>26</sup>. Es la solución más recomendada cuando es indispensable excavar para construir un canal. Se entiende, por lo tanto, que los taludes se escogen para garantizar la estabilidad geotécnica de la sección transversal. A pesar de esto, es necesario proteger las paredes con algún tipo de material, hormigón armado por lo general, cuando la magnitud de la pendiente del canal pueda inducir velocidades elevadas.

<sup>26</sup> Se entiende, por consiguiente, que las paredes del canal tienen un ángulo de inclinación de  $\arctan(1/z)$ .

Un canal con sección transversal trapezoidal podría llegar a ser irrealizable en situaciones como la siguiente. Un trazado plano que tenga que ceñirse a un corredor preestablecido y que precise de una excavación grande<sup>27</sup> en un terreno deleznable. Es evidente que la inestabilidad del terreno requiere de la utilización de taludes laterales elevados que podrían implicar una extensión lateral excesiva por parte de la sección transversal y una eventual invasión a los terrenos adyacentes a la franja demarcada. De ser así, deberá recurrirse indefectiblemente a una sección rectangular.

En resumen: se prefiere usar en la aplicación práctica la sección trapezoidal por su estabilidad y cuando sea factible evitar el recubrimiento. En caso de tener que emplearlo es aconsejable, más bien, tener en cuenta el criterio económico para decidir entre ésta o la rectangular.

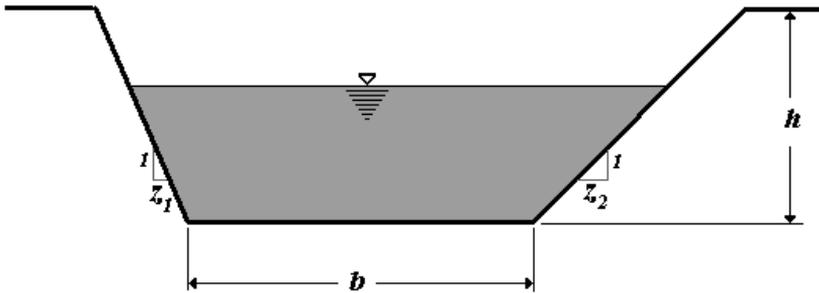


FIGURA 1.9

### SECCIÓN TRIANGULAR

Se caracteriza por el parámetro talud  $z_1, z_2$  y por  $h$  (figura 1.10). Se le utiliza primordialmente en canales destinados al drenaje. Cuando se utiliza en esta clase de aplicaciones, se le llama *cuneta*. Se construyen anexas a las vías terrestres y al terraplén de aguas abajo de una presa de enrocado o tierra. Uno de los taludes se conforma, habitualmente, según el de la berma de la vía o el de la presa. Suelen llevar recubrimiento. Se le aprovecha también como sección para aforo de caudal (ver capítulo 4).

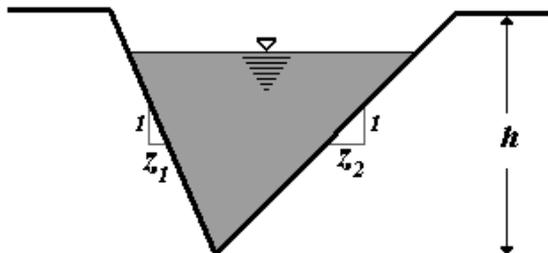


FIGURA 1.10

<sup>27</sup> Un caudal de diseño elevado obliga a tener una excavación grande. A este factor de por sí determinante, se une en este caso una pendiente reducida del terreno.

## SECCIÓN MIXTA

Se emplea esta variedad de sección transversal con el objetivo de racionalizar los costos del recubrimiento. Uno de los aspectos principales que se debe considerar al diseñar un canal es el máximo caudal que deberá ser capaz de transportar durante su *vida útil* o *periodo de diseño*<sup>28</sup>. No obstante, el canal tendrá también que conducir una variada gama de descargas a lo largo de ese lapso, incluidos algunos pequeños caudales<sup>29</sup>. Por ende, la capacidad plena de la sección transversal sólo será demandada esporádicamente y sería un desperdicio utilizar la misma calidad de recubrimiento para toda ella. Se construyen, por tanto, dos secciones transversales. Éstas llevan a distinguir sendos canales (figura 1.11):

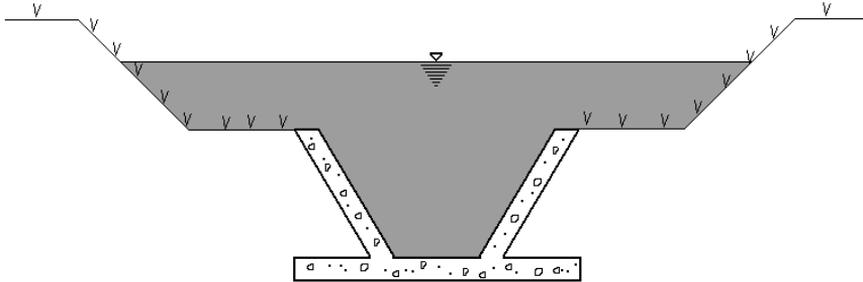


FIGURA 1.11

Un *canal principal* –o *central*– de sección transversal semejante a alguna de las citadas antes, especialmente la rectangular y la trapezoidal. Este canal se usa para acomodar los flujos relativamente bajos del verano y los promedios del invierno, esto es, para periodos de retorno comprendidos entre bajos y medios. Se recubre con hormigón armado, mampostería, mortero, etc.

Un *canal secundario* –o *lateral*– concebido para funcionar, únicamente, durante eventos hidrológicos máximos (crecientes). Puede protegerse, por tanto, con un recubrimiento de menor calidad, ya que se espera que sea más ocasional su exposición al efecto abrasivo de la fase sólida de la creciente. La grama es una clase de material muy empleado en estos casos (ver figuras 1.15 y 1.18).

Este tipo de sección transversal se especifica por medio de parámetros geométricos similares a los ya nombrados, para las secciones que la constituyen. La descripción puede mejorarse con el auxilio de un sistema de coordenadas cartesianas contenido en su plano.

La sección transversal rectangular, la trapezoidal y la mixta son ampliamente utilizadas para la construcción de grandes obras de ingeniería hidráulica (figura 1.12).

<sup>28</sup> El valor del periodo de diseño lo fijan las reglamentaciones propias de la zona donde se va a construir el canal. En la práctica, éste se asimila al *periodo de retorno*,  $T_R$ , de un evento hidrológico (lluvia) y *caudal de escorrentía* correspondiente, llamado *caudal de diseño* o  $Q(T_R)$ . En la medida que el periodo de diseño sea más grande también lo es el caudal y el canal requiere de una sección transversal de mayor capacidad. En este sentido, el periodo de diseño tiene el carácter de factor de seguridad (ver sección 1.2.2.3).

<sup>29</sup> Por esta razón, se observan habitualmente canales con grandes dimensiones que transportan pequeñas cantidades de agua (en la Fig. 1.6 se muestra claramente esta situación).



FIGURA 1.12

### SECCIÓN NATURAL

Las corrientes naturales muestran variadas formas en sus secciones transversales debido a los procesos que sirven para crearlas, de suerte que no es factible hablar de una típica (figura 1.13)<sup>30</sup>. Podría pensarse que la forma de esta clase de sección transversal es un caso bastante particular de la mixta. De esto se sigue, que su descripción geométrica debe hacerse indispensablemente por medio de un sistema coordinado cartesiano, el mismo indicado para la sección transversal mixta.

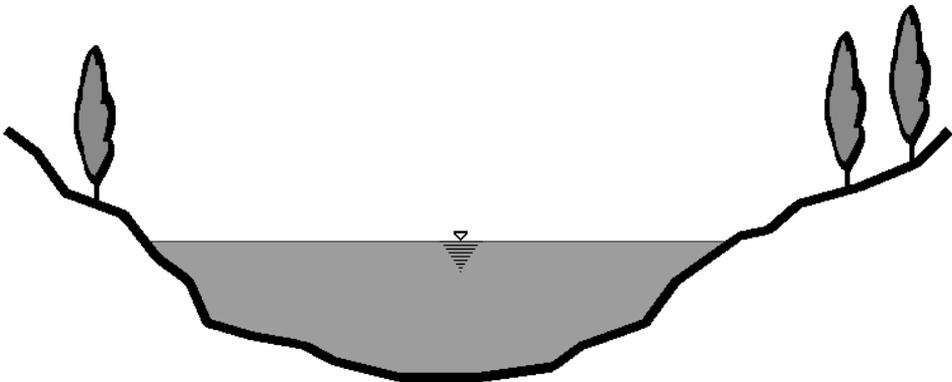


FIGURA 1.13

Las secciones transversales descritas hasta aquí encuadran en la categoría de *abiertas*. Por lo tanto, tendrían algún desbordamiento para ciertas condiciones del flujo. En las secciones

<sup>30</sup> Esta dispersión hace que, en la literatura, se le conozca también como *sección compleja*.

transversales rectangular, triangular y trapezoidal el límite superior queda fijado por la altura del terraplén o profundidad de la excavación, es decir el parámetro  $h$ .

A este respecto, los conceptos de canal principal y secundario de la sección transversal mixta cobran gran relevancia en las corrientes naturales. Durante la temporada invernal, el canal principal resulta, algunas veces, insuficiente y el flujo lo desborda. A raíz de ello se reparte entre el canal principal y los secundarios que a menudo son llamados, por este hecho, *llanuras de inundación* (figura 1.15).

Se construyen también canales de sección transversal *cerrada*, las cuales no permiten un desbordamiento. Las empleadas más frecuentemente son:

#### SECCIÓN CIRCULAR

Se especifica con un único parámetro geométrico, el diámetro  $d_o$  (figura 1.14). Es raro que se le use en forma abierta, salvo como vertedero para aforo. Lo habitual es hacerlo como sección transversal cerrada y podría operar a presión (figuras 1.1 y 1.3). Hasta tiempos recientes se le elaboraba exclusivamente en forma industrial, a diferencia de las secciones transversales antes citadas que se conforman *in situ*<sup>31</sup>.

Su aplicación más difundida es la de colector de aguas lluvias o servidas (alcantarillado). Se trata de tuberías de hormigón instaladas según un trazado elegido.

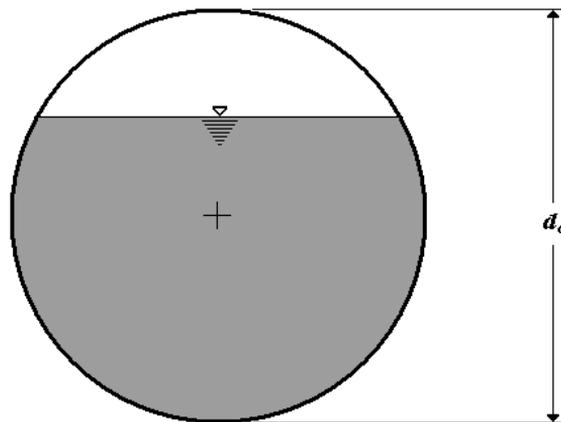


FIGURA 1.14

Se utiliza también para facilitar la transición de una corriente natural, o de un canal artificial, a través de un terraplén. Es éste el caso de las tuberías que intersecan los llenos que soportan carreteras o vías férreas. En suma, se usa como canal de drenaje (figura 1.15).

La capacidad máxima de este tipo de secciones transversales debe acomodarse a los catálogos de fábrica.

---

<sup>31</sup> La tecnología constructiva permite hoy en día conformar secciones circulares *in situ*, sobre todo perforadas en roca. Lo que no parece ser muy práctico es vaciar una sección de gran diámetro por medio de una formaleta.



FIGURA 1.15

### SECCIÓN EN HERRADURA

Concebida para servir de transición a través de obstáculos naturales, como macizos montañosos. Esto explica una geometría que es idéntica a la de estructuras semejantes empleadas en las vías terrestres (túneles). Su forma mixta de trapecio (o de rectángulo) y bóveda circular responde, consecuentemente, al propósito de contribuir a su estabilidad estructural y geotécnica.

De esto se explica que se haga la especificación de esta clase de sección con los parámetros geométricos  $z_1, z_2, d_o, b$  (figura 1.16).

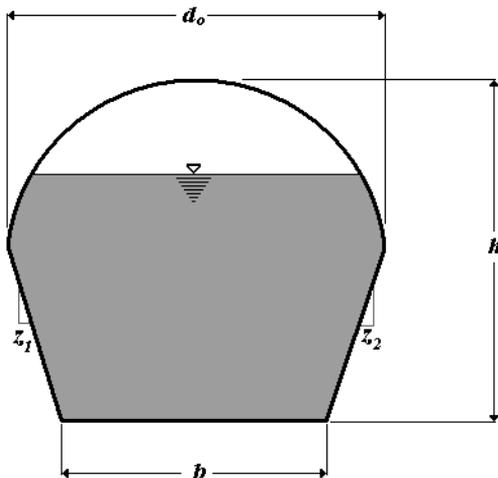


FIGURA 1.16

Se usa exclusivamente en desarrollos hidroeléctricos o en sistemas para agua potable, en los que es necesario movilizar grandes cantidades del líquido. La utilización o no de un recubrimiento en este tipo de secciones transversales responde a criterios geológicos y geotécnicos. En tales situaciones se podría recurrir a hormigón lanzado (“lechada”), a pórticos de hormigón armado –o de acero– y en forma extrema, a blindaje en acero (figura 1.17).



FIGURA 1.17

#### OTRAS FORMAS DE SECCIÓN TRANSVERSAL CERRADA

Una variación de la sección transversal rectangular y que encaja dentro de esta categoría es la llamada alcantarilla de cajón o “box culvert”. Se consigue al cerrar- o techar - una sección transversal rectangular estándar. Se emplea para facilitar la construcción de terraplenes sobre canales ya existentes (figura 1.18), o como conducto para desviación de una corriente natural (figura 1.19).



FIGURA 1.18

Durante eventos hidrológicos extremos –entre otras situaciones– esta clase de secciones transversales podrían llegar a funcionar presurizadas.



FIGURA 1.19

### 1.2.1.2 SECCIÓN HIDRÁULICA

La sección transversal representa, en cierta forma, la capacidad máxima de un determinado canal. Sin embargo, éste operará a valores inferiores de la límite durante su vida útil, en función del caudal disponible y, por tanto, de la hidrología local<sup>32</sup>. Visto de esa manera, resulta ser un concepto inapropiado para ser tenido en cuenta dentro de las ecuaciones de conservación – y otras anexas – empleadas en la hidráulica. Por eso es más conveniente echar mano de la noción de *sección hidráulica*.

Se define como tal, la parte de una sección transversal ocupada por el flujo en un instante dado. Es válido decir, también, que es la misma sección del flujo o *sección mojada*. En estas condiciones, su límite superior está en la superficie libre instantánea.

Es evidente que los parámetros geométricos definidos para una sección transversal conservan su validez para la sección hidráulica<sup>33</sup>.

#### PROFUNDIDAD DE UN CANAL

Llamada también *profundidad del flujo*. Se especifica como la distancia – medida en el plano vertical – que hay entre la superficie libre y el punto más bajo de la sección (fondo)<sup>34</sup> (figura 1.20). Esto es, el punto que pertenece al contorno de la sección y posee la menor

<sup>32</sup> El caudal no es la única variable que determina la capacidad o grado de llenado de una sección transversal. Más adelante se volverá sobre este asunto (ver sección 1.2.2.6).

<sup>33</sup> De aquí en adelante, el término sección deberá entenderse como sinónimo de aquel de sección hidráulica.

<sup>34</sup> Una sección puede tener muchas profundidades en función de la forma del fondo. Un canal trapezoidal, por ejemplo, tendría en rigor bastantes. El término *profundidad* empleado en la fundamentación de la hidráulica corresponde, por consiguiente, al valor máximo de ellas. Esta forma de definirla, sin embargo, no es casual, ya que representa, en muchas situaciones prácticas, a la carga de presión asociada con la ecuación de energía ( ver capítulo 2).

cota topográfica  $Z$ . Se le denota con el símbolo  $y$ , y corresponde a la misma definición establecida en la figura 1.4.

Por ejemplo, es la altura del triángulo en una sección triangular.

No se trata de una definición meramente geométrica, puesto que no puede presentarse en forma independiente del flujo<sup>35</sup>. Se podría entonces decir –intuitivamente y por el momento<sup>36</sup>– que un canal que transporte mayores caudales, será más profundo.

### NIVEL HIDRÁULICO

Se denomina así a la cota topográfica,  $Z_w$ , de la superficie libre de una sección dada. Equivale, evidentemente, a la suma de la profundidad y la cota topográfica del fondo (figura 1.20). Esto es:

$$Z_w = Z + y \quad (1.3)$$

### COORDENADAS DE LA SECCIÓN HIDRÁULICA

La definición dada para la profundidad hidráulica resulta útil para introducir un sistema de coordenadas propio de la sección. Su origen coincide con el fondo de cada sección transversal<sup>37</sup>. Por ende, una sección queda contenida en el plano delimitado por la línea  $y$  y la línea  $x$ , normal a aquella (figura 1.20). El sistema tridimensional de coordenadas se completa al adicionarse la línea coordenada  $s$ , colineal con el fondo del canal.

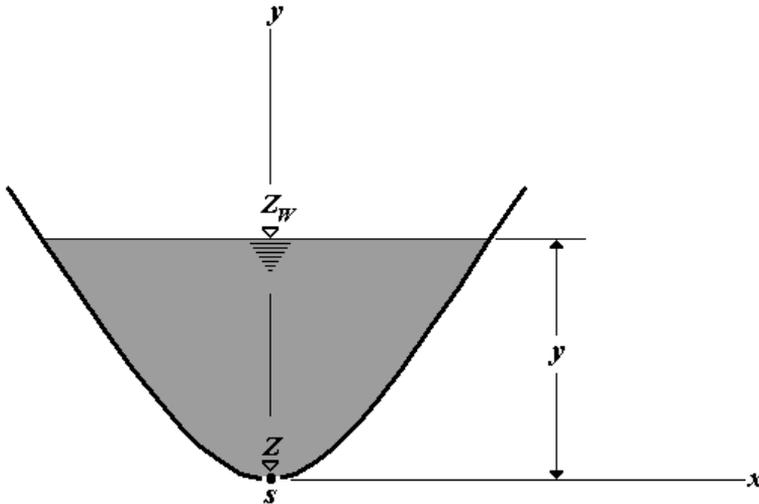


FIGURA 1.20

<sup>35</sup> A pesar de eso, se le incluye en la parte correspondiente a los aspectos geométricos.

<sup>36</sup> Más adelante se verá, al introducir el concepto de control hidráulico, que es factible variar dicha profundidad, aún sin modificar el caudal (ver sección 1.2.2.6).

<sup>37</sup> Se trata en este caso de un sistema local de coordenadas.

## PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA SECCIÓN HIDRÁULICA

Se les dividirá en dos categorías con el objeto de facilitar su exposición y comprensión: propiedades primarias y propiedades derivadas.

### PROPIEDADES PRIMARIAS

Se consideran como tales aquellas que no pueden ser definidas en función de otras.

#### ÁREA MOJADA

La superficie [ $l^2$ ] de la sección hidráulica,  $A$ .

#### PERÍMETRO MOJADO

La longitud [ $l$ ] del contorno sólido en contacto con el flujo,  $P$ .

#### ANCHO SUPERFICIAL.

La longitud [ $l$ ] de la superficie libre,  $T$ .

### PROPIEDADES DERIVADAS

#### RADIO HIDRÁULICO

Definida como la relación entre el área mojada y el perímetro mojado,  $R_H [l]$ :

$$R_H = \frac{A}{P} \quad (1.4)$$

Se está ante una propiedad ya conocida por aquel lector que haya incursionado en el campo de la hidráulica de tuberías.

Se le enunciaba allí como una medida de la resistencia a fluir en términos de la geometría de la sección transversal de la conducción<sup>38</sup>. El radio hidráulico es constante e igual a  $0.25d_o$  en conductos circulares que transportan flujo a presión.

En la hidráulica de canales puede mantenerse sin problema la interpretación dada en la de tuberías.

#### PROFUNDIDAD HIDRÁULICA

Se define como la relación entre el área mojada y el ancho superficial,  $D [l]$ .

$$D = \frac{A}{T} \quad (1.5)$$

Esta propiedad es quizás la más novedosa para quien se introduce en el campo de la hidráulica de canales. Podría dársele dos interpretaciones que contribuyen a entender en qué consiste:

---

<sup>38</sup> Tal conclusión surgía de la expresión clásica empleada para estimar la tensión de corte que se desarrolla en la interfase sólido fluido ( $\tau_0 = \gamma \mathcal{S}_f R_H$ ).

1. Equivale al valor promedio del conjunto de las posibles profundidades de la sección.

2. Es la altura  $D$  de una sección rectangular equivalente, en área hidráulica, a otra de geometría arbitraria. En este caso, el área de la base rectangular coincide con el ancho superficial de la sección dada.

### CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES

Todas las propiedades recientemente introducidas son expresables en función de la profundidad de la sección y de los parámetros de cada una en particular.

En algunos casos es factible utilizar ecuaciones –o fórmulas– más o menos sencillas. Éstas se resumen en la tabla 1.3.

SECCION	$A$	$P$	$T$	$R_H$	$D$
RECTANGULAR	$by$	$b + 2y$	$b$	$\frac{by}{b + 2y}$	$y$
TRAPEZOIDAL	$(b + zy)y$	$b + 2y\sqrt{1 + z^2}$	$b + 2zy$	$\frac{(b + zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + z^2}}$	$\frac{(b + zy)y}{b + 2zy}$
TRIANGULAR	$zy^2$	$2y\sqrt{1 + z^2}$	$2zy$	$\frac{zy}{2\sqrt{1 + z^2}}$	$\frac{y}{2}$
CIRCULAR	$(\phi - \text{sen}\phi)\frac{d_0^2}{8}$	$\frac{d_0}{2}\phi$	$d_0 \text{sen}\frac{\phi}{2}$	$\frac{d_0}{4}\left(1 - \frac{\text{sen}\phi}{\phi}\right)$	$\frac{d_0(\phi - \text{sen}\phi)}{8 \text{sen}\frac{\phi}{2}}$

TABLA 1.3

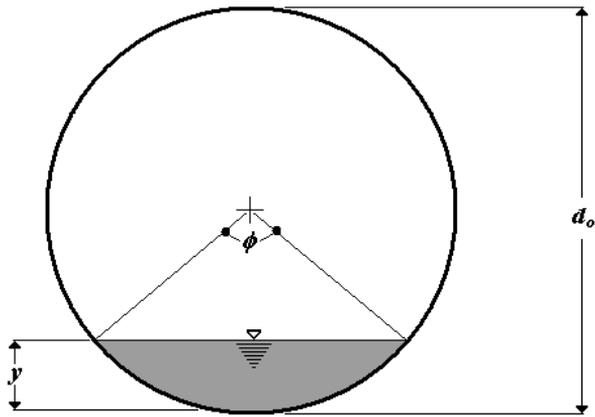
### NOTAS

1. Las fórmulas son válidas sólo si las secciones triangular y trapezoidal son simétricas. Acorde con esto se toma en cuenta un solo talud ( $z = z_1 = z_2$ ).

2. Las expresiones desarrolladas para la sección trapezoidal pueden utilizarse también con la sección rectangular y triangular. Basta con asignar en cada caso valores apropiados para los parámetros  $b, z$ .

3. La profundidad hidráulica  $D$  coincide con la de la sección,  $y$ , cuando la sección transversal es rectangular. En las triangulares simétricas equivale a la mitad de la profundidad de la sección y es independiente del talud,  $z$ .

4. Las ecuaciones correspondientes a la sección circular se expresan en términos del ángulo central  $\phi$ . Éste debe, en consecuencia, calcularse antes de emplearlas. Se calcula por medio de la siguiente fórmula:



$$\phi = 2\cos^{-1}\left(1 - \frac{2y}{d_o}\right)$$

No se incluyen en la tabla expresiones para una sección de herradura, en vista de su complejidad. Tampoco para la sección mixta o natural. Lo más aconsejable en este último caso es subdividir la sección en trapecoidales y emplear el computador (figura 1.21).

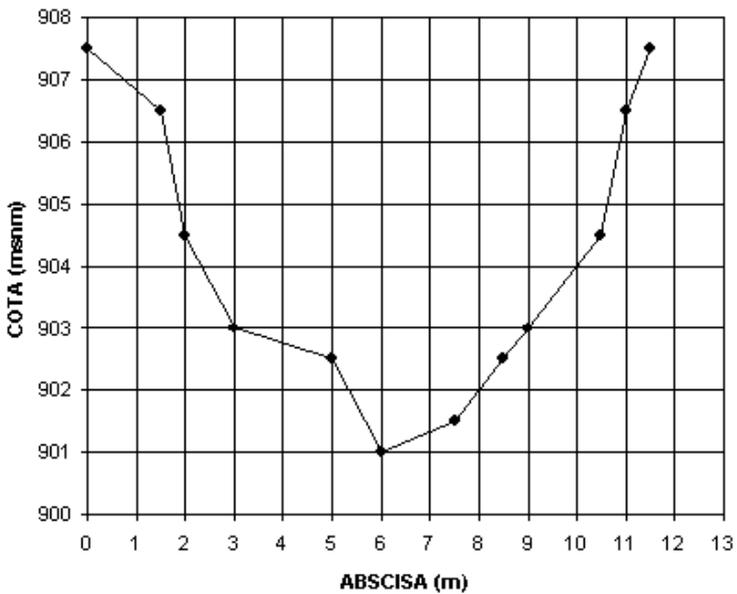


FIGURA 1.21

### EJEMPLO 1.1

Demostrar que si un canal rectangular es muy ancho, el radio hidráulico equivale a la profundidad de la sección.

## SOLUCIÓN

Se tiene de la tabla 1.3:

$$R_H = \frac{by}{b + 2y}$$

Después de dividir la anterior expresión entre el ancho de la sección  $b$ , ésta se transforma en:

$$R_H = \frac{y}{1 + \frac{2y}{b}}$$

La condición de canal rectangular muy ancho se expresa así:

$$b \rightarrow \infty^+$$

Cuando esto se verifica, el término variable del denominador alcanza el valor límite:

$$\frac{2y}{b} \rightarrow 0$$

Y consecuentemente el denominador tiende a la unidad.

De ello se desprende que:

$$R_H \rightarrow y$$

## 1.2.2 ASPECTOS DE DINÁMICA DE FLUIDOS

Algunos elementos de la dinámica de fluidos, aplicados a hidráulica de canales, pueden abordarse directa y sucintamente, sin tener que esperar a los capítulos por venir.

### 1.2.2.1 VELOCIDAD

Como se indicó antes, (ver sección 1.1.1), la velocidad y la presión constituyen las variables fundamentales del flujo. Por ello se procede en seguida a realizar una revisión de las nociones esenciales relacionadas con la de velocidad.

#### REPRESENTACIÓN FUNCIONAL

En la sección 1.2.1.1, se introdujo la hipótesis de un modelo de flujo en canales conformado por líneas de flujo perpendiculares a la sección. Este grado de idealización coincide con el utilizado en la hidráulica de tuberías y es coherente con la configuración geométrica de un canal, la cual admite el movimiento en la dirección longitudinal, únicamente<sup>39</sup>. Se infiere de aquí, que la sección hidráulica está libre de corrientes

---

<sup>39</sup> Por eso no parece muy conveniente enmarcar, dentro de la hidráulica de canales, problemas relacionados con flujos de escorrentía superficial o en ambientes marino y lacustre. No obstante, se trata evidentemente de flujo a superficie libre.

transversal  $V_x = 0$  y vertical  $V_y = 0$ <sup>40</sup>. Equivale, por otra parte, a afirmar que el flujo en canales se idealiza como *flujo unidimensional*<sup>41</sup>.

De esto se sigue que es posible representar el campo de velocidades por medio de una única componente (colineal con el eje longitudinal del canal):

$$V_s$$

Es factible aceptar que esta idealización es apta para describir situaciones de flujo en canales reales, al menos para la mayor parte de su trazado<sup>42</sup>. Sin embargo, el modelo flujo deja de ser unidimensional en la vecindad de vertederos, compuertas, curvas o en cambios bruscos de sección (como pilas de puentes). En estas zonas las líneas de flujo tienden a presentar forma de espiral y la corriente<sup>43</sup> tiene, en realidad, un carácter de tridimensional. A pesar de ello, es habitual conservar la hipótesis de flujo unidimensional en el tratamiento teórico relacionado con estas particularidades<sup>44</sup>. El trabajo experimental se encarga de producir los correctivos necesarios para asegurar que las expresiones obtenidas produzcan resultados con un adecuado nivel de precisión.

Como es bien conocido, la presencia de las paredes laterales y del fondo determina la formación de gradientes de la *velocidad transversal y vertical* en el plano de la sección. Respectivamente:

$$\frac{\partial V_s}{\partial x}, \frac{\partial V_s}{\partial y} \quad (1.6.)$$

Es de esperar, por ello, que la magnitud de la velocidad varíe de punto en punto en el plano de la sección. Por otra parte, la pendiente del canal, la rugosidad de las paredes laterales y del fondo, la irregularidad de la sección transversal y las modificaciones de alineamiento son factores que hacen que la velocidad  $V_s$  se transforme también a lo largo de la longitud del canal (*gradiente longitudinal*).

$$\frac{\partial V_s}{\partial s} \neq 0 \quad (1.7.)$$

---

<sup>40</sup> Esta afirmación hace referencia más al comportamiento macroscópico que al microscópico. Es claro que en el caso de este último, la influencia de la turbulencia provoca este tipo de corrientes. Es bueno, en este punto, hacer notar nuevamente que la aproximación hidráulica tiene un cariz marcadamente macroscópico, acorde con el enfoque ingenieril. Hace, por tanto, bastante abstracción del detalle, por ejemplo, considera que el citado modelo de flujo es válido aún cuando un observador perciba pequeñas perturbaciones superficiales que se superponen a la corriente principal.

<sup>41</sup> En la literatura en italiano, se denomina *corrientes lineales* a este tipo de idealizaciones.

<sup>42</sup> De ello dan cuenta el amplio trabajo experimental así como el resultado de las experiencias de diseño.

<sup>43</sup> A partir de aquí, se empleará los términos flujo y corriente como sinónimos y en forma indistinta.

<sup>44</sup> F. Domínguez [2] denomina este tipo de condición *singularidad en contorno abierto*.

En fin, una modificación temporal del caudal transmite cambios de igual índole a la velocidad. Por lo tanto, la representación funcional completa de la velocidad debe ser:

$$V_s = V_s(x, y, s, t) \quad (1.8.)$$

### VELOCIDAD MEDIA

Este concepto está ligado a cada sección y a cada instante particular si el flujo es transitorio. De suerte que en una sección ubicada en  $s$  y en un tiempo  $t$ , la velocidad media  $V$  puede evaluarse como:

$$V = \frac{I}{A} \iint_A V_s(x, y, t) dA \quad (1.9.)$$

La integración se realiza para la función  $V_s = V_s(x, y)$  en cada tiempo. De esto se desprende que la velocidad media debe, a su vez, expresarse como:

$$V = V(s, t) \quad (1.10.)$$

### DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES

Una apreciación de las transformaciones que experimenta la velocidad en una sección ubicada en  $s$  y en un tiempo  $t$ , puede hacerse por medio de la gráfica de la función  $V_s = V_s(x, y)$ . Es evidente que al dibujarla aparece una superficie tridimensional.

Esta modalidad no resulta muy práctica. Por consiguiente, es más conveniente servirse de secciones planas deducidas de la representación superficial. Existen dos procedimientos para hacerlo:

#### PERFILES DE VELOCIDAD

Al intersecar la superficie  $V_s = V_s(x, y)$  con planos paralelos al fondo aparece la curva denominada *perfil de velocidad transversal*  $V_s(x, cte.)$  (figura 1.22a). También la curva *perfil de velocidad vertical*  $V_s(cte., y)$  (figura 1.22b) al realizar idéntico procedimiento con planos paralelos a las paredes del canal.

En un flujo laminar<sup>45</sup>, la función  $V_s = V_s(x, y)$  corresponde a una sección de paraboloides<sup>46</sup>.

En caso de tratarse de un flujo turbulento la superficie tridimensional tiene carácter logarítmico, de acuerdo con la *ley universal de velocidades*. Se sigue entonces que los perfiles de velocidad tienen forma parabólica y logarítmica respectivamente.

<sup>45</sup> Una situación bastante ideal, como se mostrará más adelante (ver sección 1.2.6.6).

<sup>46</sup> Es un paraboloides de revolución en un conducto circular que funciona a presión. La velocidad máxima coincide, en este caso, con el eje del conducto.

## ISOTACAS

Al proyectar la superficie  $V_s = V_s(x, y)$  sobre la sección hidráulica se obtienen una serie de líneas concéntricas<sup>47</sup>. Sobre ellas yacen los puntos de la sección que poseen la misma intensidad de velocidad<sup>48</sup>. Cada una de estas líneas, se denomina isotaca.

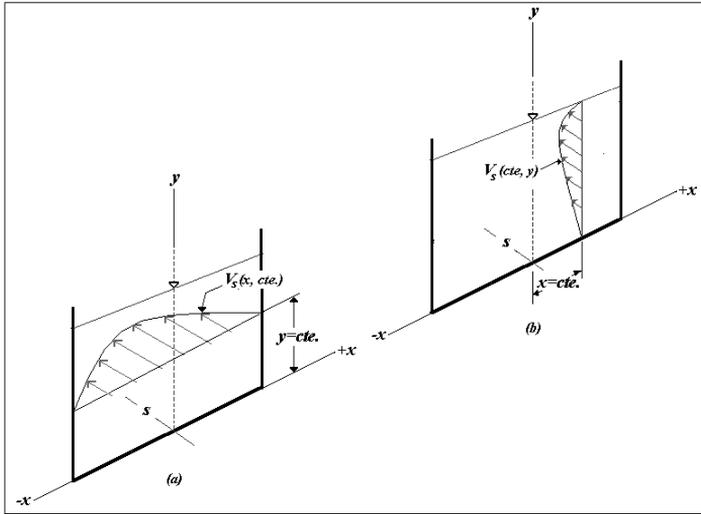


FIGURA 1.22

Esta forma de representar tiene la ventaja de ofrecer una visión más panorámica de la distribución de velocidades en una sección. En consecuencia, resulta la ideal para hacer algunas descripciones relacionadas con ella.

Así, la velocidad tiende a distribuirse simétricamente sobre la sección hidráulica en canales con un recubrimiento liso y flujo turbulento. El patrón de las isotacas guarda coherencia con esta situación y aparece conformado por curvas regulares y simétricas. La velocidad máxima se ubica hacia el centro de la sección y por debajo de la superficie libre (figura 1.23).

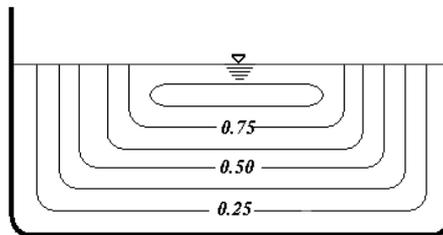


FIGURA 1.23

<sup>47</sup> Las isotacas se muestran como círculos concéntricos en el caso del flujo a presión de una tubería con rugosidad uniforme. Esto, gracias a que la pared uniforme induce a distancias iguales de ella, intensidades iguales de velocidad.

<sup>48</sup> De la misma manera que las curvas de nivel son las proyecciones de las irregularidades topográficas sobre el plano horizontal.

La distribución de velocidades muestra un grado mayor de asimetría en la medida que un canal posee una rugosidad menos homogénea; en modo particular en el caso de las secciones naturales (figura 1.24), pues a este aspecto se une la asimetría formal de esta clase de secciones. La ubicación de la velocidad máxima se traslada del centro a otro eje vertical –próximo a una de las dos orillas– gracias a esta combinación de efectos (figura 1.24).

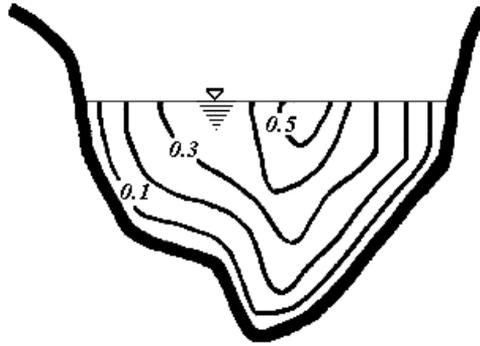


FIGURA 1.24

El tamaño de la sección es otro factor que influye decididamente sobre la distribución de velocidades. En el caso del llamado *canal pequeño* –ancho superficial y profundidad pequeños– el desarrollo de los perfiles de velocidad transversal y vertical no consigue alcanzar un valor constante para la velocidad. Por ejemplo las acequias, las cunetas y quizá las alcantarillas.

Se deriva de lo expuesto hasta aquí, que es complicado, en principio, observar una distribución uniforme de velocidades en un canal.

Sin embargo, una zona central-superior de la sección, esto es, aquella que está suficientemente alejada de las paredes laterales (*canal ancho*) y del fondo (*canal profundo*) podría eventualmente exhibir una distribución uniforme de velocidades<sup>49</sup>. Se denomina, consecuentemente, *canal grande* a todo canal en que se verifiquen en forma simultánea las citadas condiciones geométricas.

Lo complejo de la validación de esta característica ha llevado, en la literatura, a adoptar una idealización intermedia llamada *canal ancho*. Se trata del canal que posee un ancho superficial superior a diez veces su profundidad<sup>50</sup>.

La principal ventaja del concepto de canal ancho es que permite asumir una distribución de velocidades uniforme a lo largo del eje transversal, y por ende, suponer que la velocidad depende de la coordenada longitudinal y de la profundidad  $V_s(s, y)$ .

<sup>49</sup> En caso de verificarse esta situación, la velocidad depende –únicamente– de la coordenada longitudinal y eventualmente del tiempo.

<sup>50</sup> V. T. Chow [1] sugiere que esta condición se verifica para un rango de entre cinco y diez veces la profundidad. No obstante, recomienda que esta consideración se tome para el valor de diez.

## LOCALIZACIÓN DE LA VELOCIDAD MÁXIMA EN LA VERTICAL

La teoría de capa límite predice que el valor máximo de la velocidad debe manifestarse sobre la superficie libre. No obstante, esto no ocurre frecuentemente como consecuencia de la influencia del aire superficial, de los cambios en el alineamiento del canal y de la presencia de corrientes transversales. Lo usual es que ocupe un sitio por debajo de ella, a una distancia que puede variar entre el 0.05 y el 0.2 de la profundidad del canal. Es de anotar que dicha localización tiende a estar más cerca del límite 0.2y en la medida que éste sea más estrecho. En fin, se observa que la velocidad máxima se forma sobre la superficie libre en canales anchos, lisos y rápidos.

### 1.2.2.2 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Se demuestra, en la mecánica de fluidos, que la ecuación de conservación de la masa – o ecuación de continuidad - puede expresarse de la siguiente manera para un líquido (fluido incompresible) que fluye a través de un volumen de control finito,  $\forall_c$  :

$$Q_E - Q_S = \frac{\partial \forall_c}{\partial t} \quad (1.11.)$$

Donde  $Q_E$  y  $Q_S$  simbolizan los caudales totales entrante y saliente del volumen de control.

El balance de aquellos determina una modificación en el contenido de líquido dentro de éste.

Se demuestra, así mismo, que el caudal, el área de la sección y la velocidad media se relacionan mediante la expresión:

$$Q = AV \quad (1.12.)$$

En caso de poderse asumir el flujo como permanente la ecuación de continuidad se reduce a la conocida:

$$Q_E = Q_S$$

En aplicaciones prácticas, es usual definir un tramo longitudinal finito de canal limitado por la sección hidráulica de aguas arriba, 1 y la de aguas abajo, 2. Si el flujo es permanente la continuidad (1.11) se formula, para este caso, de la siguiente manera:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (1.13.)$$

### 1.2.2.3 CAUDAL

En la hidráulica de canales, el concepto de caudal desempeña un papel esencial tanto en la parte teórica como en la aplicativa.

Para la aplicación práctica de la hidráulica –sin distinguir de ésta– el caudal puede mirarse desde dos puntos de vista: producción y transporte.

## PRODUCCIÓN DEL CAUDAL

El caudal que recorre un canal en un instante y punto de éste tuvo su origen más remoto en algún evento de precipitación a lo largo y ancho de la *cuenca* a la que pertenece<sup>51</sup>. Ella es la encargada de procesar la lluvia y transformarla, en buena parte, en las aguas que fluyen sobre la superficie de la cuenca, impulsadas, básicamente, por las pendientes naturales y resistidas por su compleja rugosidad superficial<sup>52</sup>. Se trata, pues, del denominado *caudal de escorrentía*. Un producto en bruto, por repartir –lateralmente– entre el conjunto de canales –naturales o no– que constituyen la *red de drenaje* de la cuenca.

Si bien existen canales concebidos y construidos para actuar específicamente como drenajes –alcantarillados para aguas lluvia, cunetas y otros– la realidad es que todo tipo de canal –independientemente del propósito para el cual fue concebido– debe cumplir la función de drenaje, en mayor o menor grado. Por ejemplo, un vertedero de excedencias (figura 1.25) recibe flujos laterales desde su zona de influencia, los cuales se adicionan a la corriente principal procedente del embalse del que hace parte. Las corrientes naturales cumplen por excelencia esa misión y alrededor de ellas se configura una compleja red de drenaje.

Los lagos y embalses son grandes colectores de estos drenajes. Sirven, a menudo, como origen de canalizaciones, pero también como destino de ellas.

## TRANSPORTE DEL CAUDAL

En el apartado anterior se presentó la explicación más general posible acerca del origen de caudal, al menos en lo que atañe a la hidráulica de canales. Desde esta perspectiva cabe afirmar que el caudal es un *hecho hidrológico*. Debe ahora discutirse sobre la interpretación práctica del caudal que transporta un canal. En síntesis, el caudal que se observa dentro de él en cualquier instante y el que intervendría en los cálculos relacionados con el proyecto de un canal.

En una conducción a presión que dispone de un *salto bruto*, el caudal que ella es capaz de movilizar está relacionado con el diámetro, longitud, rugosidad, número de Reynolds, y variaciones en la geometría (accesorios). De manera que si se toma en cuenta la ecuación de continuidad,  $Q_S$  representa, por ejemplo, el caudal que sale de un embalse situado a la entrada de la conducción.  $Q_E$  el que –como resultado del proceso indicado antes– ingresa al embalse. En la práctica, se trata de dos caudales diferentes y  $Q_S$  es un *caudal operativo*, consecuencia del diseño particular de la conducción<sup>53</sup>. Por ejemplo, si en un instante dado

---

<sup>51</sup> Para la hidrología, todos los canales sean artificiales o naturales, tienen que tener una cuenca asociada. En el límite, podrá pensarse que cada canal tiene su propia cuenca y éste sería su único *colector*.

<sup>52</sup> A parte de la irregularidad propia del material se incluye en esta denominación especial, la del terreno y la vegetación en sus diversos grados.

<sup>53</sup> No se trata, sin embargo, de dos caudales independientes.  $Q_S$  existe gracias al *caudal hidrológico*  $Q_E$ . Es una fracción de éste.

el diámetro fuera inadecuado para los aportes hidrológicos, la conducción no sería capaz de evacuar el suficiente volumen excedente y habría algún desbordamiento en la zona de la presa. Una descripción semejante cabe para el caso de un canal. En esta situación la pendiente, rugosidad, trazado y radio hidráulico fijan la máxima capacidad de transporte de caudal.



FIGURA 1.25

Para evitar un desbordamiento y así garantizar la seguridad de las zonas anexas (por ejemplo, la presa en el caso de un vertedero), un canal se dimensiona para ser capaz de transportar un caudal máximo. Los factores que lo determinan son el periodo de diseño de la obra y el régimen hidrológico local. El primero se hace equivalente al llamado *periodo de retorno*,  $T_R$ . Este parámetro se toma en consideración en los procedimientos hidrológicos habituales, y de esta manera se establece el *caudal de diseño*,  $Q_{TR}$ . Es pues el caudal máximo esperable, durante la vida útil de un canal. A medida que el periodo de retorno sea mayor, el caudal correspondiente y la magnitud de la sección transversal deben crecer correlativamente. Por ello mismo, es procedente asignarle el papel de un auténtico factor de seguridad.

Es de anotar, que es perfectamente factible que un canal acarree a lo largo de su vida útil caudales inferiores al de diseño. El caudal transportado se aproxima bastante al de diseño durante los periodos invernales y en algún momento podría igualarlo. En el verano, este caudal disminuye apreciablemente y a veces un canal dado podría dar la impresión de estar casi seco<sup>54</sup>.

---

<sup>54</sup> Esta situación hace aparecer las canalizaciones – y otras obras hidráulicas – como sobredimensionadas ante el común de la gente. No sobra advertir que se dimensionan para eventos extremos. Como las estructuras de hormigón, para resistir cargas extremas (ver, por ejemplo, la situación de la Fig. 1.6).

## MEDICIÓN DEL CAUDAL Y DE LA VELOCIDAD

Por lo expuesto antes, se infiere que el caudal que puede atravesar un canal debe resultar, en general, bastante variable. Tanto a lo largo de un tramo (variación espacial) como en una sección transversal (variación temporal). El conocimiento instantáneo de un caudal depende de la disponibilidad de una *sección de aforo* y de una *curva de calibración de la sección*. Ésta no es más que la relación funcional entre caudal y nivel de la superficie libre<sup>55</sup>.

Para elaborar la curva es preciso realizar sistemáticamente un procedimiento llamado *aforo de caudal*. Se trata de una campaña de medición por efectuarse durante periodos de invierno y verano hasta alcanzar la más amplia cobertura de la relación nivel del agua caudal.

Una sección transversal para aforos requiere, en general, de una instalación mecánica que permita el desplazamiento del instrumento de medición a lo largo de la dirección transversal de una sección. Se emplea, a menudo, una especie de malacate que se mueve sobre un cable fijo sostenido por sendos postes dispuestos en ambas orillas. Este dispositivo se conoce como *tarabita* (figura 1.26).

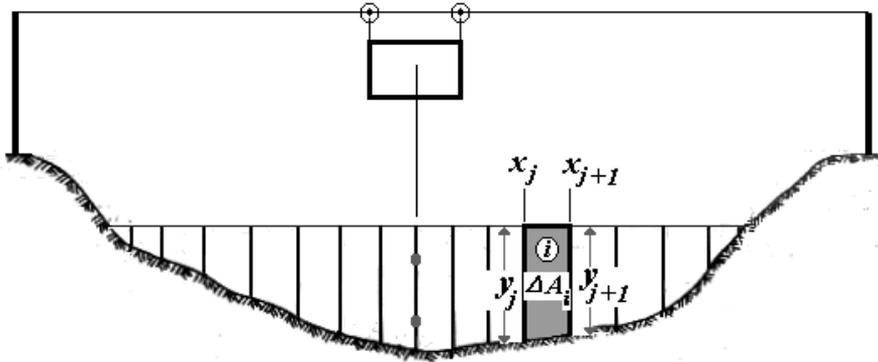


FIGURA 1.26

Un aforo se completa con base en el cálculo de caudales más pequeños, o incrementos de caudal,  $\Delta Q_i$ , cuya suma determina el caudal total sobre la sección hidráulica. Esto es:

$$Q = \sum_{i=1}^m \Delta Q_i \quad (1.14.)$$

Para establecer cada incremento de caudal, es necesario dividir la sección hidráulica en  $m$  pequeñas áreas  $\Delta A_i$  (figura 1.26).

Cada incremento de caudal se evalúa por medio de la ecuación (1.12) debidamente adaptada:

<sup>55</sup> Se profundizará en el tema de la sección de aforos y de la curva en el capítulo 4.

$$\Delta Q_i = \bar{V}_i \Delta A_i \quad (1.15.)$$

$\bar{V}_i$  es la velocidad media asociada al área discreta.

Para el cálculo, ésta se hace equivalente a la media aritmética de las velocidades medias del flujo sobre las verticales  $y_j, y_{j+1}$ . Éstas delimitan la  $i$ -ésima área (figura 1.26).

$$\bar{V}_i = \frac{\bar{V}_j + \bar{V}_{j+1}}{2}$$

La cuantificación de la velocidad media de cada vertical se efectúa con la aplicación de un procedimiento basado en mediciones de ella sobre ciertos puntos de la vertical. Éstos pueden ser la superficie libre,  $sp$ , 20%, 60%, 80% de la profundidad<sup>56</sup> y el fondo,  $f$ . En esta forma se cuenta con lecturas de velocidad  $V_{sp}, V_{0.2}, V_{0.6}, V_{0.8}, V_f$ .

No es necesario efectuar siempre todo el muestreo citado antes. Todo depende de la magnitud de la profundidad en cuestión. Se sugiere medir en un número mínimo de puntos, según unos rangos preestablecidos de la profundidad. En la tabla 1.4 se detallan éstos, así como las ecuaciones que se deben emplear para cada rango.

NÚMERO DE PUNTOS	RANGO DE PROFUNDIDAD $y_j(M)$	EXPRESIÓN PARA CÁLCULO
1	$0.31 \leq y_j \leq 0.61$	$V_j = V_{0.6}$
2	$0.61 < y_j \leq 3.05$	$V_j = \frac{V_{0.2} + V_{0.8}}{2}$
3	$3.05 < y_j \leq 6.10$	$V_j = \frac{V_{0.2} + 2V_{0.6} + V_{0.8}}{4}$
5	$y_j > 6.10$	$V_j = \frac{V_s + 3V_{0.2} + 2V_{0.6} + 3V_{0.8} + V_f}{10}$

TABLA 1.4<sup>57</sup>

En las aplicaciones más inmediatas de la hidráulica de canales basta con realizar mediciones en uno y dos puntos.

Para la medición puntual de la velocidad se emplea un instrumento conocido como *correntómetro o molinete*. Se trata, en esencia, de una hélice atada a un lastre con forma hidrodinámica (asemeja un torpedo)<sup>58</sup>. Se controla por medio de un cable, el cual sirve, además, para ubicarlo dentro de la corriente. Se orienta allí en sentido contrario al flujo,

<sup>56</sup> Se determina inicialmente el valor de la profundidad en el sitio donde se desea medir. El instrumento se ubica por debajo de la superficie a una distancia equivalente al 20% de la profundidad establecida, y así sucesivamente.

<sup>57</sup> Ver [4].

<sup>58</sup> El radio de la hélice determina la máxima profundidad a la que puede descender el instrumento para medir una velocidad. Equivale a la profundidad de la vertical menos el radio de la hélice. Esta lectura produce  $V_f$ .

que se encarga de hacer girar la hélice. La calibración interna del instrumento traduce un determinado número de giros en una lectura convencional de velocidad.

El instrumento se usa también para establecer los valores de las profundidades que delimita cada área elemental. Ésta puede entonces calcularse como un trapecio:

$$\Delta A_i = \frac{\Delta x}{2} (y_j + y_{j+1}) \quad (1.16.)$$

Donde  $\Delta x$  simboliza la distancia entre dos verticales consecutivas<sup>59</sup>. Esto es:

$$\Delta x = x_{j+1} - x_j$$

Acorde a esto, el área total de la sección equivale a:

$$A = \sum_i \Delta A_i \quad (1.17.)$$

Una vez conocidos el caudal (1.14) y el área de la sección (1.17), la velocidad media de la sección se determina como es costumbre:

$$V = \frac{Q}{A}$$

#### 1.2.2.4 CLASIFICACIÓN CINEMÁTICA DEL FLUJO EN CANALES

La profundidad, la velocidad media o el caudal de un flujo a superficie libre pueden transformarse a lo largo del trazado de un canal y durante un tiempo dado. Simbólicamente:

$$Q = Q(s, t)$$

$$V = V(s, t)$$

$$y = y(s, t)$$

Se puede establecer una clasificación cinemática del flujo en canales con base en un examen de las posibles variaciones espacio-temporales de las citadas variables.

#### CRITERIO TEMPORAL

Se distinguen dos tipos de flujo:

---

<sup>59</sup> El cable transversal se encuentra debidamente marcado para indicar al operario donde debe colocar el aparato en cada medición. Se acostumbra efectuarlas con un espaciamiento constante ( $\Delta x = \text{cte.}$ ).

## FLUJO PERMANENTE<sup>60</sup>

Se entiende que el flujo en un canal presenta esta característica cuando el caudal que transporta es independiente del tiempo. Se admite, por consiguiente, que el caudal varía espacialmente  $Q = Q(s)$ <sup>61</sup>, o bien que es constante.

En estas condiciones, la profundidad del flujo es también independiente del tiempo,  $y = y(s)$ , de suerte que el nivel de la superficie libre muestra una forma invariable en el tiempo. Idéntico comportamiento se manifiesta para la velocidad media de cada punto  $V = V(s)$ . Se expresa operativamente de la siguiente manera:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (1.18.)$$

La última condición indica que la aceleración local es nula.

## FLUJO TRANSITORIO<sup>62</sup>

Se concluye que en un canal se produce un transitorio cuando el caudal que lleva cambia con el tiempo, sin necesidad de descartar que también ello ocurra espacialmente. Puede aceptarse, intuitivamente, que la variación del caudal afecta la profundidad del flujo en una sección dada del canal,  $s_m$ . Este efecto se traslada a la velocidad media, para satisfacer la ecuación de continuidad, entre otras. En estas circunstancias,  $y = y(s_m, t)$  y  $V = V(s_m, t)$ .

En flujo transitorio se percibe que la configuración geométrica de la superficie libre se transforma a lo largo del tiempo y el flujo se acelera localmente. Por tanto:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 \quad (1.19.)$$

En la realidad práctica resulta difícil de observar una corriente que sea estrictamente permanente. En primer lugar, porque no es factible garantizar un suministro constante de caudal, de manera que los desajustes de éste son algo normal. Es posible comprobar este hecho con la ayuda de un *limnógrafo*. Este instrumento, que se instala habitualmente anexo a una sección de aforos, consta de un tanque, un flotador, un brazo mecánico y un tambor montado sobre un mecanismo de relojería. El tanque se halla comunicado – por medio de un tubo - con la sección transversal del canal y de esta manera recibe la influencia de las variaciones de nivel que se ocasionan allí. El flotador es excitado por ellas y las transmite al brazo, que las señala, a su vez, en el papel instalado sobre el tambor.

---

<sup>60</sup> Se le llama también *flujo estacionario*.

<sup>61</sup> A lo largo del trazado el caudal puede aumentar cuando el canal funciona como colector de influjos laterales puntuales (afluentes) o espacialmente distribuidos, en el caso de captar flujos de escorrentía. Eventualmente puede disminuir si se derivan flujos de él, para ser utilizados en riegos.

<sup>62</sup> Se le conoce también como *flujo no permanente*.

La inestabilidad de la turbulencia causa también desajustes en la condición permanente, especialmente en los contornos sólidos de rugosidad irregular. Es pues, muy complicado observar una superficie libre de apariencia inmutable<sup>63</sup>.

A pesar de esto, es corriente asumir en la práctica de la ingeniería que el flujo se comporta como permanente, excepto cuando se presentan las siguientes situaciones:

### CRECIENTES

Se denomina así a la modificación progresiva que sufre el caudal que conduce un canal, como consecuencia del ingreso a él de alguna escorrentía superficial. Este proceso se completa durante un tiempo finito y afecta a todo el tramo de canal a partir de la zona de aguas arriba donde se ha producido una precipitación<sup>64</sup>. Se entiende, por ende, que el efecto modificador se traslada desde aguas arriba a lo largo del canal, como una especie de ola.

La figura 1.27 muestra una representación típica e idealizada de ésta, llamada *hidrógrafa* o *hidrograma*. Su aspecto geométrico puede registrar variaciones, que se explican en factores como las características geométricas, fisiográficas y ambientales de la cuenca<sup>65</sup>.

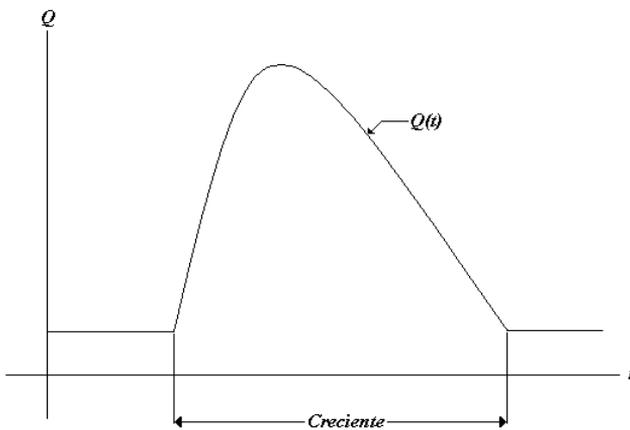


FIGURA 1.27

Se asume para los propósitos prácticos que el flujo es permanente a la izquierda y a la derecha del hidrograma (figura 1.27), justamente antes del inicio de la rama ascendente de la curva y al final de la descendente (fase de agotamiento)<sup>66</sup>.

El caudal pico (o máximo) del hidrograma se utiliza para dimensionar la sección transversal de un canal artificial en condiciones de flujo permanente.

<sup>63</sup> En este sentido, un observador parado en una orilla percibe que la apariencia de la superficie cambia continuamente. Es cruzada continuamente, por ejemplo, por pequeñas ondas superficiales.

<sup>64</sup> Es claro que se hace referencia es a la zona de influencia de la lluvia.

<sup>65</sup> Estas propiedades determinan, por ejemplo, que la curva sea más plana o no.

<sup>66</sup> El flujo previo y posterior se denomina *flujo base*, especialmente en el caso de canales naturales. En el caso de la Fig. 1.6 se observa un *flujo base de verano*.

## OPERACIÓN DE UNA COMPUERTA<sup>67</sup>

Una compuerta es un dispositivo empleado para modificar la velocidad y la profundidad en las zonas de aguas arriba y abajo de ella<sup>68</sup>.

Se trata de una estructura hidráulica que se coloca dentro de un canal. En su forma más simple consiste de una lámina plana y vertical sostenida en sendos montantes laterales dotados de rieles<sup>69</sup>(figura 1.28). Se denomina, por ello, *compuerta plana vertical deslizante*.

Su cuerpo impide el transcurso normal de la corriente, salvo por un reducido espacio (orificio) - comprendido entre el fondo del canal y la parte inferior de la estructura - por donde se produce el paso del flujo. Este orificio –rectangular– tiene una altura variable,  $a$ , fijada por la operación de la compuerta hacia arriba (abre) o abajo (cierra) (figura 1.28)<sup>70</sup>. Es justamente el funcionamiento descrito, el responsable de causar el cambio en la condición del flujo. Éste resulta ser muy semejante al que se da en un tanque de nivel constante al cerrar o abrir una válvula de regulación.



FIGURA 1.28

Con el fin de comprender cómo una compuerta provoca un flujo transitorio considérese una del tipo citado antes, la cual opera a un grado de apertura  $a_o$  (figura 1.29a). En tal situación puede asumirse, sin pérdida de la generalidad, que se establece un patrón de flujo permanente  $y(s, t_o)$ , el cual aguas arriba asemeja a una condición de embalse y aguas abajo de chorro (figura 1.29a).

<sup>67</sup> Se hace referencia a la compuerta por razones pedagógicas. No implica, por tanto, que sea el único caso en que una estructura pueda inducir un transitorio, y en el capítulo 3 se citarán –y detallarán– otros casos similares. Estos transitorios no son tan importantes, desde el punto de vista del diseño, como sí lo es el correspondiente a una creciente. Su interés esencial es la descripción del paso de un estado estacionario a otro.

<sup>68</sup> Hace parte de un grupo especial de estructuras hidráulicas, llamadas *de control del flujo* (ver capítulo 4).

<sup>69</sup> El sistema de soporte requiere que el canal sea rectangular en esa zona.

<sup>70</sup> Se acostumbra llamar a  $a$ , *grado de apertura*.

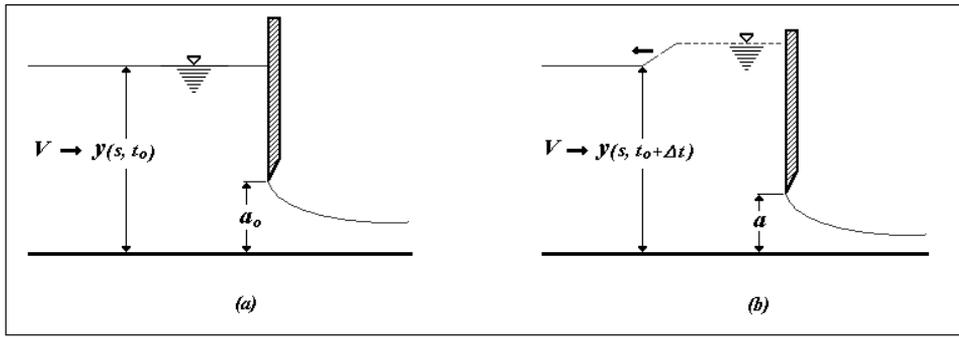


FIGURA 1.29

Supóngase ahora que la compuerta se cierra de golpe hasta alcanzar la posición  $a$  ( $a < a_0$ ) (figura 1.29b). Como consecuencia de esto, se altera la configuración de la superficie libre en ambas zonas de la corriente. El proceso se desarrolla, en forma progresiva, a partir de ambos extremos de la compuerta. Se observa un aumento de la profundidad hacia aguas arriba y un adelgazamiento de la superficie libre hacia aguas abajo (figura 1.29b). La operación de la compuerta promueve, por tanto, dos fenómenos ondulatorios – uno por cada sentido - de características diferentes. Aguas arriba se causa un aumento de volumen y una disminución en el sentido contrario. De esta manera se tiene, al cabo del tiempo  $t_0 + \Delta t$ , el panorama ilustrado en la figura 1.29b<sup>71</sup>.

Pasado un tiempo adicional, se restablece la calidad de flujo permanente en toda la zona adyacente, aunque el aspecto de la superficie libre luce ahora diferente.

Lo expuesto con anterioridad lleva a concluir que la operación de la compuerta induce un transitorio cuya finalidad es producir una nueva condición estacionaria.

Resulta interesante ahora indagar sobre la naturaleza cinemática de la perturbación originada en la actuación de la compuerta. Su función es “transmitir” los cambios ocasionados en ella y propagarlos hacia las zonas de arriba y abajo. Se le designa por esta razón *pulso elemental*<sup>72</sup>. El que remonta la corriente se llama *pulso positivo*, mientras que el que viaja con ella *pulso negativo*. La razón para ello es que el primero es una protuberancia (aumenta el volumen) y el segundo es una depresión. El frente de onda correspondiente al pulso positivo se halla detallado en la figura 1.29b.

En la hidráulica de canales es materia de fundamental importancia establecer cuál es la velocidad – o *celeridad* - de este pulso. Se le simboliza con  $c$ .

Para tal efecto existe una metodología que se apoya en las ecuaciones de continuidad y de momentum. A fin de lograr una cierta simplificación puede emplearse alternativamente un

<sup>71</sup> El caudal resulta claramente afectado durante el cierre. Al disminuirse el tamaño del orificio, aguas abajo decrece el caudal descargado, luego  $Q_E > Q_S$ . A partir de esto, se entiende porqué se incrementa la profundidad de aguas arriba (ecuación 1.11)

<sup>72</sup> Algunas veces se usa el término *onda elemental*.

resultado específico de la hidrodinámica clásica. Éste tiene que ver con el tratamiento de las llamadas *ondas de gravedad*. Así se procederá aquí.

Considérese un gran volumen de agua (lago o mar) de profundidad constante,  $y$ . Supóngase que a través de él se traslada un barco. Tras su movimiento queda un oleaje que se superpone a la corriente propia de ese ambiente. Puede idealizarse como un tren de ondas con longitud de onda,  $\lambda$ , (figura 1.30) y altura  $H$ .

Si:

i)  $H \ll y$ <sup>73</sup>

ii)  $H \ll \lambda$

Se demuestra<sup>74</sup> que la velocidad de propagación,  $c$ , de cada onda se expresa de la siguiente manera:

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) \quad (1.20.)$$

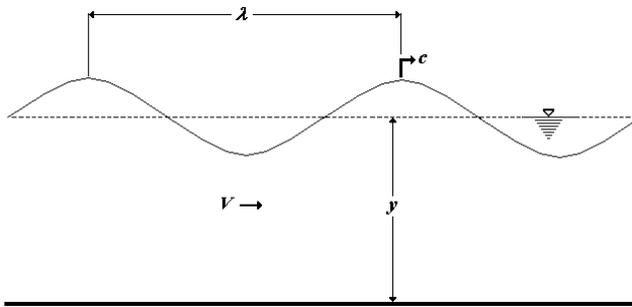


FIGURA 1.30

Un fenómeno de estas características se denomina *onda de pequeña amplitud*.

Si se asume, además, que la longitud de onda es apreciablemente mayor que la profundidad de la corriente,  $\lambda \gg y$ , el argumento de la función  $\tanh$  se aproxima a cero en la (1.20):

$$\frac{2\pi y}{\lambda} \rightarrow 0 \Rightarrow$$

$$\tanh\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) \approx \frac{2\pi y}{\lambda}$$

Después de substituir estos últimos en la (1.20) se obtiene:

<sup>73</sup> La altura de la onda equivale al doble de su *amplitud*.

<sup>74</sup> Ver por ejemplo [3].

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \times \frac{2\pi y}{\lambda}$$

O bien:

$$c = \sqrt{gy} \tag{1.21.}$$

Que es la celeridad de una *onda larga*, u *onda poco profunda*.

Lo interesante de este resultado es que es asimilable al comportamiento de la propagación originada en la operación de la compuerta, de suerte que el pulso elemental puede catalogarse de onda poco profunda.

## CRITERIO ESPACIAL

### FLUJO VARIADO

Considérese un flujo inicialmente permanente,  $Q = cte$ . Los efectos de la pendiente, rugosidad, irregularidad de la sección y cambios de alineamiento inducen variaciones en la profundidad a lo largo del trazado de un canal, esto es,  $y(s)$ . Esta condición se denomina *flujo variado*.

Por otro lado, la ecuación de continuidad requiere que la velocidad media dependa también de la posición  $V(s)$ .

Es evidente que en una situación de flujo variado existe aceleración convectiva:

$$\frac{\partial V}{\partial s} \neq 0$$

A partir de esta relación es posible identificar dos clases de comportamiento del flujo variado. Si:

$$\frac{\partial V}{\partial s} > 0 \quad \text{Flujo acelerado}$$

$$\frac{\partial V}{\partial s} < 0 \quad \text{Flujo retardado}$$

Puede introducirse una clasificación adicional con base en la rapidez de la variación del flujo acelerado o retardado:

### FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Se percibe en un tramo dado de un canal que la profundidad varía poco. La velocidad responde en forma idéntica:

$$\frac{\partial y}{\partial s} > 0 \Leftrightarrow \frac{\partial V}{\partial s} < 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial V}{\partial s} > 0$$

### FLUJO RÁPIDAMENTE VARIADO

Se aprecia una gran variación de la profundidad en un tramo dado de canal. La velocidad presenta una variación igual:

$$\frac{\partial y}{\partial s} \gg 0 \Leftrightarrow \frac{\partial V}{\partial s} \ll 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} \ll 0 \Leftrightarrow \frac{\partial V}{\partial s} \gg 0$$

El flujo rápidamente variado se puede observar en las proximidades de una compuerta (especialmente hacia aguas abajo), un vertedero, un salto hidráulico<sup>75</sup> (figura 1.31), un cambio en la sección transversal (por ejemplo en la pila de un puente).

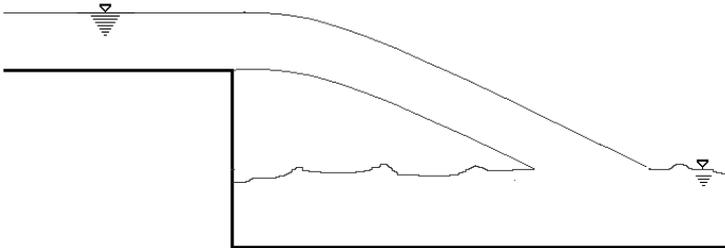


FIGURA 1.31

Así mismo, en el llamativo fenómeno del resalto hidráulico<sup>76</sup> (figura 1.32).

El flujo gradualmente variado se conforma, en la práctica, como resultado de la evolución espacial del rápidamente variado. Por esta razón puede afirmarse que es relativamente corto comparado con aquel, que de esta manera tiende a ocupar la mayor parte del trazado de un canal.

Esto se percibe con claridad hacia el centro de la figura 1.32. El flujo se comporta como rápidamente variado en la zona empinada. Como gradualmente variado hacia los extremos derecho e izquierdo.

<sup>75</sup> El término *caída hidráulica* también se utiliza frecuentemente.

<sup>76</sup> También se aprecia en el extremo inferior izquierdo de la Fig. 1.28.



FIGURA 1.32

## FLUJO UNIFORME

En un canal el flujo es uniforme si la profundidad no cambia a lo largo de éste:

$$\frac{\partial y}{\partial s} = 0 \quad (1.22.)$$

Esta condición de flujo uniforme sólo se puede materializar si los siguientes factores se preservan constantes a lo largo de un canal<sup>77</sup>:

Sección transversal  
 Pendiente del canal  
 Rugosidad  
 Alineamiento horizontal

Al mantenerse inmodificada la sección transversal y la profundidad a lo largo del canal, se concluye que los elementos geométricos de la sección (área del flujo especialmente) se conservan así mismo invariables en el flujo uniforme.

El hecho de que el área de flujo se mantenga constante constriñe a la velocidad media a conservarse también invariable a lo largo de un canal, esto es, no hay aceleración convectiva en flujo uniforme:

$$\frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (1.23.)$$

Un canal que tiene las características citadas se denomina *canal prismático*<sup>78</sup>. Se desprende de aquí que un canal natural es *no prismático*. Uno artificial podría ser también no prismático.

---

<sup>77</sup> Por el momento estas condiciones deben aceptarse sin justificación, pues ésta requiere de conocimientos que están por desarrollarse aún. No obstante, la noción elemental de los principios de energía y continuidad podría ayudar a obtener alguna comprensión.

*A partir de las condiciones citadas para establecer flujo uniforme y de lo expuesto antes, se concluye que un requerimiento indispensable para su existencia es que el canal sea prismático.*

A pesar de todo lo dicho, es imposible establecer flujo uniforme a lo largo de todo el trazado de un canal prismático. Deben excluirse, por ejemplo, las zonas sometidas a flujo rápidamente variado y la transición de éste a gradualmente variado. De esto resulta que el flujo uniforme sólo puede aparecer en un canal como una evolución del gradualmente variado<sup>79</sup>.

En fin, el flujo en un canal se caracteriza, en general, por ser variado y transitorio. Durante una creciente, por ejemplo, la profundidad cambia de punto en punto y de tiempo en tiempo. Un flujo uniforme transitorio es en teoría factible pero de muy difícil verificación en la práctica.

En el caso particular del diseño de canales, es habitual asumir como predominante la condición de flujo gradualmente variado. Las zonas sometidas a rápidamente variado –como las compuertas, vertederos, curvas, etc.– aportan las condiciones de borde indispensables para el cálculo del flujo gradualmente variado. Este enfoque hace parte de una primera fase del diseño y a menudo se considera suficiente para propósitos prácticos<sup>80</sup>.

Puede ser necesario, eventualmente, llevar a cabo un análisis más exhaustivo que considere efectos transitorios. Se trata, no obstante, de una etapa avanzada del diseño<sup>81</sup>.

### 1.2.2.5 COEFICIENTES DE CORIOLIS Y BOUSSINESQ

Las ecuaciones de energía y momentum expresadas en forma integral utilizan promedios del campo de velocidad (distribución uniforme de velocidades). Esta aproximación produce errores en la estimación de la energía cinética ( $V^2/2g$ ) y del flujo de cantidad de movimiento ( $\rho QV$ ).

Por consiguiente, ellas deben incluir coeficientes de corrección aplicados sobre esos términos. Se les designa como coeficiente de Coriolis,  $\alpha$ , y de Boussinesq,  $\beta$ , respectivamente. Es factible estimarlos, en un canal, mediante la comparación entre los campos de velocidad y el promedio de ésta, de acuerdo con las expresiones generales:

$$\alpha = \frac{I}{A} \iint_A \left( \frac{V_s}{V} \right)^3 dA \quad (1.24.)$$

---

<sup>78</sup> La condición de prismático puede entenderse, en este sentido, como la homogeneidad de ciertos parámetros asociados a un canal.

<sup>79</sup> Por ello, un canal requiere de una longitud adecuada para que esta evolución pueda concluir en flujo uniforme (*canal largo*).

<sup>80</sup> Por esta razón, la formación básica de ingeniero civil está dirigida a acometer la solución de problemas de flujo permanente en canales.

<sup>81</sup> Es indispensable la utilización del computador. La carencia, hasta épocas recientes, de equipos con una buena disponibilidad de memoria hacia rara este tipo de profundización, a no ser que fuera estrictamente necesario.

$$\beta = \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{V_s}{V} \right)^2 dA \quad (1.25.)$$

En ellas  $A$  simboliza el área de la sección.

De ambas ecuaciones resulta claro que los dos coeficientes tienden al valor límite de  $1.0$  cuando la distribución de velocidades se aproxima a la velocidad media, esto es, a una distribución uniforme de ella. En flujo turbulento a presión suele ocurrir así, sobre todo para números de Reynolds elevados. Por eso, se acostumbra asignar  $1.0$  para ambos coeficientes en la práctica cotidiana de la hidráulica de tuberías.

Una distribución uniforme de velocidades sobre la sección es más complicada de esperar en la hidráulica de canales, por las razones ya expuestas en la sección 1.2.2.1.

Ven Te Chow<sup>82</sup> asigna, en su obra, un rango de variabilidad para ambos coeficientes en canales prismáticos. Cada uno procede de evidencias experimentales y de diseño:

$$1.03 \leq \alpha \leq 1.36$$

$$1.01 \leq \beta \leq 1.12$$

El valor tiende a ser menor en la medida que el canal pueda catalogarse como grande, y mayor cuando se hace pequeño, lo cual es coherente con lo expuesto en la sección 1.2.2.1.

No obstante esto, se acostumbra muchas veces usar coeficientes unitarios en las aplicaciones prácticas con canales prismáticos, pues se asume que el error introducido está por debajo de otros de índole diferente encontrados en las aplicaciones de ingeniería.

En cuanto a los canales naturales, la labor experimental muestra que los coeficientes se apartan bastante de los límites superiores encontrados para canales prismáticos. En esta variedad de secciones la distribución de velocidades es poco uniforme, lo que explica tales resultados. En estos casos es común hallar valores superiores a  $1.6$  para el coeficiente de Coriolis y de  $1.2$  para el de Boussinesq.

En condiciones de creciente, cuando funcionan los canales laterales, tienden a ser aún más altos, incluso de hasta  $\alpha = 2.0$  y  $\beta = 1.33$ .

Estas apreciaciones de los coeficientes son bastante generales. Una estimación más particular –y precisa– involucra efectuar mediciones de la velocidad en cada situación. Con éstas se construyen las curvas isotacas descritas en la sección 1.2.2.1.

Para los cálculos se emplean las expresiones (1.24) y (1.25), las cuales se aproximan de la siguiente manera:

---

<sup>82</sup> Ver [1].

$$\alpha = \frac{I}{AV^3} \sum_k V_k^3 \Delta A_k \quad (1.26.)$$

$$\beta = \frac{I}{AV^2} \sum_k V_k^2 \Delta A_k \quad (1.27.)$$

Donde  $\Delta A_k$  es el área comprendida entre dos isotacas consecutivas;  $V_k$  el promedio aritmético de la velocidad de ambas, esto es, la velocidad representativa de dicha área. El procedimiento se realizaba, hasta épocas relativamente recientes, en forma bastante manual; en particular, el relacionado con la medida del área, donde intervenía un planímetro. Actualmente, un computador alimentado con los datos de campo efectúa dicha labor. Es evidente que el método es más confiable en la medida que se tenga una mayor cantidad de datos de campo<sup>83</sup>.

Se puede usar alternativamente otro procedimiento<sup>84</sup> basado en la estimación de la velocidad máxima y media.

$$\alpha = 1 + 3\varepsilon^2 - 2\varepsilon^3 \quad (1.28.)$$

$$\beta = 1 + \varepsilon^2 \quad (1.29.)$$

Donde:

$$\varepsilon = \frac{V_M}{V} - 1 \quad (1.30.)$$

El método parece ser bastante recomendable para aplicarlo con pequeñas corrientes, en las que sea válida la aproximación  $V = V_{0.6}$  (ver tabla 1.4). En estos casos, la velocidad máxima podría ser tanteada dentro de la zona comprendida entre la superficie libre y el 20 % de la profundidad.

### 1.2.2.6 REGÍMENES DE FLUJO

Los regímenes de flujo aparecen en la mecánica de fluidos con base en la comparación entre las fuerzas que intervienen en el flujo. En hidráulica de canales interesan básicamente los de<sup>85</sup>:

<sup>83</sup> En este sentido, resulta conveniente emplear un correntómetro acorde al tamaño de la sección hidráulica donde se mide.

<sup>84</sup> Ver [1].

<sup>85</sup> Se trata de las fuerzas predominantes. La tensión superficial, por ejemplo, no se tiene en cuenta, dado que sus efectos sólo se manifiestan a pequeña escala.

## RÉGIMEN DE REYNOLDS

Resulta al relacionar la fuerza inercial del flujo con la de resistencia viscosa que éste desarrolla. Esto da lugar al llamado número de Reynolds:

$$\Re = \frac{Vl}{\nu} \quad (1.31.)$$

En donde  $V$  es la velocidad media del flujo,  $l$  es una longitud característica, que en el flujo a superficie libre equivale al radio hidráulico, y  $\nu$  es la viscosidad cinemática.

En un conducto circular presurizado, este número se expresa en función del diámetro:

$$\Re = \frac{Vd_o}{\nu} \quad (1.32.)$$

El número de Reynolds tiene entre otras utilidades la de clasificar el flujo en:

Flujo laminar  
Flujo de transición  
Flujo turbulento

Experiencias desarrolladas en flujo a presión muestran que éste se mantiene laminar hasta números de Reynolds inferiores a 2000.

Se va ahora a explorar la posibilidad práctica de existencia del flujo laminar en un canal. Para ello, se utiliza el límite, ya citado, en flujo a presión. Para hacerlo aplicable en flujo a superficie libre, se transforma el diámetro del tubo en el radio hidráulico, por medio de la conocida equivalencia  $d_o = 4R_H$ . La expresión del número de Reynolds en un canal queda, consecuentemente, en la siguiente forma (ecuación 1.32):

$$\Re = \frac{4VR}{\nu} \quad (1.33.)$$

Por tanto, para que el flujo sea laminar en un canal, debe verificarse que:

$$\Re = \frac{4VR}{\nu} \leq 2000 \quad (1.34.)$$

Así, el límite superior del número de Reynolds se reduce en un canal a:

$$\Re \leq 500$$

Si se considera agua a  $20^\circ C$  (valor bastante representativo) la viscosidad cinemática correspondiente es  $1 \times 10^{-6} m^2 s^{-1}$ . De aquí se sigue que el producto entre la velocidad

media y el radio hidráulico tiene que mantenerse en el siguiente rango para formar flujo laminar (ecuación 1.34):

$$VR_H \leq 0.0005 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

En el diseño de un canal es necesario tomar en cuenta también una velocidad mínima<sup>86</sup>. Una empleada a menudo es la de  $0.6 \text{ ms}^{-1}$ . Si se adopta esta cifra, la desigualdad se transforma en:

$$R_H \leq 0.00083 \text{ m}$$

Significa que el radio hidráulico debe alcanzar como máximo el valor señalado para que la corriente a superficie libre tenga la velocidad mínima indicada y el flujo sea laminar.

Se relacionan, finalmente, los valores de  $(b, y)$  que satisfacen este requerimiento en un canal rectangular (tabla 1.5). En ella se asume una profundidad del flujo y se despeja el ancho de la sección rectangular. Se hace uso de la expresión correspondiente para el radio hidráulico, contenida en la tabla 1.3.

$y \text{ (mm)}$	$b \text{ (mm)}$
0.95	13.1
1.0	9.8
2.0	2.8
3.0	2.3
4.0	2.1
5.0	2.0
10.0	1.8

TABLA 1.5

Resulta evidente que las dimensiones obtenidas son demasiado pequeñas para un canal de realización práctica.

Por eso se descarta la posibilidad práctica de establecimiento del régimen de flujo laminar en problemas de hidráulica de canales. Por consiguiente, se asumirá, en toda la exposición venidera que el flujo está en régimen turbulento.

### RÉGIMEN DE FROUDE

Aparece cuando se compara la fuerza de inercia con la de gravedad. Da lugar al *número de Froude* definido por:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gl}}$$

---

<sup>86</sup> Con el propósito de evitar que el material en suspensión se deposite en el fondo del canal.

Donde  $V$  es la velocidad media y  $l$  es una longitud característica. En el caso del flujo a superficie libre se toma la profundidad hidráulica,  $D$ , como longitud característica. Luego:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (1.35.)$$

Ya fue realizada una interpretación del término  $\sqrt{gD}$ , en la sección 1.2.2.4. Equivale pues a  $c$ , o celeridad del pulso elemental desarrollado sobre un canal de profundidad  $y$ <sup>87</sup>. De acuerdo con esto, es factible expresar el número de Froude también como:

$$F = \frac{V}{c} \quad (1.36.)$$

Un primer examen de la expresión permite especular acerca de los límites del número de Froude (deben ser positivos):

$$0 \leq F < \infty$$

Una revisión posterior muestra que el intervalo definido puede ser dividido en otros. Para ello se acude a la ecuación (1.36), de la que se infieren los posibles valores relativos de  $V$  y  $c$ :

$$V < c \quad (1.37.)$$

$$V = c \quad (1.38.)$$

$$V > c \quad (1.39.)$$

De las ecuaciones (1.37), (1.38) y (1.39) se concluye que el número de Froude admite, respectivamente, tres intervalos de definición:

$$0 \leq F < 1 \quad (1.40.)$$

$$F = 1 \quad (1.41.)$$

$$1 < F < \infty \quad (1.42.)$$

De este resultado se sigue que el flujo a superficie libre se subdivide en tres tipos de flujo, según el régimen de Froude:

---

<sup>87</sup> En el caso tratado inicialmente aparecía  $y$  en vez de  $D$ . En aquel entonces se consideraba un ambiente de profundidad constante ( $D = y$ ). Las secciones transversales distintas de la rectangular poseen diferentes profundidades y utilizar  $D$  parece ser, además, mas representativo a la hora de evaluar el número de Froude. Esta situación será revisada en el capítulo 3.

## FLUJO SUBCRÍTICO<sup>88</sup>

Corresponde a la condición descrita por la (1.37) o la (1.40). La onda elemental remonta la corriente. Es el caso ilustrado en la compuerta de la figura 1.29b.

## FLUJO SUPERCRÍTICO

La onda elemental es arrastrada por el flujo. Lo describe (1.39) o (1.42). Se produce, por ejemplo, durante la operación de una compuerta en su zona de aguas abajo (figura 1.28).

## FLUJO CRÍTICO

La onda elemental permanece estacionaria con relación a la corriente. Se ajusta a las expresiones (1.38) y (1.41).

Lo expuesto en esta sección puede entenderse también como una manera complementaria de clasificar el flujo en canales. Por ejemplo, es posible tener flujo gradualmente variado subcrítico y supercrítico.

## CONTROL HIDRÁULICO

En la sección 1.2.2.4 se presentó la operación de una compuerta como ejemplo de una estructura hidráulica que modifica una corriente aguas arriba y aguas abajo de ella. Se mostró que el cambio lo lleva a cabo un pulso de celeridad  $c$  que viaja desde la compuerta en ambas direcciones. Al relacionar este argumento con lo expuesto en la sección 1.2.2.6, se concluye que el flujo aguas arriba de la compuerta tiene que ser subcrítico y aguas abajo de ella tiene que ser supercrítico.

*Una sección transversal de un canal, donde sea factible distinguir régimen subcrítico hacia aguas arriba y régimen supercrítico hacia aguas abajo se denomina control hidráulico.*

Se trata de algo más que una simple definición. El control hidráulico es el único punto del canal facultado para modificar una corriente subcrítica o una supercrítica. Esto es, para variar el número de Froude de aguas arriba y el de aguas abajo. Adicionalmente, sólo es viable producir flujo subcrítico desde aguas abajo hacia aguas arriba y supercrítico en forma inversa<sup>89</sup>.

Otros ejemplos de control hidráulico son los vertederos, cambios de sección y salto hidráulico.

El concepto de control hidráulico es, quizá, el más importante de la hidráulica de canales, pues se constituye en la herramienta clave para comprender fenómenos propios de ésta.

*Baste pensar que sólo a través de esta noción puede entenderse el porqué resulta posible establecer innumerables profundidades (o niveles hidráulicos)*

---

<sup>88</sup> Resulta admisible decir también régimen o estado subcrítico o régimen o estado turbulento, etc.

<sup>89</sup> La razón es que un flujo subcrítico sólo es posible si  $\mathcal{F} < 1$ . Esto requiere que necesariamente  $V < c$  o que el pulso remonte la corriente, y así establezca el cambio. El flujo supercrítico es factible únicamente si  $\mathcal{F} > 1$  y por tanto  $V > c$ . El pulso viaja en el mismo sentido de la corriente.

*en una sección transversal cualquiera de un canal con caudal, pendiente y rugosidad conocidos (e inmodificables).*

*A partir de esto, puede afirmarse, con certeza, que es el control hidráulico quien aporta la variable o dato que sirve para cerrar un problema de hidráulica de canales, el cual, de otra forma quedaría abierto.*

La anterior no es más que una simple introducción al concepto de control hidráulico, pero resulta ser imprescindible para guiar los desarrollos que vendrán a continuación.

Se volverá a tocar este tema, de manera muy especial, en los capítulos 2, 3 y 4.

## 1.3 EJERCICIOS PROPUESTOS

1.3.1 Deducir las expresiones utilizadas para calcular las propiedades de la sección trapezoidal simétrica (tabla 1.3).

1.3.2 Repetir el ejercicio 1.3.1, para el caso de una sección circular.

1.3.3 Demostrar que para una sección circular de diámetro  $d_o$  el ancho superficial es un máximo si  $y = d_o / 2$ .

1.3.4 Probar que la profundidad del flujo y la profundidad hidráulica están relacionadas por medio de la expresión:

$$D = \kappa y$$

Donde  $\kappa$  es una constante igual o inferior a la unidad. Por ejemplo, en una sección triangular simétrica equivale a 0.5.

1.3.5 Demostrar que en un canal trapezoidal profundo  $\kappa$  se aproxima a 0.5.

1.3.6 Construir una gráfica que relacione el talud de un canal trapezoidal con el parámetro  $\kappa$ .

## REFERENCIAS

- [1] Ven Te Chow (1959): *Open Hydraulics Channels*; Mc Graw Hill Inc., Nueva York.
- [2] Francisco J. Domínguez G. (1959): *Hidráulica*; Editorial Universitaria, Santiago de Chile.
- [3] Horace Lamb (1932): *Hydrodynamics*; Dover, Londres.
- [4] E. F. Schulz (1973): *Problems in Applied Hydrology*; Water Resources Publications, Fort Collins, EE.UU.



## 2.

# PRINCIPIO DE ENERGÍA EN HIDRÁULICA DE CANALES

El principio de energía constituye la herramienta esencial de la hidráulica. Aparece como una reformulación del teorema de Bernoulli para tomar en consideración la energía disipada por el movimiento.

La fundamentación y aplicación del principio resulta relativamente simple en la hidráulica de tuberías, especialmente porque el concepto de profundidad del flujo carece en ella de sentido, gracias a la condición, justamente, de confinado.

Lo contrario sucede en la de canales donde la profundidad se incorpora activamente al principio y crea así una dificultad conceptual y aplicativa adicional.

En este capítulo se hace un primer contacto con estas novedades a través de la exploración de la relación profundidad presión y de la introducción de la noción de energía específica.

En este sentido se dará una amplia atención al concepto de función de energía específica y a la gráfica o curva asociada a ella.

La complejidad de los conceptos requiere que su desarrollo se haga en forma paulatina. Es el caso del régimen crítico que aún deberá formularse con cierta provisionalidad y cuyo estudio más completo deberá aplazarse para el siguiente capítulo.

Se avanzará en el conocimiento de los flujos subcrítico y supercrítico.

## 2.1 DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN EN UN CANAL

### 2.1.1 DISTRIBUCIÓN HIDROSTÁTICA DE PRESIONES

El estudio de la distribución de presión en líquidos en reposo, muestra que ésta deriva de efectos gravitatorios –únicamente– y conduce al *principio fundamental de la hidrostática*<sup>90</sup>:

$$H_p = Z + \frac{P}{\gamma} = cte \quad (2.1.)$$

$H_p$  es la llamada *carga piezométrica*<sup>91</sup>, que se define como la adición de las cargas de posición<sup>92</sup> y de presión.

En la (2.1) la suma de ambas se conserva constante al descender o ascender en el seno de la masa líquida en reposo. El valor de la constante coincide con la cota topográfica de la superficie libre del líquido,  $Z_w$ , si sobre ésta actúa la presión atmosférica. Por tanto, se puede escribir:

$$H_p = Z + \frac{P}{\gamma} = Z_w \quad (2.2.)$$

Una consecuencia de (2.2) es que la presión varía linealmente a partir de la superficie libre:

$$p = \gamma(Z_w - Z) \quad (2.3.)$$

La (2.2) y la (2.3) son dos formas alternas de lo que se conoce como *ley hidrostática de presiones*. Se dice, también, que representan una *distribución hidrostática de presiones*.

*Una distribución hidrostática de presiones requiere que la suma de las cargas de posición y presión sea constante. Así mismo, que ésta sea equivalente al nivel de la superficie libre, cuando sobre la superficie del líquido actúa la presión atmosférica, como es el caso de un canal.*

La dinámica de fluidos aborda el problema de la distribución de presiones para los líquidos en movimiento. Se sirve para ello del *sistema de ecuaciones de Euler*<sup>93</sup>. Para el propósito interesa mirar sólo las correspondientes a la sección transversal de un volumen de control o conducción (*eje n, eje b*)<sup>94</sup>.

---

<sup>90</sup> Véase, por ejemplo, [1].

<sup>91</sup> Los términos *cota, altura o cabeza* también se utilizan en la literatura.

<sup>92</sup> Se trata de la cota topográfica del fondo. El término *carga* se emplea para adecuarla a la terminología energética.

<sup>93</sup> Ver por ejemplo [1].

<sup>94</sup> El sistema de ejes (*s, n, b*) se conoce en la mecánica de fluidos como *sistema coordinado de la línea de flujo*. En la mecánica general, como *ejes de la trayectoria*. Su origen se desplaza sobre la línea de flujo; por

Eje  $n$ :

$$\frac{V_s^2}{gr_c} = -\frac{\partial}{\partial n} \left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) \quad (2.4)$$

Eje  $b$

$$0 = \frac{\partial}{\partial b} \left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) \quad (2.5)$$

Una primera aproximación a la distribución de presiones en la sección, parte de suponer que las líneas de flujo son rectas (o se acercan bastante a esta condición). En tal caso  $r_c \rightarrow \infty$  y el término de la aceleración centrífuga tiende a cero<sup>95</sup>:

$$\frac{V_s^2}{gr_c} \rightarrow 0 \quad (2.6)$$

De acuerdo con este resultado la (2.4) se reescribe:

$$0 = -\frac{\partial}{\partial n} \left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) \quad (2.7)$$

Las ecuaciones (2.7) y (2.5) pueden ahora integrarse fácilmente y producen un resultado común:

$$Z + \frac{p}{\gamma} = cte$$

Que es el mismo obtenido antes, (2.1).

La dinámica de fluidos acepta mantener la hipótesis de distribución hidrostática de presiones, en aquellas circunstancias en que pueda desprejarse el efecto de la aceleración centrífuga.

En situaciones en que las líneas de flujo tienen un radio de curvatura finito, se habla, por consiguiente de una *distribución no hidrostática de presiones*.

Se observa ésta en canales de fondo curvo y en otros casos donde las líneas de flujo tienen curvatura apreciable, especialmente en una corriente rápidamente variada<sup>96</sup>.

---

esta razón el sistema de versores anexo  $(\hat{i}, \hat{n}, \hat{b})$  se denomina *triedro móvil*. El versor  $\hat{i}$  es tangente a la trayectoria, por tanto los restantes están contenidos en un plano normal a él.

<sup>95</sup> En este caso, se dice que el flujo es *paralelo*.

<sup>96</sup> Esta modalidad de flujo se denomina *curvilíneo*.

Existe otra condición que induce una distribución no hidrostática de presión, aún si el fondo del canal es recto. Se origina en un detalle adicional de la hidráulica de canales y que no aparece en la hidrostática: la superficie libre de un canal se inclina por efecto del desarrollo del flujo.

Antes de plantear el principio de energía, es necesario examinar las dos situaciones citadas.

### 2.1.2 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN UN CANAL DE FONDO RECTO

La ya mencionada inclinación de la superficie libre hace indispensable revisar el procedimiento que conduce a la determinación de la carga de presión y de la piezométrica.

Se tiene, en consecuencia, un canal de fondo plano e inclinación conocida,  $\theta$ . Se considera un punto  $m$  situado sobre el fondo. Como éste es recto, la presión depende del peso del líquido actuante en  $m$ . Para evaluarlo, se define el paralelepípedo infinitesimal, de cara  $ABCD$  y centrado en el eje  $n$  (originado en el punto  $m$ ). La altura del sólido descrito es  $d$ , en tanto que su base está formada por el lado  $\delta$  (normal al plano de esta hoja) y la longitud  $ds$ , colineal con el eje del canal (figura 2.1<sup>97</sup>).

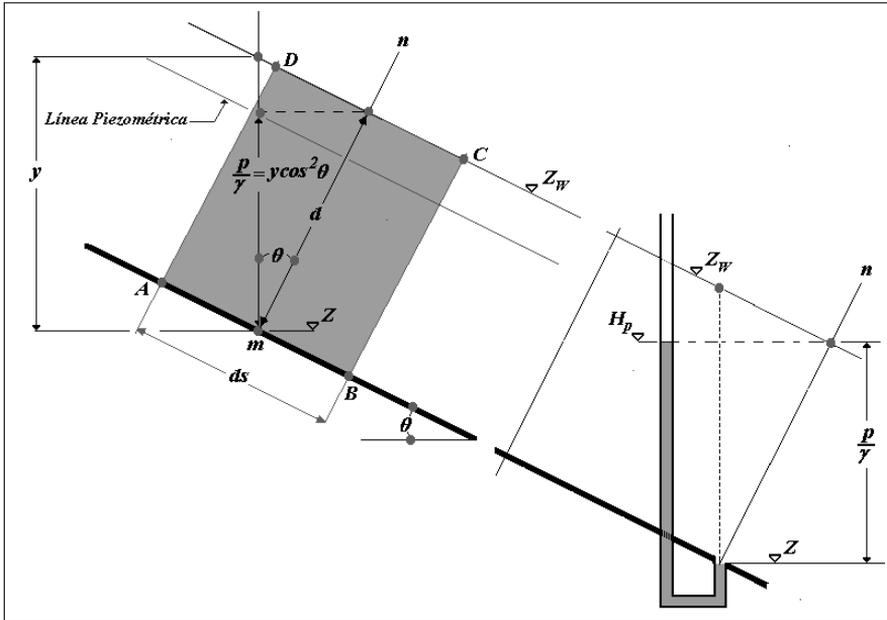


FIGURA 2.1

El peso correspondiente al volumen del paralelepípedo, se calcula mediante la expresión:

$$dW = \gamma \cdot ds \cdot \delta \cdot d \quad (2.8.)$$

La línea  $d$  es la proyección de la  $y$  (ecuación 1.1):

<sup>97</sup> La figura ha sido elaborada con las mismas suposiciones empleadas para la Fig. 1.4.

$$d = y \cos \theta \quad (2.9.)$$

Después de llevar la (2.9) a la (2.8) se obtiene:

$$dW = \gamma \cdot ds \cdot \delta \cdot y \cos \theta \quad (2.10.)$$

El peso elemental crea una presión total  $p_m$  sobre el punto  $m$ :

$$p_m = \frac{dW}{\delta \cdot ds} \quad (2.11.)$$

La (2.10) en la (2.11) da:

$$p_m = \gamma y \cos \theta \quad (2.12.)$$

Una vez se divide esta ecuación entre  $\gamma$ , se consigue una primera aproximación a la carga de presión:

$$h' = \left( \frac{p}{\gamma} \right)' = y \cos \theta \quad (2.13.)$$

Ésta es aún colineal con el eje  $n$ , de suerte que es preciso proyectarla en la dirección  $y$  para trasladarla al plano vertical. Así se determina la carga de presión  $h$ :

$$h = h' \cos \theta \quad (2.14.)$$

La combinación de la (2.13) con la (2.14) lleva finalmente a:

$$h = \frac{p}{\gamma} = y \cos^2 \theta \quad (2.15.)$$

Se desprende de la (2.15) que el valor de la carga de presión es inferior al de la profundidad  $y$ . El desfase entre ambas depende de  $\cos^2 \theta$  y, por tanto, está relacionado con la pendiente del canal.

El resultado (2.15) substituido en la expresión (2.1) produce:

$$H_p = Z + y \cos^2 \theta \quad (2.16.)$$

Según la (1.3):

$$Z_w = Z + y$$

Al comparar las dos últimas ecuaciones, se observa que difieren en  $\cos^2 \theta$ , y así  $H_P < Z_W$ . Se concluye, en consecuencia, que:

*En un canal de inclinación dada, la carga piezométrica está ubicada por debajo de la superficie libre y, por consiguiente, la línea piezométrica no coincide con la línea de la superficie libre<sup>98</sup>. Se confirma de esta manera, que en este caso, la distribución de presiones no es hidrostática.*

A pesar de este resultado, es interesante indagar acerca del error que se cometería al utilizar la profundidad en lugar de la carga de presión. Éste se muestra en la tabla 2.1.

$S_0$ (%)	$\theta$ (°)	$\cos^2 \theta$	$y$ (m)	$p/\gamma$ (m)	Error (%)
0.5	0.286	1.000	2.000	2.000	0.002
1.0	0.573	1.000	2.000	2.000	0.010
2.0	1.146	1.000	2.000	1.999	0.040
3.0	1.718	0.999	2.000	1.998	0.090
4.0	2.291	0.998	2.000	1.997	0.160
5.0	2.862	0.998	2.000	1.995	0.249
6.0	3.434	0.996	2.000	1.993	0.359
7.0	4.004	0.995	2.000	1.990	0.488
8.0	4.574	0.994	2.000	1.987	0.636
9.0	5.143	0.992	2.000	1.984	0.803
10.0	5.711	0.990	2.000	1.980	0.990

TABLA 2.1

En ella se toma el rango de pendientes ya empleado para definir el concepto de sección transversal (ver sección 1.2.1.1). Para hacer más ilustrativa la comparación, se supone constante la profundidad ( $y = 2$  m). Con ésta en la (2.15), se calcula el valor de la carga de presión y se evalúa el error porcentual.

Puede advertirse que éste es mínimo para los canales de pendiente pequeña, usadas en las aplicaciones habituales de la ingeniería hidráulica (ver sección 1.2.1.1).

En conclusión, para pendientes inferiores al 10% (5.71°) puede trabajarse con las siguientes simplificaciones:

1. La profundidad de la corriente equivale a la carga de presión:

$$y = \frac{p}{\gamma} \quad (2.17.)$$

2. La línea piezométrica del canal coincide con su superficie libre:

$$H_P = Z + y = Z_W \quad (2.18.)$$

<sup>98</sup> Esto implica que un piezómetro embocado en el fondo de la sección transversal marca un nivel situado por debajo del de la superficie libre (Fig. 2.1, extremo derecho).

Planteado de esta manera, el resultado concuerda con el clásico obtenido en el caso de la hidrostática, y se dice que es válida la hipótesis de distribución hidrostática de presiones.

*Resulta evidente que se induce una distribución no hidrostática de presiones<sup>99</sup> para canales de pendiente grande.*

### 2.1.3 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN UN CANAL DE FONDO CURVO

Es inevitable eludir el sentido de la curvatura; por tanto se pueden presentar dos situaciones: *canal cóncavo* o *canal convexo*. Para simplificar el procedimiento, se abordará el estudio en forma simultánea (figuras 2.2 y 2.3).

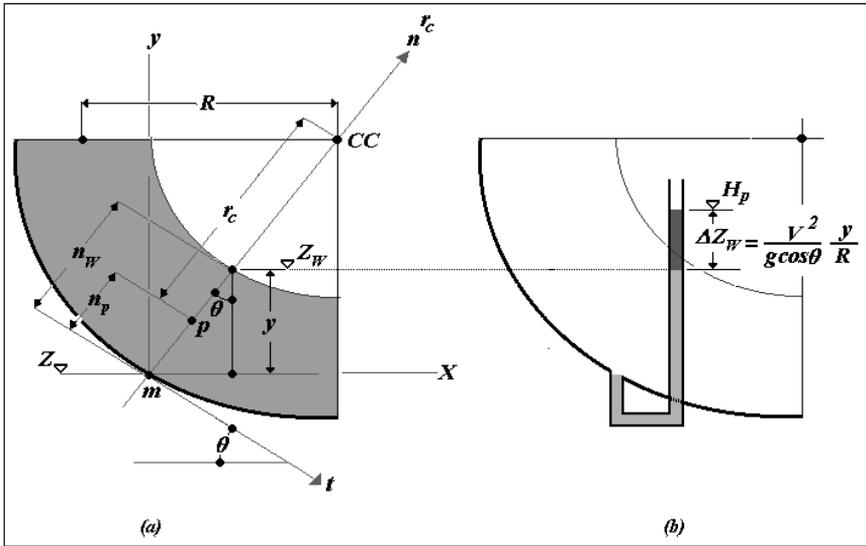


FIGURA 2.2

En ambos se considera un tramo curvo aislado de canal y sobre el fondo de él se coloca el punto  $m$ . Desde éste, se traza el sistema de ejes  $(n, t)$ , así como el de la profundidad,  $y$ . El radio de curvatura  $r_c$  de cada línea de flujo es colineal con el eje  $n$ . Para sendas situaciones, la disposición geométrica es prácticamente igual, salvo por el sentido de los ejes. El eje  $n$  y el radio de curvatura tienen el mismo sentido para el canal cóncavo, mientras que el opuesto para el convexo. El desarrollo deductivo resulta idéntico, excepto por el cuidado que se debe prestar a la mencionada diferencia (que en su momento será necesario resaltar).

La componente  $n$  de la ecuación de Euler de un punto  $p$  dentro de ambos canales es (2.4):

$$\frac{V_s^2}{gr_c} = -\frac{\partial}{\partial n} \left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) \quad (2.19.)$$

Para evaluar el desfase con relación a la distribución hidrostática, es preciso recalcular la cota piezométrica. Llegar a la solución exacta es un poco complicado, en vista de que la

<sup>99</sup> No obstante que la presión se origina aún en efectos gravitatorios.

velocidad es función de la coordenada  $n^{100}$ . Dado que se pretende es tener una idea sobre esta discrepancia, se sigue un camino más simple, que supone una distribución uniforme de velocidades (e igual a la velocidad media) a lo largo de  $n$ , y un radio de curvatura igual al radio medio,  $R$ , de la curva:

$$\begin{aligned} V_s &= V \\ r_c &= R \end{aligned} \tag{2.20.}$$

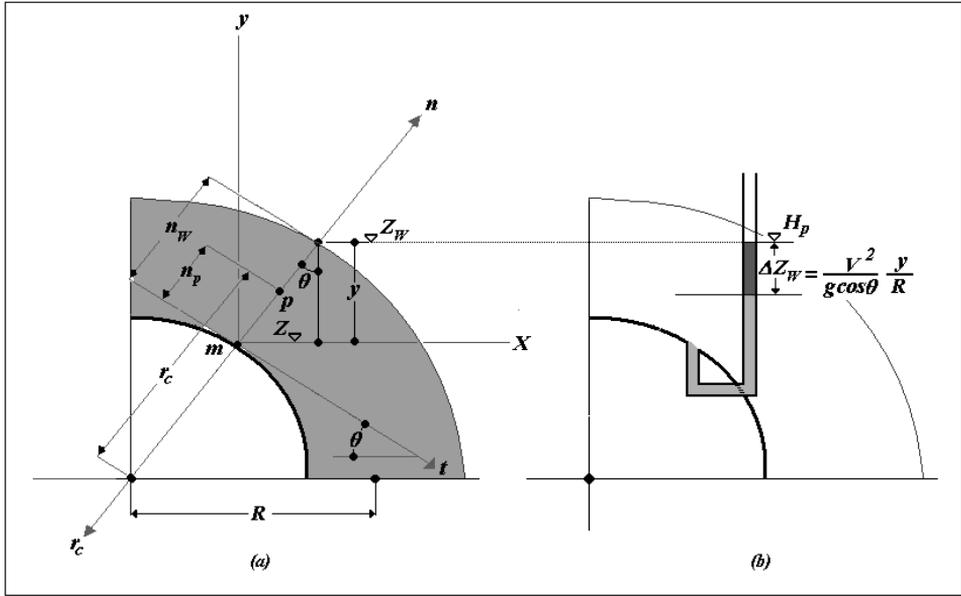


FIGURA 2.3

Con base en (2.20), la (2.19) se transforma en:

$$\frac{V^2}{gR} = -\frac{\partial}{\partial n} \left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) \tag{2.21.}$$

El miembro izquierdo de esta expresión es constante, por ende la integración es inmediata:

$$\left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) = cte - \frac{V^2}{gR} n \tag{2.22.}$$

En la superficie libre,  $n = n_w$ , se tiene que  $Z = Z_w$ ,  $p = 0$ . Acorde a esta condición de borde la (2.22) se expresa de la siguiente forma:

<sup>100</sup> Dado que en el flujo turbulento el perfil de velocidad se aproxima bastante al perfil formado por la velocidad media, el error inducido no sería muy alto en este caso. El grado de aproximación sería más alto si el canal fuera grande (ver sección 1.2.2.1).

$$Z_w = cte - \frac{V^2}{gR} n_w \quad (2.23.)$$

Después de substraer la (2.23) de la (2.22) se llega a:

$$\left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) - Z_w = \frac{V^2}{gR} (n_w - n) \quad (2.24.)$$

La (2.24) se puede reorganizar convenientemente:

$$\left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) = Z_w + \frac{V^2}{gR} (n_w - n) \quad (2.25.)$$

La (2.25) representaría una distribución hidrostática de presiones, de no ser por el segundo término del miembro derecho. Por tanto se introduce la expresión:

$$\Delta Z_w = \frac{V^2}{gR} (n_w - n) \quad (2.26.)$$

Se trata de un factor que mide el desfase de la cota piezométrica con relación a la superficie libre.

Para estimar el efecto sobre el fondo, se hace  $n = 0$  en la (2.26). Luego:

$$\Delta Z_w = \frac{V^2 n_w}{gR} \quad (2.27.)$$

La (2.27) permite evaluar el signo del desfase de la cota piezométrica, a partir de un análisis similar de las variables que la conforman:

$$\frac{V^2}{g} > 0$$

$$\frac{n_w}{R} \begin{cases} > 0 \\ < 0 \end{cases}$$

Esta última según se trate respectivamente de un canal cóncavo o de uno convexo.

Lo más conveniente, en consecuencia, es reescribir la (2.27) así:

$$\left( Z + \frac{p}{\gamma} \right) = Z_w \pm \Delta Z_w \quad (2.28.)$$

En esta ecuación el signo positivo se debe emplear para un canal cóncavo y el negativo para uno convexo.

Este resultado permite establecer la posición aproximada<sup>101</sup>, con respecto a la superficie libre, de la línea piezométrica:

Canal cóncavo. El nivel piezométrico se ubica por encima de la superficie libre.

Canal convexo. El nivel piezométrico se localiza por debajo de la superficie libre<sup>102</sup>.

Si se tiene en cuenta que  $n_w - n = d$  (figura 1.4), la (2.26) puede cambiarse en:

$$\Delta Z_w = \frac{V^2 d}{gR} \quad (2.29)$$

En las figuras 2.2 y 2.3:

$$n_w = \frac{y}{\cos \theta}$$

Al llevar esta sustitución a la (2.27) ésta se transforma en:

$$\Delta Z_w = \frac{V^2}{g \cos \theta} \frac{y}{R} \quad (2.30.)$$

El factor de desviación, así presentado, incluye además el efecto de la inclinación del fondo del canal ( $\cos \theta$ ).

Después de substituir la (2.30) en la (2.28) se obtiene:

$$Z + \frac{p}{\gamma} = Z_w \pm \frac{V^2}{g \cos \theta} \frac{y}{R} \quad (2.31.)$$

Una manipulación apropiada de ésta permite evaluar la presión:

$$p = (Z_w - Z) \gamma \pm \left( \frac{V^2}{g \cos \theta} \frac{y}{R} \right) \gamma \quad (2.32.)$$

El primer término del miembro derecho simboliza la variación hidrostática de la presión (ecuación 2.3). El segundo corresponde al incremento o decremento - por los efectos

<sup>101</sup> En virtud de las suposiciones realizadas para lograr la integración de la ecuación de Euler.

<sup>102</sup> Este resultado se comprueba al embocar un piezómetro en el fondo de ambos tipos de canal (Fig. 2.3 y Fig. 2.4).

combinados de pendiente y de inercia – de la presión. En estas condiciones, se corrobora que la distribución de presiones no es hidrostática en un canal curvo.

Con base en las figuras 2.2 y 2.3:

$$y = Z_w - Z$$

La (2.32) se transforma finalmente en:

$$\frac{p}{\gamma} = \left( 1 \pm \frac{V^2}{gR \cos \theta} \right) y \quad (2.33.)$$

De (2.33) se desprende que:

La carga de presión es superior a la profundidad en canales cóncavos.

La carga de presión es inferior a la profundidad en canales convexos.

Esta ecuación define en una forma más general la carga de presión, al incluir conjuntamente el efecto gravitatorio (corregido por la pendiente) y el inercial. En un canal cóncavo la inercia refuerza la “presión gravitatoria” y en el convexo la debilita.

La expresión (2.33) - y similares - tienen una utilidad básicamente cualitativa, a causa de las suposiciones introducidas con el fin de facilitar la integración de la ecuación de Euler. Entre éstas, la que atañe a la velocidad es más real que la del radio de curvatura<sup>103</sup>. Por ello, cualquier empleo de ellas, con este propósito, debe hacerse con reserva.

La (2.33) sirve de apoyo para afirmar que la distribución de presiones se aleja más del modelo hidrostático en la medida que la corriente es más rápida y el ángulo mayor (mayor pendiente en el sitio).

A partir de la (2.33) se plantea un hecho interesante desde el punto de vista práctico: en un canal convexo (signo negativo en la corrección) la presión en el fondo podría llegar a anularse en algún momento, si concurrieran condiciones geométricas y cinemáticas adecuadas. Podría también descender por debajo de cero y provocar el fenómeno de la *cavitación*. Esta eventualidad debe preverse en el diseño de canales destinados a corrientes a alta velocidad, como, por ejemplo, vertederos.

Un flujo curvilíneo puede aparecer también en canales de fondo plano, en la vecindad de una estructura hidráulica, como una compuerta (figura 2.4), por ejemplo. La convexidad de las líneas de flujo cerca de las tomas piezométricas induce el descenso del nivel en los piezómetros, por debajo del de la superficie libre. Este efecto se hace más notable hacia la parte inferior de la compuerta, como lo ilustra el diagrama de presiones anexo a la figura.

---

<sup>103</sup> Especialmente en flujo subcrítico (ver sección 2.3.2.3).

En síntesis, el valor elevado de la pendiente y la curvatura del fondo del canal - o de las líneas de flujo - impiden mantener la hipótesis de una distribución hidrostática de presiones. Sin embargo, existe una diferencia substancial entre ambas situaciones. En canales de pendiente alta, la cota piezométrica se sitúa un valor constante por debajo de la superficie libre. Esto no sucede, evidentemente, en presencia de alguna curvatura (ver figura 2.4).

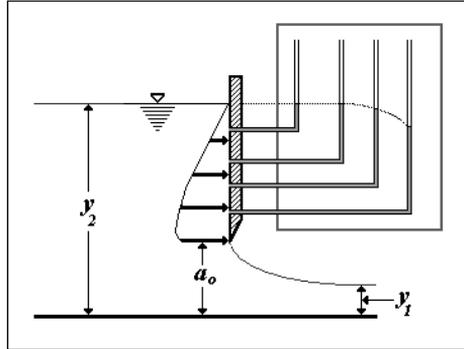


FIGURA 2.4

## 2.2 PRINCIPIO DE ENERGÍA

### 2.2.1 CARGA HIDRÁULICA

Considérese un tramo de canal de inclinación dada,  $\theta$ , limitado por dos secciones transversales arbitrarias ubicadas en las abscisas  $X_1$  y  $X_2$  (figura 2.5). Supóngase así mismo que el régimen es permanente.

La energía por unidad de peso del líquido en cualquier sección, o *carga hidráulica de la corriente*,  $H$ , se obtiene a partir de la siguiente expresión general:

$$H = Z + \frac{P}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.34.)$$

En donde:

$$\alpha \frac{V^2}{2g}$$

Se denomina indistintamente carga, cabeza, altura o cota de velocidad (o cinética). A pesar de esto, de aquí en adelante se utilizará el término carga cinética<sup>104</sup>.

En el caso de un canal con pendiente cualquiera, los resultados (2.15) y (2.9) establecen:

<sup>104</sup> Tal como se ha hecho ya con el resto de componentes involucrados en la (2.34).

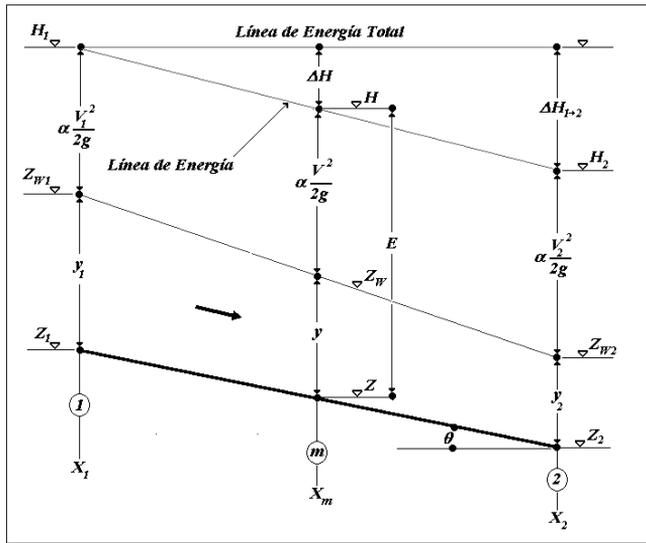


FIGURA 2.5

$$h = \frac{p}{\gamma} = y \cos^2 \theta$$

$$d = y \cos \theta$$

De la combinación de ambas aparece:

$$\frac{p}{\gamma} = d \cos \theta \quad (2.35.)$$

Al substituir la (2.35) en la (2.34), ésta se transforma en:

$$H = Z + d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.36.)$$

O su forma equivalente, según la (2.15):

$$H = Z + y \cos^2 \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.37.)$$

Cualquiera de las expresiones (2.34), (2.36) o (2.37) simboliza, sin restricción de inclinación<sup>105</sup>, la carga hidráulica para un canal.

En canales de pendiente pequeña (ver sección 1.2.1.1 y tabla 2.1)  $\cos^2 \theta$  se aproxima a la unidad.

<sup>105</sup> A través de un procedimiento similar puede encontrarse una ecuación para la carga en un canal curvo. Se debe, sin embargo, tener en cuenta las aproximaciones empleadas para su deducción. Ver ejemplo 2.1.

En tal situación, la carga hidráulica se simplifica en:

$$H = Z + y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.38.)$$

Dado que en este libro se hace especial énfasis en canales de pendiente pequeña, ésta será la ecuación que se empleará, salvo advertencia en contrario, para determinar la carga hidráulica.

## 2.2.2 PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE ENERGÍA

Entre las dos secciones transversales extremas de un canal (figura 2.5), la conservación de la energía se escribe así:

$$H_1 = H_2 + \Delta H \quad (2.39.)$$

$\Delta H$  representa la parte de la carga hidráulica cedida, o que no puede reutilizarse para el movimiento. Esto es, aquello que se denomina habitualmente una *pérdida de energía* o también, una *pérdida hidráulica*.

Como es bien conocido, tiene su origen en efectos friccionales en el interior de la corriente y en variaciones geométricas de la conducción.

La línea que une las cargas hidráulicas extremas  $H_1$  y  $H_2$  es la *línea de energía* (figura 2.5). Su pendiente se simboliza con  $S_f$ .

La línea que une  $ZW_1$  y  $ZW_2$  es la ya mencionada línea piezométrica, que coincide con la superficie libre en un canal de pendiente pequeña. Su pendiente se designa con  $S_w$ .

### EJEMPLO 2.1

Considérese un canal rectangular cóncavo que transporta un caudal conocido. Expresar la carga hidráulica en términos de  $y$ .

SOLUCIÓN

De (2.33) en (2.34):

$$H = Z + \left( 1 + \frac{V^2}{gR \cos \theta} \right) y + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

O también:

$$H = Z + y + \frac{V^2}{g} \left( \frac{y}{R \cos \theta} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

De acuerdo con la continuidad:

$$V = \frac{Q}{A}$$

Dada la inclinación del canal, el área del flujo debe expresarse en términos de  $d$  (ver sección 1.2.1.1):

$$A = bd$$

Después de substituir las dos últimas ecuaciones en la expresión para la carga, se obtiene:

$$H = Z + y + \frac{Q^2}{gb^2 d^2} \left( \frac{y}{R \cos \theta} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

Ya que (1.1):

$$d = y \cos \theta$$

Una vez se reemplaza ésta en la anterior, se llega finalmente a:

$$H = Z + y + \frac{Q^2}{gb^2 y^2 \cos^2 \theta} \left( \frac{y}{R \cos \theta} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

## 2.3 ENERGÍA ESPECÍFICA

El concepto de energía específica es de uso exclusivo de la hidráulica de canales. Se trata, por tanto, de otra noción que sirve para marcar diferencia con la de tuberías.

### 2.3.1 DEFINICIÓN

La carga hidráulica utiliza como referencia un plano horizontal arbitrario, el mismo del que se sirve la carga de posición,  $Z^{106}$ . La *energía específica*,  $E$ , es también una carga hidráulica, pero medida desde el fondo de un canal<sup>107</sup>.

En virtud de la inclinación de éste, cada sección transversal posee su propio origen para la energía específica. Le confiere, pues, un carácter de movilidad, que no tiene el de  $H$ .

Lo expuesto y la figura 2.5 permiten formular una ecuación para la energía específica. En ella se aprecia que la energía específica es la suma de las cargas de presión y cinética:

---

<sup>106</sup> El nivel de referencia se denomina a menudo *datum*. El medio del mar oficia muchas veces como tal.

<sup>107</sup> Podría llamarsele también *carga específica*. Esta denominación es menos empleada que la de energía específica.

$$E = y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.40.)$$

A partir de esta representación y de la (2.38) se establece el vínculo entre  $H$  y  $E$ :

$$H = Z + E \quad (2.41.)$$

Con base en la (2.41), la conservación de la energía (ecuación 2.39) puede formularse en términos de la energía específica:

$$Z_1 + E_1 = Z_2 + E_2 + \Delta H \quad (2.42.)$$

La (2.40) resulta más útil a la hora de la aplicación, si se expresa en función del caudal. Para eso se tiene en cuenta además la (1.12):

$$V = \frac{Q}{A}$$

$$E = y + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (2.43.)$$

## 2.3.2 FUNCIÓN DE ENERGÍA ESPECÍFICA

### 2.3.2.1 DEFINICIÓN

Un problema hidráulico típico (ver sección 1.2.2.6) requiere del conocimiento previo del caudal, coeficiente de Coriolis, la pendiente, la rugosidad y la geometría de la sección transversal (sus parámetros). Queda cerrado al calcular la profundidad en aquellas secciones transversales en que sea necesario.

En estas condiciones se puede pensar que la (2.43) es una función de la profundidad (únicamente):

$$E = E(y)$$

La formulación anterior es conocida como *función de energía específica*.

### 2.3.2.2 FORMAS PARTICULARES DE LA FUNCIÓN

Cuando se conocen el caudal y el coeficiente de Coriolis, la función toma el aspecto que le imprime cada tipo particular de sección transversal. Se pueden derivar algunas de éstas con el auxilio de la (2.43) y de la tabla 1.3:

## SECCIÓN RECTANGULAR

$$E = y + \frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \frac{1}{y^2} \quad (2.44.)$$

O también:

$$E = y + \alpha \frac{q^2}{2g} \frac{1}{y^2} \quad (2.45.)$$

Donde:

$$q = \frac{Q}{b} \quad (2.46.)$$

De esta manera, el caudal se presenta reducido en el ancho del canal. Por esta razón,  $q$  [ $l^2t^{-1}$ ], se denomina *caudal por unidad de ancho o caudal unitario*. Se trata, por obvias razones, de una definición que sólo es válida en el caso de un canal rectangular.

El grupo de constantes incluidas dentro de la carga cinética puede reemplazarse por una sola:

$$K_R = \frac{\alpha q^2}{2g} \quad (2.47.)$$

Con base en esta sustitución, la (2.45) toma la forma general:

$$E = y + \frac{K_R}{y^2} \quad (2.48.)$$

## SECCIÓN TRIANGULAR

$$E = y + \frac{\alpha Q^2}{2gz^2} \frac{1}{y^4} \quad (2.49.)$$

Un procedimiento análogo al seguido antes, permite reagrupar el conjunto de constantes asociadas a la carga cinética, en:

$$K_T = \frac{\alpha Q^2}{2gz^2} \quad (2.50.)$$

La (2.45) adquiere, en consecuencia, la formulación general:

$$E = y + \frac{k_T}{y^4} \quad (2.51.)$$

### SECCIÓN TRAPEZOIDAL

$$E = y + \frac{\alpha Q^2}{2gy^2(b + zy)^2} \quad (2.52.)$$

En este caso, las constantes de la carga cinética no se pueden incluir en una única. Ésta es, por consiguiente, la forma general de la función en un canal trapezoidal.

### SECCIÓN CIRCULAR

$$E = y + \alpha \frac{Q^2}{g \left\{ \frac{d_o^2}{4} \left[ 2 \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2y}{d_o} \right) \right] - \text{sen} \left[ 2 \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2y}{d_o} \right) \right] \right\}^2} \quad (2.53.)$$

Para este tipo de sección, tampoco es posible lograr un grado de simplificación adicional.

En la sección mixta-natural y en la de herradura, ni siquiera es factible disponer de una fórmula compacta para el área. No se puede, por tanto, expresar la función de manera explícita.

Las constantes  $K_R$  y  $K_T$  se denominan *parámetros de la función de energía específica*. Si bien carecen de interés práctico, cobran alguna importancia porque ayudan a comprender, más cómodamente, el significado matemático e hidráulico de la función.

#### 2.3.2.3 CURVA DE LA FUNCIÓN DE ENERGÍA ESPECÍFICA

Las formulaciones particulares hechas para la función de energía específica en la anterior sección, dejan entrever una cierta complejidad en ella, la cual obstaculiza la tarea de interpretación hidráulica. Por eso, el camino más aconsejable, para alcanzar este objetivo, es elaborar un gráfico o curva de la función de energía específica.

#### ELEMENTOS PARA ELABORAR LA CURVA DE ENERGÍA ESPECÍFICA

1. Una forma coherente de construir esta curva parte de la transformación de la (2.48), (2.51) y (2.52) hasta expresarlas de manera explícita<sup>108</sup>:

$$y^3 - Ey^2 + k_R = 0 \quad (2.54.)$$

$$y^5 - Ey^4 + k_T = 0 \quad (2.55.)$$

<sup>108</sup> Se trata ahora de emplear la función inversa:  $y = f(E)$ .

$$z^2 y^5 + z(2b - Ez)y^4 + b(b - 2Ez)y^3 - Eb^2 y^2 + \frac{\alpha Q^2}{2g} = 0 \quad (2.56.)$$

Esto es, la sección transversal rectangular, triangular y trapezoidal. Únicos casos donde ello es viable.

Un método para trazar la curva de energía específica consiste en dar un valor cualquiera de energía específica,  $E$ , y calcular las profundidades que satisfacen las ecuaciones (2.54), (2.55) y (2.56)<sup>109</sup>.

Dada la multiplicidad de raíces que su carácter polinómico les confiere, es importante, inicialmente, determinar cuáles de éstas son útiles para la hidráulica de canales.

2. Las ecuaciones polinómicas citadas son de tercer grado para la sección rectangular y quinto grado para la triangular y trapezoidal. De acuerdo con esto, existen tres raíces o profundidades que satisfacen el problema particular ( $K_R, E$ ) en tanto que cinco los ( $K_T, E$ ) y [ $Q, b, z, \alpha, E$ ].

Es claro que el tipo de raíz, sea positiva, negativa o compleja, depende de las combinaciones factibles entre  $E$  y demás parámetros de cada caso. Se puede conjeturar acerca del número máximo de soluciones en cada clase, con base en el aspecto de las ecuaciones (2.54), (2.55) y (2.56)<sup>110</sup>:

Sección Rectangular: Dos positivas y una negativa.

Sección Triangular: Dos positivas y una negativa como máximo. El resto sería un par de complejas.

Sección Trapezoidal: Dos positivas y tres negativas, si los términos ( $2b-Ez$ ) y ( $b-2Ez$ ) son ambos positivos o bien uno negativo y el otro positivo.

Una profundidad negativa carece de sentido físico. Podría construirse una curva de energía específica para ellas, pero no tiene importancia para la hidráulica de canales.

Una solución conformada únicamente por raíces complejas y/o negativas, llevaría a concluir que un problema no es hidráulicamente viable<sup>111</sup>.

<sup>109</sup> En el caso de las secciones diferentes a las citadas, es necesario recurrir a la (2.43) y emplear un programa de computador más elaborado. En las situaciones más simples, la solución sería más rutinaria por ser las ecuaciones polinómicas.

<sup>110</sup> La determinación de los posibles tipos de raíz en las ecuaciones polinómicas está basado en la *teoría de ecuaciones algebraicas*, y en particular, en la llamada *regla de los signos de Descartes*. Según ésta, el número máximo de raíces positivas equivale al número de cambios de signo en la función  $E(y)$ . El de raíces negativas, a la cantidad de cambios de signo en  $E(-y)$ . Ver por ejemplo [2].

<sup>111</sup> Hay que ser cuidadoso al interpretar este argumento. El valor del parámetro de la función de energía ( $K_R$  o  $K_T$ ) o de los parámetros del problema podría resultar incompatible con una cierta energía específica. Esto impediría, en teoría, el flujo. No obstante, la evidencia muestra que éste se desarrolla. La razón: el flujo se reconfigura al modificar su energía específica. En los capítulos 3 y 4 se profundizará sobre el tema.

Interesan, por consiguiente, sólo raíces positivas y la curva de energía específica se elabora únicamente para éstas. Esto es, en un sistema de ejes positivos.

Cuando el mencionado procedimiento se repite un número indefinido de veces, se genera una tabla o un conjunto de puntos ( $E, y$ ). Con ellos se dibuja la curva de energía específica. Ésta se dispone sobre un sistema de ejes coordenados, donde la profundidad ocupa<sup>112</sup> el eje de las ordenadas y la energía específica el de las abscisas.

3. La curva de energía específica tiene dos asíntotas:

En la (2.48), (2.49) y (2.52):

$$\lim E(y) = y$$

$$y \rightarrow \infty^+$$

Es decir, la curva de energía específica posee una asíntota inclinada  $45^\circ$  con respecto al eje  $E$ .

El análisis precedente se basa en las suposiciones que condujeron a la (2.40). Por tanto, tiene validez general para canales de pendiente pequeña (inferior al 10%). La asíntota presenta una inclinación diferente en caso del canal tener una pendiente grande.

$$\lim E(y) = \infty$$

$$y \rightarrow 0^+$$

Se trata ahora de una asíntota horizontal.

La existencia de dos asíntotas anuncia una curva de energía específica compuesta por dos ramales. Este hecho concuerda con lo expuesto con relación al número de raíces positivas.

4. Un dibujo típico de esta curva se presenta en la figura 2.6.

El trazado corresponde al de una hipérbola con vértice en  $C$ . Posee dos ramas,  $CA$  y  $CB$ , que se extienden indefinidamente hacia la región derecha del plano coordenado.

El aspecto de la curva de energía específica tiene un carácter invariable, con independencia de la geometría de la sección transversal —aún si ésta es una natural— del caudal, del coeficiente de Coriolis, o de todos los parámetros en forma simultánea. En estos casos podrían advertirse cambios en las pendientes y curvaturas, pero especialmente un desplazamiento del vértice  $C$  en el plano coordenado (ver figura 2.9).

---

<sup>112</sup> Se procede ordinariamente así en la literatura de origen estadinense. En la europea, por el contrario, se ubica la energía específica en el eje de las abscisas y la profundidad en el de las ordenadas. El sistema que se utiliza aquí tiene la ventaja que al estar la profundidad en el eje de las ordenadas coincide con la orientación real de la profundidad en la sección transversal del canal.

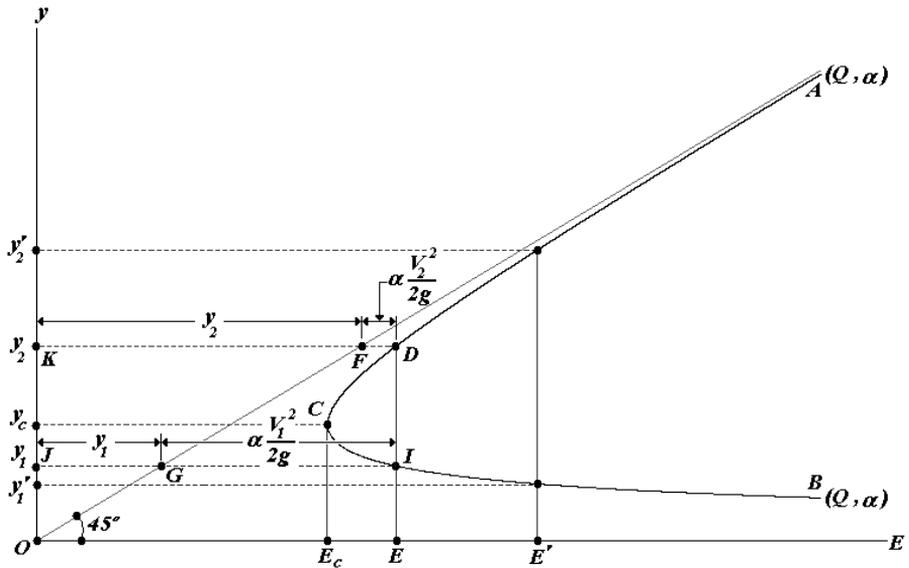


FIGURA 2.6

### CONSECUENCIAS HIDRÁULICAS DE LA CURVA DE ENERGÍA ESPECÍFICA

1. El eje de las abscisas representa el conjunto – o rango - de energías específicas admisibles en un problema hidráulico. Éste se extiende hacia la derecha del eje  $E$ , desde un *valor mínimo*,  $E_c$ , hasta el infinito (figura 2.6). La sección transversal particular admite, por tanto, infinidad de energías específicas para los parámetros dados. Esto lleva, necesariamente, a plantearse las siguientes preguntas:

- ¿Cómo se establece un valor particular de la energía específica en la sección transversal?
- ¿Cómo pueden manifestarse tantas energías en una misma sección transversal?

Para comprender esto, considérese un caso práctico. Un tramo de canal, en cuyos extremos de aguas arriba y aguas abajo ( $i, j$ ) se hallan ubicadas sendas compuertas<sup>113</sup> (figura 2.7), que actúan como controles hidráulicos, aunque - por ahora - no simultáneamente<sup>114</sup>.

Supóngase ahora que existe flujo supercrítico (ver sección 1.2.2.6) en el canal. Cuando se modifica la apertura en la compuerta de aguas arriba,  $a_i$ , se propaga este efecto hacia la zona de aguas abajo y se establece allí una energía específica  $E$ , cuyo valor puede determinarse a partir de (2.42):

$$E = E_i(a_i) + Z_i - Z - \Delta H \tag{2.57.}$$

<sup>113</sup> La compuerta aparecerá reiteradamente en este libro, en aquellas explicaciones donde se requiera utilizar un control hidráulico real. La razón principal es que se tienen ya algunas nociones en cuanto a su funcionamiento, y esto agiliza la exposición. Por lo demás, no hay riesgo de pérdida de la generalidad y resulta válido el empleo de cualquier otro ejemplo de control hidráulico.

<sup>114</sup> Es decir, se debe suponer que el flujo es supercrítico (control aguas arriba) o subcrítico (control aguas abajo). Se verá en el capítulo 5 que actuación simultánea de ambos sí es posible.

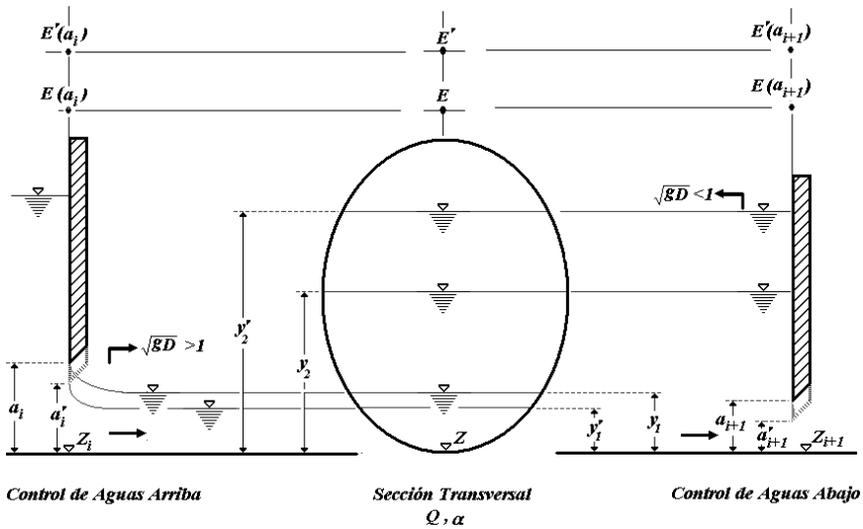


FIGURA 2.7

La energía específica en esa sección transversal aparece, por tanto, como el resultado de la transformación de la producida por el control de aguas arriba, por causa del cambio en la cota del fondo y de las pérdidas hidráulicas.

Cada nueva operación del control hidráulico de aguas arriba crea una nueva energía,  $E$ , aguas abajo<sup>115</sup>.

Este raciocinio puede reelaborarse, en una forma similar, para el control de aguas abajo.

2. Esa energía dada,  $E$ , admite dos profundidades que la verifican:  $y_1$  y  $y_2$  (figuras 2.6 y 2.7). Acorde a la (2.43) es válido escribir<sup>116</sup>:

$$E = y_1 + \alpha \frac{Q^2}{2A_1 g} \quad (2.58.)$$

$$E = y_2 + \alpha \frac{Q^2}{2A_2 g} \quad (2.59.)$$

La interpretación de este hecho constituye un aspecto de vital importancia para la hidráulica de canales.

Se trata de algo novedoso: para una misma energía existen dos cargas de presión ( $y_1$ ,  $y_2$ ) que la satisfacen. Esto es, *dos tipos de flujo*. Se les puede llamar provisionalmente:

<sup>115</sup> En fin, se trata del típico esquema de causa – efecto. La causa, la operación de la compuerta. El efecto, una nueva energía específica aguas abajo.

<sup>116</sup> Se dice, en consecuencia, que la energía y la profundidad no están en relación uno a uno (unívoca). Por tanto, su vínculo es biunívoco.

Flujo Tipo 1  $y_1$

Flujo Tipo 2  $y_2$

En el caso de la hidráulica de tuberías, es imposible que tal hecho aparezca: una misma energía no se verifica para dos cargas de presión diferentes. Basta un sencillo ejemplo para corroborar esta afirmación:

Considérese una tubería de diámetro variable y pendiente conocida, que transporta un caudal dado. Supóngase que en el extremo de aguas arriba se conoce la carga hidráulica  $H_1$ . La de aguas abajo es de acuerdo con el teorema de Bernoulli y la ecuación de continuidad:

$$H_2 = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha \frac{Q^2}{2A_2^2 g} = H_1$$

Pero:

$$A_2 = \frac{\pi d_{o_2}^2}{4}$$

De esto se sigue que:

$$\frac{p_2}{\gamma} = H_1 - \alpha \frac{8Q^2}{\pi^2 d_{o_2}^4 g} - Z_2$$

A partir de esta formulación, resulta evidente que el valor de la presión tiene que ser único<sup>117</sup>.

3. La proporción en que la carga cinética participa en una misma energía específica,  $E$ , es diferente para cada uno de los tipos de flujo anunciados arriba. Idéntica precisión puede hacerse para la carga potencial (presión). Una simple aproximación geométrica, en la figura 2.6, permite comprenderlo mejor:

Sea el triángulo  $OJG$ , isósceles y rectángulo en  $J$ :

$$\overline{OJ} = y_1$$

$$\overline{OJ} = \overline{JG}$$

Se concluye fácilmente, que:

---

<sup>117</sup> Al tener el flujo el carácter de confinado, su área coincide con la de la conducción y es por tanto independiente de la carga de presión. En este sentido cabría establecer la analogía  $y=d_o$ . Éste es el detalle que allí permite la identificación unívoca entre carga de presión y carga hidráulica.

$$\overline{JG} = y_1$$

Con base en la figura 2.6, es válido afirmar que:

$$\overline{JI} = E$$

$$\overline{JI} = \overline{JG} + \overline{GI}$$

Después de relacionar las tres últimas expresiones, se llega a:

$$E = y_1 + \overline{GI}$$

Si la anterior se compara con la (2.58), se arriba a la siguiente igualdad:

$$\frac{\alpha Q^2}{2gA_1} = \overline{GI} = \frac{\alpha V_1^2}{2g} \quad (2.60.)$$

Un procedimiento similar efectuado para el triángulo *OKD* permite concluir que:

$$\overline{KF} = y_2$$

$$\frac{\alpha Q^2}{2gA_2} = \overline{FD} = \alpha \frac{V_2^2}{2g} \quad (2.61.)$$

A partir de estos resultados se puede generalizar una importante propiedad geométrica de la curva de energía específica:

*En la curva de energía específica, el segmento de recta paralelo al eje de las abscisas y comprendido entre el eje de las ordenadas y la asíntota inclinada equivale a la carga de presión (profundidad). Por su parte, el medido entre la asíntota inclinada y la curva corresponde a la carga cinética.*

Este hecho se encuentra ilustrado para ambos valores de profundidad en la figura 2.6.

En la misma figura se observa para el flujo tipo 1, que:

$$\overline{GI} > \overline{JG}$$

O en forma equivalente:

$$\alpha \frac{V_1^2}{2g} > y_1$$

De aquí:

$$\sqrt{\alpha}V_1 > \sqrt{2}\sqrt{gy_1}$$

Según el Ejercicio 1.3.4 la profundidad hidráulica y la profundidad están vinculadas por la ecuación:

$$D_1 = \kappa y_1$$

$$\kappa < 1 \tag{2.62.}$$

Después de substituir ésta en la anterior expresión, se llega a:

$$\sqrt{\alpha}V_1 > \sqrt{\frac{2}{\kappa}}\sqrt{gD_1}$$

También:

$$\frac{\sqrt{\alpha}V_1}{\sqrt{gD_1}} > \sqrt{\frac{2}{\kappa}}$$

Se reconoce el número de Froude en el miembro izquierdo de la desigualdad<sup>118</sup>. Luego:

$$F_1 > \sqrt{\frac{2}{\kappa}}$$

De acuerdo con (2.62) debe darse necesariamente:

$$\sqrt{\frac{2}{\kappa}} > 1$$

Se concluye, por consiguiente, que:

$$F_1 > 1$$

También, por medio de un procedimiento similar, que:

$$F_2 < 1$$

---

<sup>118</sup> La definición del número de Froude introducida aquí considera el coeficiente de Coriolis, a diferencia de la dada en la sección 1.2.2.6. Se debe a que ésta fue obtenida a partir de flujo ideal. En este sentido, la que se utiliza ahora resulta más completa. En el capítulo 3 se demostrará que la presente es la más coherente con el comportamiento real del líquido.

Se ha comprobado, a través del anterior desarrollo, que el flujo tipo 1 es supercrítico y que el 2 es subcrítico. Se establece por consiguiente:

*La profundidad  $y_1$  se denomina profundidad supercrítica y la  $y_2$  profundidad subcrítica. Se pueden llamar también soluciones supercrítica y subcrítica del problema. Así mismo, cabe la designación de profundidades alternas<sup>119</sup>.*

*La rama inferior CB –o supercrítica– y la superior CA –o subcrítica– de la curva de energía específica contienen todas las relaciones posibles entre energía específica y profundidad, para un problema hidráulico cualquiera (figura 2.8). En estas circunstancias la curva de energía específica incluye un cúmulo de información  $E(y)$  para ese problema<sup>120</sup>.*

*Por tanto, la rama superior se debe asociar exclusivamente a la operación de un control hidráulico de aguas abajo, y la inferior a la de uno de aguas arriba. Ambas clases de control hidráulico podrían, en condiciones propicias, fijar la misma energía específica,  $E$ , en un sitio del canal. Empero, las dos profundidades (raíces) de las ecuaciones (2.54), (2.55) y (2.56) no pueden manifestarse de manera simultánea: se trata sólo de meras posibilidades.*

*Una curva de energía específica podría tener validez para todo el trazado de un canal, en la medida que los parámetros que la determinan no varíen sobre él.*

4. Se puede ahora pasar a establecer nuevas propiedades que sirvan para mejorar la caracterización del régimen subcrítico y del supercrítico. Se recuerda que una noción elemental de éstos fue entregada en la sección 1.2.2.6.

De nuevo, se observa en la figura 2.6 que:

$$\overline{GI} > \overline{FD}$$

Luego:

$$\alpha \frac{V_1^2}{2g} > \alpha \frac{V_2^2}{2g}$$

Como resulta evidente, además, que  $y_2 > y_1$ , se concluye lo siguiente:

El flujo subcrítico es más profundo que el supercrítico; tiende a ser grueso y lento.

---

<sup>119</sup> En este trabajo, de aquí en adelante, el subíndice 1 será entendido como sinónimo de flujo supercrítico, mientras que el 2, como de flujo subcrítico.

<sup>120</sup> Lo más sorprendente de esta afirmación es que se puedan establecer esa amplia gama de profundidades para un mismo grupo de parámetros. Pero especialmente para un mismo caudal!

El flujo supercrítico es más rápido que el subcrítico; tiende a ser delgado y rápido<sup>121</sup>.

A través de una sección de un canal una corriente puede exhibir estos dos aspectos diametralmente opuestos y aún así marcar la misma energía específica (figura 2.7).

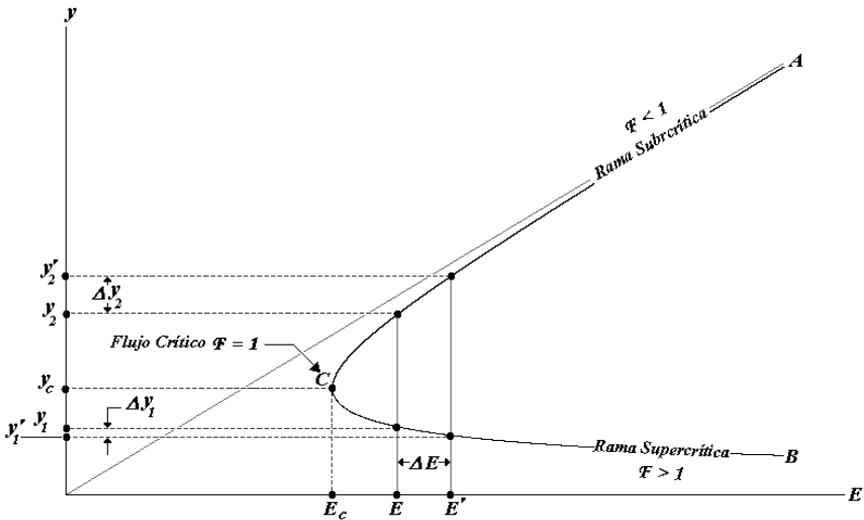


FIGURA 2.8

Supóngase ahora que el flujo subcrítico se hace cada vez más profundo. Implica que:

$$y_2 \gg 0 \Rightarrow$$

$$A_2 \gg 0$$

Esta última condición se refleja en la respectiva carga cinética:

$$\frac{\alpha Q^2}{2gA_2^2} \approx 0$$

Una vez se traslada a la (2.59) permite concluir que:

$$E \approx y_2$$

*En una corriente profunda la energía específica equivale, prácticamente, a la profundidad.*

<sup>121</sup> Estas caracterizaciones explicarían, en cierta forma, la adopción de otros nombres empleados para el flujo supercrítico y el subcrítico. En la literatura europea (especialmente en la francesa) es bastante utilizada la designación de *flujo torrencial* y *flujo fluvial*, respectivamente. Tienen la ventaja de describir la forma como se desarrolla cada uno. Ven Te Chow [3] usa también la terminología de *estado bajo* y *estado alto*, respectivamente.

Dado que la carga cinética es casi nula, se verifica que:

$$V_2 \approx 0 \Rightarrow$$

$$F_2 \ll 1 (F_2 \rightarrow 0)$$

En forma semejante, asúmase ahora que el flujo es cada vez menos profundo. Simbólicamente se expresa así:

$$y_1 \rightarrow 0^+$$

Al substituir este resultado en la (2.58), resulta posible escribir:

$$E \approx \frac{\alpha Q^2}{2gA_1^2}$$

*En una corriente poco profunda la energía específica equivale prácticamente a la carga cinética.*

De acuerdo con la misma suposición:

$$\frac{\alpha Q^2}{2gA_1^2} \rightarrow \infty^+ \Rightarrow$$

$$V_2 \rightarrow \infty^+ \Rightarrow$$

$$F_1 \gg 0 (F_1 \rightarrow \infty^+)$$

En síntesis:

*La energía específica en régimen supercrítico tiende a tener, básicamente, un carácter cinético. Mientras que la del subcrítico uno primordialmente potencial.*

5. El flujo se percibe más profundo -y el número de Froude disminuye - cuando se recorre la rama subcrítica en sentido horario; además, éste gana energía específica<sup>122</sup> (figura 2.8). En el caso de la supercrítica, al transitarla en sentido antihorario, la corriente se observa menos profunda y el número de Froude aumenta; también ésta adquiere energía específica (figura 2.8).

---

<sup>122</sup> La energía específica, al contrario de la carga hidráulica, puede incrementarse (ganarse) a lo largo del desarrollo del flujo. A esta conclusión se llega al examinar la (2.57). Allí  $Z_i > Z$  y si  $(Z_i - Z) > \Delta H$  entonces  $E > E_i$  y la energía específica aumenta.

Simbólicamente:

$$F_2 \downarrow \Rightarrow \Delta y_2 > 0 \Rightarrow \Delta E_2 > 0$$

$$F_1 \uparrow \Rightarrow \Delta y_1 < 0 \Rightarrow \Delta E_1 > 0$$

6. La pendiente del ramal subcrítico tiende a ser, en general, mayor que la del supercrítico. Gráficamente, en la figura 2.8:

$$\Delta E = (E' - E) > 0$$

El cambio en la energía específica es el mismo para ambas ramas.

La pendiente aproximada de cualquier rama,  $k$ , puede expresarse como (figura 2.8):

$$S_{E_k} = \frac{\Delta y_k}{\Delta E}$$

Si se trata de la rama supercrítica:

$$\Delta y_1 = y'_1 - y_1 < 0$$

En el caso de la subcrítica:

$$\Delta y_2 = y'_2 - y_2 > 0$$

De la figura 2.8, se deduce que:

$$|\Delta y_2| > |\Delta y_1|$$

Al ser idéntico el cambio en la energía específica, se concluye que:

$$S_{E_{(2)}} > S_{E_{(1)}}$$

Esta conclusión tiene una importante implicación hidráulica: el flujo supercrítico es más “sensible” que el subcrítico: un pequeño cambio en la profundidad produce una gran variación en la velocidad (figura 2.8).

7. El vértice  $C$  de la curva de energía específica tiene por coordenadas  $(E_c, y_c)$ . Dado que cada rama de la hipérbola representa los regímenes subcrítico y supercrítico, resulta natural pensar que el punto  $C$  corresponde a la zona de la curva de energía específica que describe el flujo crítico ( $F=1$ ) (figuras 2.6 y 2.8).

$E_c$  se denomina *energía crítica*. Puede interpretarse como *la energía mínima* que requiere una corriente para transitar un canal.

$y_c$  se conoce como *profundidad crítica*.

De la figura 2.6 se infiere fácilmente:

$$y_1 < y_c$$

$$y_2 > y_c$$

Y por tanto:

*Un flujo es supercrítico si su profundidad es inferior a la profundidad crítica.  
Es subcrítico en caso contrario.*

8. Un cambio en los parámetros del problema hidráulico hace que la curva de energía específica se desplace en el plano que la contiene.

En la figura 2.9 se exhibe una situación de esta índole. Se ha empleado para su elaboración un ejemplo real: un canal rectangular de ancho variable, cada metro, entre 1 m y 5 m (no prismático). El caudal utilizado fue  $5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  y  $\alpha = 1$ .

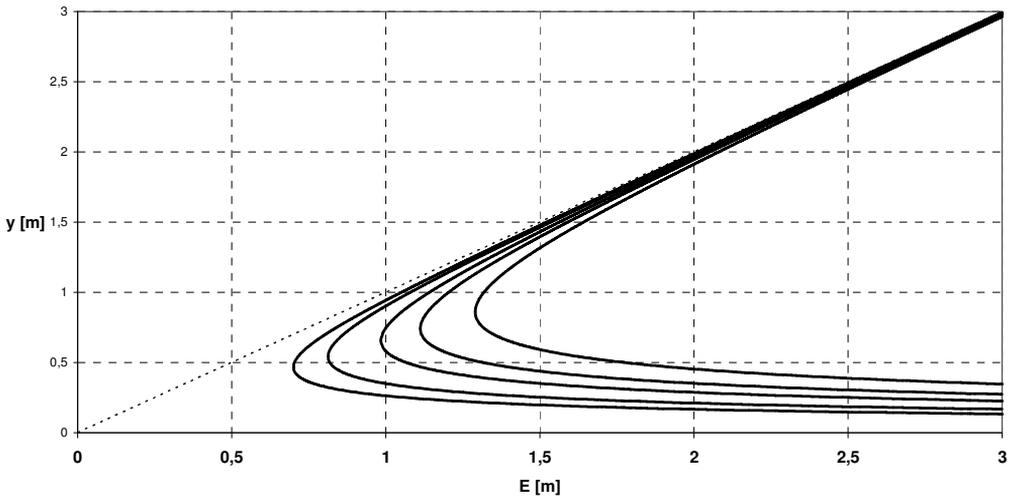


FIGURA 2.9

La curva del extremo izquierdo corresponde al canal que tiene el mayor ancho. Cada vez que se disminuye éste, los vértices se desplazan hacia la derecha y hacia arriba. La razón de este comportamiento corresponde a los contenidos del próximo capítulo.

El resultado es, pues, una familia de curvas en el parámetro  $K_R$ .

Es válido afirmar que el plano coordenado,  $(E, y)$ , contiene toda la información posible relacionada con ambas variables<sup>123</sup>.

### EJEMPLO 2.2

Un vertedero de excedencias<sup>124</sup>, de sección rectangular, evacua un cierto caudal. En su extremo de aguas abajo, el canal remata en forma de canal cóncavo con el objetivo de disipar la energía de la corriente antes de retornarla a otra natural. Determinar, sin considerar pérdidas:

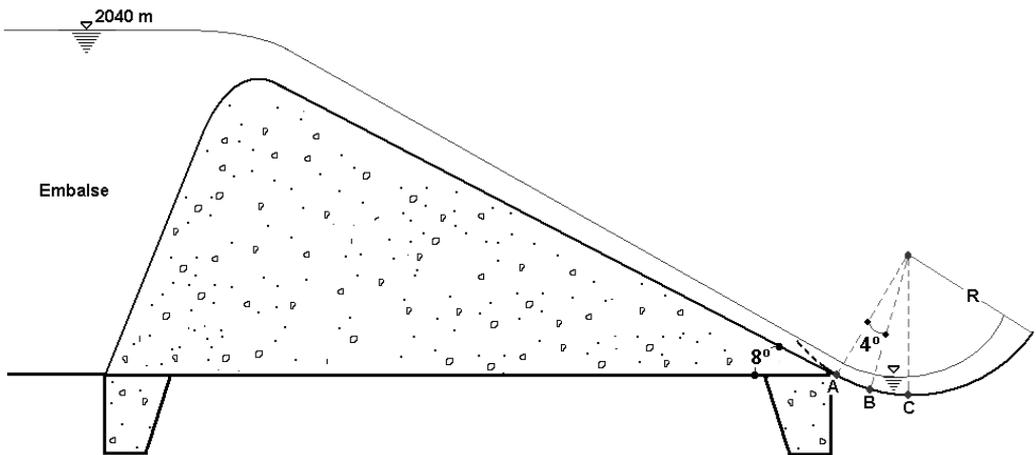
- Los valores de  $d$ ,  $p/\gamma$ ,  $y$ ,  $p/\gamma$ ,  $V$ ,  $Z_w$ ,  $H_p$  en el punto A, donde comienza la curva vertical.
- $Z_w$ ,  $p/\gamma$ ,  $H_p$  en un punto más aguas abajo, B ( $\varphi = 4^\circ$ ).

Datos:

$$Q = 100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad R = 8 \text{ m}$$

$$b = 20 \text{ m} \quad \theta = 8^\circ$$

$$\alpha = 1 \quad Z_A = 2000 \text{ m}$$



SOLUCIÓN

PARTE A

Principio de energía (sin pérdidas) entre el embalse  $E$  y el punto A (ecuación 2.39):

$$H_E = H_A$$

<sup>123</sup> Por ejemplo, toda la relacionada con la hidrología propia de la zona que contiene un canal dado. Se trata en este caso de varias curvas, dibujadas para otros tantos caudales.

<sup>124</sup> La estructura representada se ubica anexa a presas de tierra o enrocado. En las de hormigón está integrada a ellas. Se les suele llamar, en este caso, *presa vertedero*, *azud*, o *cimacio* (España).

En el embalse toda la energía puede considerarse potencial<sup>125</sup>. Luego:

$$H_A = H_E = 2040 \text{ m}$$

Ya que:

$$\theta = 8^\circ > 5.71^\circ$$

Este canal debe tratarse como uno de gran pendiente ( $y \neq d$ ) (ver sección 2.1.2).

Es indispensable, en consecuencia, utilizar la (2.36):

$$H_A = Z_A + d_A \cos \theta + \alpha \frac{V_A^2}{2g}$$

Según la continuidad:

$$V_A = \frac{Q}{bd_A}$$

La expresión para la carga hidráulica se puede reescribir de la siguiente manera:

$$H_E = H_A + d_A \cos \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gb^2d_A^2}$$

Después de substituir los datos en la anterior, ésta se transforma en:

$$2040 = 2000 + \cos 8^\circ d_A + 1 \times \frac{100^2}{2 \times g \times 20^2 \times d_A^2}$$

Una vez que se simplifica, se llega a:

$$40 = 0.99d_A + \frac{1.274}{d_A^2} \quad 126$$

Equivalente al polinomio cúbico:

$$0.99d_A^3 - 40d_A^2 + 1.274 = 0 \quad 127$$

---

<sup>125</sup> Esta afirmación es válida en un sitio suficientemente aguas arriba del vertedero, donde la superficie libre es horizontal. A parte de esta condición, puede admitirse que el funcionamiento es aproximadamente estacionario, en la medida que el área del embalse es mayor.

<sup>126</sup> Las unidades de 1.274 son  $[m^3 s^{-1}]^2 [m^{-1} s^2] [m^{-2}] = [m^3]$ .

Su solución arroja tres raíces:

$$d_{A_1} = 0.179 \text{ m}$$

$$d_{A_2} = 40.403 \text{ m}$$

$$d_{A_3} = -0.178 \text{ m}$$

La tercera raíz es negativa y por ello se descarta.

La primera es la solución supercrítica y la segunda la subcrítica. En este caso se debe tomar la primera, porque el flujo se establece mediante una progresiva aceleración a partir de la parte más alta del vertedero (control de aguas arriba)<sup>128</sup>.

Luego:

$$d_A = 0.179 \text{ m}$$

De la (1.1):

$$y_A = \frac{d_A}{\cos \theta} = \frac{0.179}{\cos 8^\circ} = 0.181 \text{ m}$$

A partir de la (2.15):

$$\frac{P_A}{\gamma} = y_A \cos^2 \theta = 0.181 \times \cos^2 8^\circ = 0.177 \text{ m}$$

Con base en la continuidad:

$$V_A = \frac{Q}{bd_A} = \frac{100}{20 \times 0.179} \left[ \frac{m^3 s^{-1}}{m^2} \right] = 27.933 \text{ ms}^{-1}$$

De la (1.3):

$$Z_{WA} = Z_A + y_A = 2000 + 0.181 = 2000.181 \text{ m}$$

Acorde a la (2.1):

$$H_{P_A} = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} = 2000 + 0.177 = 2000.177 \text{ m}$$

---

<sup>127</sup> Obsérvese que esta cúbica es diferente de la (2.54), por la diferencia que debe hacerse entre  $y$ ,  $d$ .

<sup>128</sup> La comprensibilidad de este concepto mejorará en la medida que se avance en los temas, especialmente en el capítulo 3. Por ahora debe aceptarse –sin mayor dificultad– con las bases dadas en este capítulo y en el anterior.

PARTE B

Entre el punto A y el B se verifica la conservación de la energía:

$$H_A = H_B = 2040 \text{ m}$$

En el sitio donde desea evaluarse la carga de presión, la carga hidráulica puede expresarse a partir del resultado obtenido en el ejemplo 2.1:

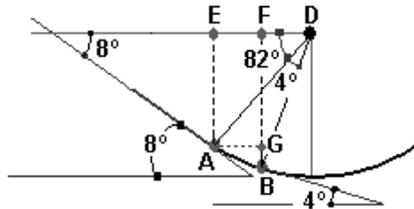
$$H_B = Z_B + y_B + \frac{Q^2}{gRb^2 \cos^3 \theta} \frac{1}{y_B} + \frac{\alpha Q^2}{2gb^2 \cos^2 \theta} \frac{1}{y_B^2} \quad (1)$$

Inicialmente debe calcularse el valor de la cota de fondo. Se realiza a partir de consideraciones geométricas (ver figura anexa):

$$Z_B = Z_A - \overline{GB} \quad (2)$$

Así mismo:

$$\overline{GB} = \overline{FB} - \overline{FG}$$



Y además:

$$\overline{FG} = \overline{EA}$$

Luego:

$$\overline{GB} = \overline{FB} - \overline{EA}$$

Ahora bien:

$$\overline{EA} = 8 \text{ sen } 82^\circ = 7.922 \text{ m}$$

$$\overline{FB} = 8 \text{ sen } 86^\circ = 7.981 \text{ m}$$

Después de substituir estos dos últimos resultados en la expresión para  $\overline{GB}$ :

$$\overline{GB} = 7.981 - 7.922 = 0.059 \text{ m}$$

Ahora, este valor se lleva a la (2):

$$Z_B = 2000 - 0.059 = 1999.941 \text{ m}$$

Al reemplazar este valor y las constantes conocidas en la ecuación (1):

$$2040 = 1999.941 + y_B + \left( \frac{100^2}{g \times 8 \times 20^2 \times \cos^3 4^\circ} \right) \frac{1}{y_B} + \left( \frac{1 \times 100^2}{2 \times g \times 20^2 \cos^2 4^\circ} \right) \frac{1}{y_B^2}$$

En seguida de simplificar se obtiene:

$$40.059 = y_B + \frac{0.328}{y_B} + \frac{1.299}{y_B^2} \quad 129$$

Equivalente a:

$$y_B^3 - 40.059 y_B^2 + 0.328 y_B + 1.299 = 0$$

Una vez se resuelve esta ecuación cúbica:

$$y_{B_1} = 0.185 \text{ m}$$

$$y_{B_2} = 40.05 \text{ m}$$

$$y_{B_3} = -0.176 \text{ m}$$

Según lo expuesto antes se debe escoger la raíz supercrítica (la más pequeña entre las positivas).

Se puede ahora calcular la cota de la superficie libre mediante la (1.3):

$$Z_{w_B} = Z_B + y_B = 1999.941 + 0.185 = 2000.126 \text{ m}$$

Así mismo, la cota piezométrica. Para ello es necesario determinar la carga de presión. Se emplea para ello la (2.33):

$$\frac{p_B}{\gamma} = \left( 1 + \frac{V_B^2}{gR \cos \theta} \right) y_B$$

Con base en la (1.1) y para  $\theta = 4^\circ$  en B:

---

<sup>129</sup>Las unidades de las constantes 0.328 y 1.299 son respectivamente:  
 $[m^3 s^{-1}]^2 [m^{-1} s^2] [m^{-2}] [m^{-1}] = [m^2]$ ,  $[m^3 s^{-1}]^2 [m^{-1} s^2] [m^{-2}] = [m^3]$ .

$$d_B = y_B \cos \theta = 0.185 \times \cos 4^\circ = 0.185 \text{ m}$$

De acuerdo con la continuidad:

$$V_B = \frac{Q}{bd_B} = \frac{100}{20 \times 0.185} = 27.027 \text{ ms}^{-1}$$

Al substituir en la expresión para la carga de presión:

$$\frac{p_B}{\gamma} = \left( 1 + \frac{27.027^2}{8 \times g \times \cos 4^\circ} \right) \times 0.185 = 1.911 \left[ \frac{\text{m}^2 \text{s}^{-2}}{\text{m} \times \text{ms}^{-2}} \times \text{m} \right] = 1.911 \text{ m}$$

La cota piezométrica se evalúa con la (2.1):

$$H_{p_B} = Z_B + \frac{p_B}{\gamma} = 1999.941 + 1.911 = 2001.852 \text{ m}$$

### EJEMPLO 2.3

Se conocen las profundidades aguas arriba y aguas abajo de una compuerta situada en un canal rectangular horizontal (ver figura 2.4). Se ha determinado que la corriente experimenta, al pasar a través de la compuerta, una pérdida de energía equivalente al 10% de la carga cinética de aguas abajo. Determinar el caudal.

Datos:

$$y_1 = 0.123 \text{ m}$$

$$y_2 = 2 \text{ m}$$

$$b = 6 \text{ m}$$

$$\alpha = 1.1$$

SOLUCIÓN

Principio de conservación de energía en la zona de la compuerta, ecuación (2.42):

$$Z_2 + E_2 = Z_1 + E_1 + \Delta H$$

Al ser horizontal el fondo,  $Z_1 = Z_2$ . Por tanto, el principio de conservación de energía se reduce a:

$$E_2 = E_1 + \Delta H$$

De la (2.44) y la expresión para la pérdida de energía:

$$y_2 + \frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \frac{1}{y_2^2} = y_1 + \frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \frac{1}{y_1^2} + 0.1 \frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \frac{1}{y_1^2}$$

Es necesario ahora transformar la anterior igualdad para despejar el caudal. Este proceso se resume en los siguientes pasos:

$$y_2 - y_1 = 1.1 \frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \frac{1}{y_1^2} - \frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \frac{1}{y_2^2}$$

$$y_2 - y_1 = \frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \left( \frac{1.1y_2^2 - y_1^2}{y_1^2 y_2^2} \right)$$

$$Q = by_1 y_2 \sqrt{\frac{2g(y_2 - y_1)}{\alpha(1.1y_2^2 - y_1^2)}}$$

Para culminar, basta con reemplazar por los datos:

$$Q = 6 \times 0.123 \times 2 \sqrt{\frac{2 \times g \times (2 - 0.123)}{1.1 \times (1.1 \times 2^2 - 0.123^2)}} = 4.078 \left[ m^3 \sqrt{\frac{m^2 s^{-2}}{m^2}} \right] = 4.078 m^3 s^{-1}$$

## 2.4 EJERCICIOS PROPUESTOS

2.4.1 Calcular lo solicitado en el ejemplo 2.2 para un punto  $C$  ubicado en  $\varphi = 8^\circ$ .

2.4.2 Dibujar la línea piezométrica correspondiente a la situación descrita en el ejemplo 2.2.

2.4.3 Obtener la expresión (2.57) para la operación del control de aguas abajo.

2.4.4 Determinar una ecuación para evaluar la pendiente de la rama subcrítica y de la supercrítica en un canal rectangular.

2.4.5 Escribir la expresión para la energía específica en un canal de gran pendiente. Supóngase que se conoce el ángulo de inclinación. Escribese una ecuación de la asíntota inclinada en función de la pendiente del canal. Construir una tabla similar a la 2.1, donde se compare el valor de la pendiente con el ángulo de inclinación de la asíntota. Considerar valores de pendiente hasta del 20%.

2.4.6 Para un tramo de canal de longitud 20 m. Determinar:

- El régimen del flujo.
- La energía específica aguas arriba.
- La cota piezométrica aguas arriba.

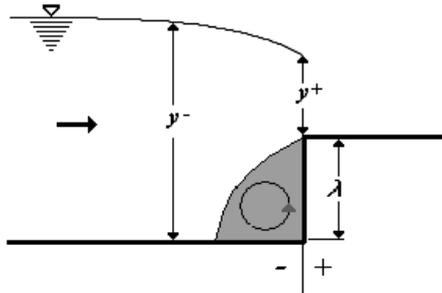
- d. Nivel superficie libre aguas arriba.
- e. La energía específica aguas abajo.
- f. La cota piezométrica aguas abajo.
- g. Nivel superficie libre aguas abajo.
- h. Pérdida de energía en ese tramo.

Datos<sup>41</sup>:

$$\begin{aligned}
 Q &= 1.5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} & b_1 &= 1 \text{ m} \\
 \alpha &= 1.17 & z_1 &= 0 \\
 S_o &= 0.18 & d_1 &= 1.775 \text{ m} \\
 K &= 50 & b_2 &= 0.75 \text{ m} \\
 Z_1 &= 650 \text{ m} & z_2 &= 0
 \end{aligned}$$

2.4.7 Deducir la expresión (2.56).

2.4.8 El fondo de un canal rectangular se eleva abruptamente por medio de un escalón. Sobre éste se midió la profundidad,  $y^+$ . Determinar la energía disipada por efecto de la forma del escalón (arista viva).



Datos:

$$\begin{aligned}
 Q &= 0.75 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} & y^+ (\text{med.}) &= 0.737 \text{ m} \\
 \alpha &= 1.2 & y^- (\text{med.}) &= 1.25 \text{ m} \\
 b &= 1 \text{ m} & \lambda &= 0.3 \text{ m}
 \end{aligned}$$

## REFERENCIAS

- [1] G. Sotelo D. (1977): *Hidráulica General, Volumen 1*; Limusa, Méjico.
- [2] P. Rees & F. Sparks (1967): *College Algebra*; Mc Graw Hill Inc., New York.
- [3] Ven Te Chow (1959): *Open Channel Hydraulics*; Mc Graw Hill Inc., New York.

<sup>41</sup>  $K$  es un coeficiente para evaluar la pérdida de energía. Ver ejemplo 2.3.

### 3.

## FLUJO CRÍTICO

Al final del capítulo anterior se avanzó un poco en el conocimiento del régimen crítico ya introducido desde el capítulo 1.

En éste se agregan nuevos elementos conceptuales que preparan el camino para el desarrollo de la potencialidad aplicativa de esta noción.

La activa participación del flujo crítico como soporte a conceptos más avanzados de la hidráulica de canales requiere establecer una metodología adecuada para su cálculo. A este aspecto será dedicada la primera parte del capítulo.

Asociado con este concepto existe otro que es necesario poner en evidencia. Se trata de la energía mínima, la cual llega a ser imprescindible para la comprensión de las transformaciones que experimenta una corriente en presencia de un control hidráulico.

## 3.1 CARACTERÍSTICAS

1. El régimen crítico es excepcional. Aparece en la curva de energía específica como un punto (el vértice) aislado con respecto a los otros posibles (que están en las ramas).
2. La energía y profundidad están en relación uno a uno (unívoca). Para cada profundidad existe una energía y sólo una; a cada energía le corresponde una profundidad y únicamente una. El vínculo es biunívoco en flujo supercrítico y subcrítico.
3. La energía correspondiente al estado crítico (energía crítica) es la mínima requerida para mantener la corriente en un canal.
4. Se encarga de realizar la transición de un régimen subcrítico a uno supercrítico. El número de Froude toma allí un valor unitario.
5. Se trata, en la práctica, de un estado predominantemente puntual, aunque en algunas aplicaciones podría también desarrollarse a lo largo de una cierta extensión<sup>130</sup>.
6. El caudal y la profundidad guardan entre sí una relación unívoca.
7. Una sección transversal en flujo crítico adquiere su máxima capacidad de evacuación (el caudal se maximiza).

La estrecha vinculación entre el régimen crítico y la curva de energía específica (parametrizada) admite que se le trate como un parámetro adicional del problema hidráulico. Éste se identifica con las coordenadas  $(E_c, y_c)$  del vértice de la curva de energía específica.

En las siguientes secciones, se presentará una metodología dirigida al cálculo del flujo crítico y se profundizará en las aplicaciones del concepto de energía mínima. El vínculo entre el caudal y el régimen crítico será explorado en el capítulo 4.

## 3.2 CÁLCULO DEL FLUJO CRÍTICO

### 3.2.1 ECUACIÓN DEL FLUJO CRÍTICO

Dado que la energía se minimiza en estado crítico, la primera derivada de la función de energía específica debe necesariamente anularse:

$$\frac{dE}{dy} = 0$$

Por medio de la (2.43) se definió  $E$  en forma general. De acuerdo con esto:

---

<sup>130</sup> Se volverá a tocar este asunto en los capítulos 6 y 7.

$$\frac{d\left(y + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}\right)}{dy} = 0$$

Después de derivar y extraer las constantes del término de la carga cinética:

$$1 + \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{dy}(A^{-2}) = 0 \quad (3.1)$$

Resta por completar la derivación implícita:

$$\frac{d}{dy}(A^{-2}) = -2A^{-3} \frac{dA}{dy}$$

Es preciso darle ahora una interpretación a la derivada del área con respecto a la profundidad. De la figura 3.1:

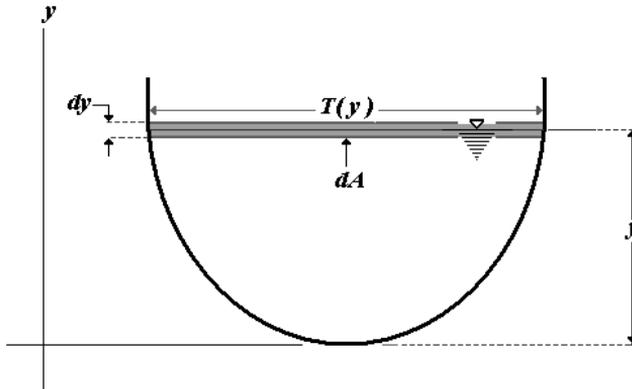


FIGURA 3.1

$$dA = T dy$$

Una vez se substituye en la expresión anterior:

$$\frac{d}{dy}(A^{-2}) = -2A^{-3}T \quad (3.2)$$

Que se puede recomponer así:

$$\frac{d}{dy}(A^{-2}) = -2A^{-2} \frac{T}{A}$$

Dado que:

$$A = TD$$

Luego:

$$\frac{d}{dy}(A^{-2}) = -2A^{-2} \frac{1}{D} \quad (3.3)$$

Al reemplazar la (3.3) en la (3.1) se llega a:

$$1 - 2 \frac{Q^2}{A^2} \frac{\alpha}{2g} \frac{1}{D} = 0$$

Después de reorganizar un poco:

$$\frac{\alpha V^2}{g D} = 1 \quad (3.4)$$

Este resultado permite extraer dos consecuencias importantes:

$$\alpha \frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2} \quad (3.5)$$

*En régimen crítico la carga cinética equivale a la mitad de la profundidad hidráulica.*

De la anterior:

$$\sqrt{\alpha} \frac{V}{\sqrt{gD}} = 1 \quad (3.6)$$

El miembro izquierdo representa, básicamente, el número Froude definido en (1.35). Aquí, aparece afectado por el coeficiente de Coriolis. Puede entenderse que la comparecencia de éste sirve para complementar la definición original, al tomar en cuenta la distribución real de la velocidad. Por tanto:

$$F = \sqrt{\alpha} \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (3.7)$$

Se constituye en la definición formal del número de Froude.

La (3.6) vale, así mismo, como una prueba más rigurosa del valor unitario que toma el número de Froude en estado crítico (compárese con lo expuesto en la sección 1.2.2.6).

La expresión (3.6) se puede reformular, en términos del caudal, con el concurso del principio de continuidad:

$$\sqrt{\frac{\alpha}{g}} \frac{Q}{A\sqrt{D}} = 1$$

Al modificarla un poco, se convierte en:

$$A\sqrt{D} = Q\sqrt{\frac{\alpha}{g}} \quad (3.8.)$$

El miembro izquierdo de la (3.8) tiene un carácter estrictamente geométrico, ya que sólo depende de la sección. Se le llama *factor de la sección a flujo crítico*:

$$Z_c = A\sqrt{D} \quad (3.9.)$$

Conforme a la (3.8), también es lícito escribir:

$$Z_c = Q\sqrt{\frac{\alpha}{g}} \quad (3.10.)$$

Cualquiera de las (3.8) o (3.7), se denomina *ecuación del flujo crítico*. Constituye otra ecuación fundamental para la hidráulica de canales.

## 3.2.2 CÁLCULO DE LA PROFUNDIDAD CRÍTICA

La (3.8) permite determinar la profundidad crítica, cuando se conocen el caudal, el coeficiente de Coriolis y el tipo de sección transversal.

Sólo con pocas secciones transversales es factible obtener relaciones explícitas para calcular la profundidad crítica.

### 3.2.2.1 CANAL RECTANGULAR

El factor de la sección correspondiente a esta sección es:

$$A\sqrt{D} = by_c\sqrt{y_c} = by_c^{\frac{3}{2}} \quad (3.11.)$$

Después de reemplazar la (3.11) en la (3.10), resulta<sup>131</sup>:

$$by_c^{\frac{3}{2}} = Q\sqrt{\frac{\alpha}{g}}$$

La (2.46):

---

<sup>131</sup> Es evidente que las propiedades geométricas deben expresarse en términos de la profundidad crítica,  $y_c$ , al tratarse de flujo crítico.

$$q = \frac{Q}{b}$$

Se sustituye en la última expresión. Una vez se despeja se llega a:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} \quad (3.12.)$$

Válida como fórmula para el cálculo de la profundidad crítica en un canal rectangular.

### 3.2.2.2 CANAL TRIANGULAR

El procedimiento es similar al efectuado para el caso rectangular:

$$A\sqrt{D} = zy_c^2 \sqrt{\frac{y_c}{2}} = z \frac{y_c^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{2}} \quad (3.13.)$$

La (3.13) en la (3.10):

$$z \frac{y_c^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{2}} = Q \sqrt{\frac{\alpha}{g}}$$

Luego:

$$y_c = \sqrt[5]{\frac{2\alpha Q^2}{gz^2}} \quad (3.14.)$$

### 3.2.2.3 CANAL TRAPEZOIDAL

Es conveniente, inicialmente, efectuar una pequeña transformación en la (3.9). Para ello se tiene en cuenta la equivalencia:

$$A = DT$$

$$Z_c = \frac{A^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{T}}$$

En seguida de elevar al cuadrado, se consigue:

$$(Z_c)^2 = \frac{A^3}{T}$$

O bien (tabla 1.3):

$$(Z_c)^2 = \frac{(b + zy_c)^3 y_c^3}{(b + 2zy_c)}$$

Después de substituir la (3.10) en ésta se obtiene:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{(b + zy_c)^3 y_c^3}{(b + 2zy_c)}$$

Es evidente que se trata de una ecuación cúbica en la profundidad crítica. Esto impide conseguir una fórmula explícita.

Ocurre lo mismo para el resto de las secciones transversales, de uso frecuente en la hidráulica de canales: circular, herradura y mixta-natural. Se debe recurrir, en consecuencia, a un procedimiento numérico.

### 3.2.3 EVALUACIÓN DE LA ENERGÍA CRÍTICA

Una vez determinada la profundidad crítica, es posible evaluar la energía crítica o mínima. El procedimiento general debe partir de la (2.43). No obstante, es viable acudir a un método simplificado basado en el resultado (3.5).

#### 3.2.3.1 CANAL RECTANGULAR

De (3.5):

$$\alpha \frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2} = \frac{y_c}{2}$$

Al sustituirla en la (2.40) y transformar para el estado crítico, se llega a:

$$E_c = y_c + \frac{y_c}{2}$$

Finalmente:

$$E_c = \frac{3}{2} y_c \tag{3.15.}$$

O en forma equivalente:

$$\frac{E_c}{y_c} = 1.5 \quad (3.16.)$$

### 3.2.3.2 CANAL TRIANGULAR

Se puede comprobar fácilmente, por un procedimiento semejante, que:

$$E_c = \frac{5}{4} y_c \quad (3.17.)$$

Y:

$$\frac{E_c}{y_c} = 1.25 \quad (3.18.)$$

Resultado que es independiente del talud de la sección!<sup>132</sup>

Por lo visto hasta aquí, es indudable que conseguir derivaciones similares para otros tipos de sección llega a ser irrealizable.

## 3.3 CONCEPTO DE ENERGÍA MÍNIMA

En diversas secciones de este libro se ha hecho alusión a la energía mínima. Se trata a continuación de incorporarla a los problemas prácticos de la hidráulica de canales.

En la sección 3.1 (apartado 3), se vinculó esta noción con la de energía crítica. Ocupa, por tanto, el único punto de inflexión de la hipérbola (vértice *C*, figura 2.6). Se concluye, por simple inspección, que:

*La energía mínima de una corriente en un canal es siempre positiva.*

### 3.3.1 TRANSICIONES

En la sección 3.1 (apartado 4) se afirmó que en un control hidráulico se conforma régimen crítico y por consiguiente la energía específica se minimiza. En la práctica de la hidráulica de canales, un control hidráulico se configura al construir una estructura adecuada. Las más conocidas y utilizadas son las siguientes:

- Compuertas
- Vertederos
- Salto Hidráulico
- Transiciones
- Canaletas Parshall
- Alcantarillados

---

<sup>132</sup> Si la sección es simétrica.

Si una sección cumple con estos requisitos se denomina también *sección crítica*.

La operación de la compuerta como control se introdujo intuitivamente en la sección 1.2.2.4. Una mirada más profunda de ella y de los vertederos se reserva para el capítulo 4.

Las transiciones merecen especial atención, porque a través de la comprensión de su funcionamiento se desentraña el mecanismo que causa el flujo crítico. El proceso que lleva a este conocimiento involucra una presentación amplia de nuevos conceptos que se incluyen, a menudo, dentro del término genérico de *problema de la transición*<sup>133</sup>.

Una transición es un tramo – generalmente corto – de un canal en el que resulta modificada, en forma gradual o abrupta, alguna propiedad geométrica de éste. Se trata en particular de la variación de la pendiente, o *transición del fondo*, y de la sección transversal, llamada *transición de la sección*. Es de anotar que ambos tipos pueden darse en forma simultánea.

### 3.3.1.1 TRANSFORMACIONES ENERGÉTICAS EN TRANSICIONES

Un control hidráulico de aguas arriba o aguas abajo, de acuerdo con el caso, entrega en el sitio donde se inicia una transición, la energía específica que le servirá a la corriente para iniciar el tránsito a lo largo de ella.

Si la energía específica disminuye suficientemente a lo largo de una transición, podría minimizarse en alguna parte de ella y conformarse un control hidráulico adicional.

Para entender este proceso se hace uso de la metodología presentada en la sección 2.3.2.3.

#### TRANSFORMACIONES EN UNA TRANSICIÓN DEL FONDO

Un canal que posee una pendiente negativa, puede eventualmente modificarla en cualquier punto. Es pertinente hablar de una transición del fondo, si esta variación se da a lo largo de un tramo corto.

Supóngase que una compuerta actúa como control hidráulico en un punto,  $m$ , aguas arriba de un canal (ver recuadro figura 3.2). La posición  $a_m$  del control hidráulico produce régimen supercrítico y determina así la energía específica en un punto cualquiera,  $j$  (ecuación 2.57):

$$E_j = E_i(a_m) + Z_i - Z_j - \Delta H \quad (3.19.)$$

Asúmase ahora que opera otra compuerta en  $n$ , como control hidráulico de aguas abajo. En un punto aguas arriba (ver recuadro figura 3.3),  $k$ , se establece una corriente subcrítica. En otro,  $l$ , aguas abajo de éste, la energía específica es (ejercicio 2.4.3):

$$E_l = E_k(a_n) + Z_k - Z_l - \Delta H \quad (3.20.)$$

---

<sup>133</sup> Ver [1].

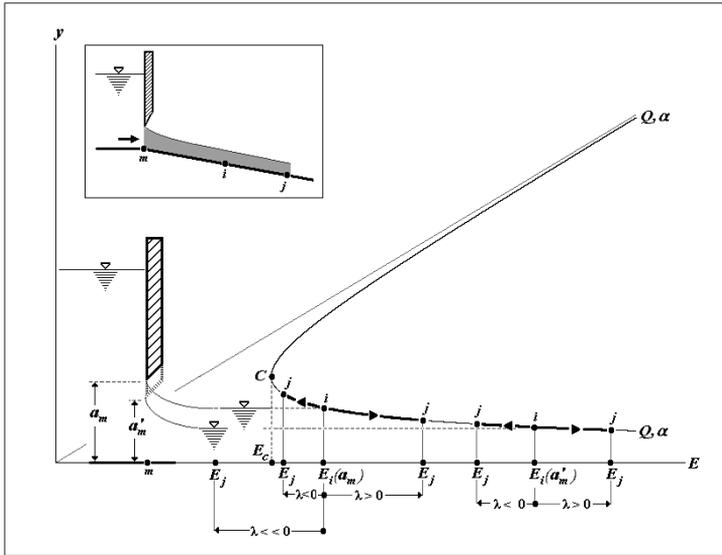


FIGURA 3.2

Las expresiones (3.19) y (3.20) son formalmente equivalentes<sup>134</sup>. No obstante, hay que tener en cuenta que la imposición de  $E_i(a_m)$  se efectúa en el mismo sentido del flujo. De suerte que primero se afecta la energía específica de  $i$  y después la de  $j$ . Por el contrario,  $E_k(a_n)$  está en la zona más aguas arriba y su establecimiento se desarrolla a contraflujo. Por tanto, se modifica inicialmente la energía específica de  $l$  y posteriormente la de  $k$ . Esto hace que una relación causa efecto sea, quizás, mucho más evidente en el caso supercrítico que en el subcrítico. Se puede afirmar que  $E_i(a_i)$  tiene una vinculación más inmediata con la energía específica producida en el sitio en que está el control hidráulico<sup>135</sup>. No sucede igual para la  $E_k(a_n)$ . Por ello, se adiciona la variable  $a_n$  para expresar simbólicamente que el control hidráulico es el que determina la energía específica en  $k$ , y que un cambio operacional en aquel se transmite hasta allí mediante el pulso  $c$ . Resulta, por estas razones, mucho más simple realizar este tipo de interpretaciones en régimen supercrítico<sup>136</sup>.

Con la substitución general (figuras 3.2 y 3.3):

$$\Delta Z = Z_{i/k} - Z_{j/l}$$

La (3.19) y (3.20) se pueden reescribir, respectivamente:

$$E_j = E_i(a_m) + \Delta Z - \Delta H \tag{3.21.}$$

<sup>134</sup> Estas relaciones resultan útiles también para tratar las transformaciones energéticas en transiciones de la sección transversal.

<sup>135</sup> Especialmente si  $i$  está inmediatamente aguas abajo de la compuerta.

<sup>136</sup> La diferencia, aunque sutil, llega a ser importante. En la medida que se avance en la exposición, el lector podrá reconocer y valorar la importancia de esta aclaración.

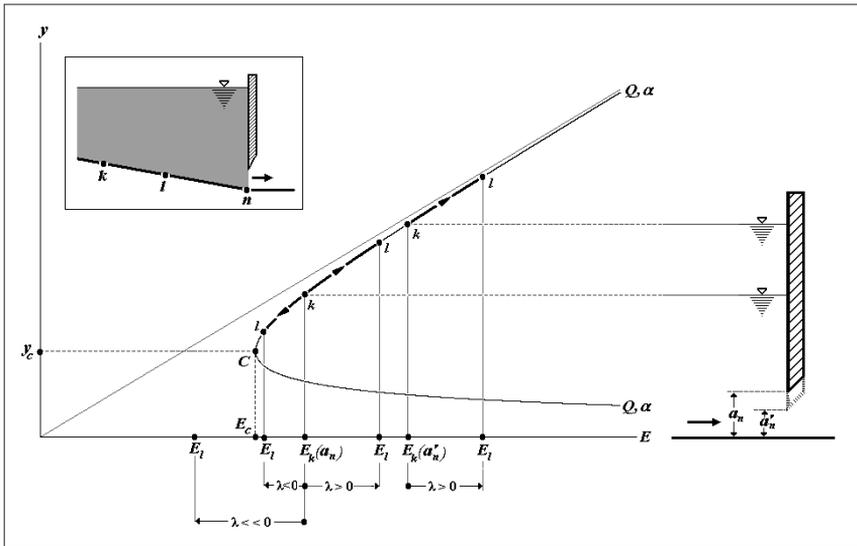


FIGURA 3.3

$$E_l = E_k(a_n) + \Delta Z - \Delta H \quad (3.22.)$$

El cambio en la cota del fondo y la pérdida de energía se reúnen en un único parámetro:

$$\lambda = \Delta Z - \Delta H \quad (3.23.)$$

Éste cumple la función de reunir las variables que determinan los cambios de energía específica a lo largo del canal. Resulta particularmente útil para explicar la disminución de la energía específica que puede llevarla a la condición de energía mínima.

Así, la (3.21) y la (3.22) se transforman en:

$$E_j = E_i(a_m) + \lambda \quad F > 1 \quad (3.24.)$$

$$E_l = E_k(a_n) + \lambda \quad F < 1 \quad (3.25.)$$

Las ecuaciones anteriores muestran que la energía específica en cualquier punto depende también de la de referencia, establecida por un control hidráulico. Ya que en este caso particular es una compuerta, la cantidad de energía específica suministrada obedece al grado de apertura. Al reducirla, en corriente supercrítica (ver sección 1.2.2.4), la profundidad inmediatamente abajo disminuye, y consecuentemente la energía específica se incrementa (figura 3.2). Lo opuesto sucede al abrirla. Simbólicamente:

$$a_m \downarrow \Rightarrow y_i \downarrow \Rightarrow E_i(a_m) \uparrow \quad (3.26.)$$

$$a_m \uparrow \Rightarrow y_i \uparrow \Rightarrow E_i(a_m) \downarrow \quad (3.27.)$$

En flujo subcrítico (ver sección 1.2.2.4), una operación idéntica conlleva el aumento de la profundidad aguas arriba, y la energía específica crece consecuentemente (figura 3.3). El proceso contrario acaece al abrir la compuerta. Simbólicamente:

$$a_n \downarrow \Rightarrow y_k \uparrow \Rightarrow E_k(a_n) \uparrow \quad (3.28.)$$

$$a_n \uparrow \Rightarrow y_k \downarrow \Rightarrow E_k(a_n) \downarrow \quad (3.29.)$$

El parámetro  $\lambda$  en las ecuaciones (3.24) y (3.25) toma indistintamente valores positivos, negativos o nulos, en función del peso relativo de  $\Delta Z$  y  $\Delta H$ . Por definición, una pérdida hidráulica es siempre positiva o nula (flujo ideal). El cambio en la cota de fondo,  $\Delta Z$ , puede, sin embargo, ser positivo, negativo o nulo según lo sea la pendiente del canal: negativa, positiva o nula, respectivamente<sup>137</sup>.

La evolución energética de la corriente supercrítica comprendida entre  $i$  y  $j$  se ilustra en forma conveniente con ayuda de la rama correspondiente de la figura 3.2.

El arco  $\widehat{ij}$  simboliza allí el desplazamiento energético desde el punto  $i$  de aguas arriba hasta el punto aguas abajo  $j$ . Se distinguen dos sentidos factibles de recorrido:

Antihorario ( $i \rightarrow j$ ), cuando  $\lambda > 0$ . La energía específica aumenta hacia aguas abajo. Así se aleja del estado de energía mínima. En la figura 3.2 atañe a la apertura  $a'_m$  de la compuerta.

Horario ( $i \rightarrow j$ ) para  $\lambda < 0$ . La energía específica disminuye hacia aguas abajo y se aproxima al estado de energía mínima ( $E_j \rightarrow E_c$ ). En la figura 3.2 corresponde a la apertura  $a_m$  de la compuerta.

Idéntica descripción cabe para el régimen subcrítico con la ayuda ahora de la rama respectiva en la figura 3.3:

Horario ( $k \rightarrow l$ ) cuando  $\lambda > 0$ . La energía específica se incrementa hacia aguas abajo y de esta manera se distancia del estado de energía mínima. La figura 3.3 concierne a la apertura  $a'_n$  de la compuerta.

Antihorario ( $k \rightarrow l$ ) para  $\lambda < 0$ . La energía específica decrece en dirección de aguas abajo y se acerca a la condición de energía mínima ( $E_l \rightarrow E_c$ ). En la figura 3.3 se asocia a la apertura,  $a_n$ , de la compuerta.

De las gráficas citadas se infiere que la aproximación al estado de energía mínima se refleja en una variación de la profundidad y la velocidad de la corriente, la cual es diferente acorde con el flujo. Esto es:

---

<sup>137</sup> Un canal tiene usualmente pendiente negativa (si se admite que el flujo corre de izquierda a derecha). Corresponde a lo establecido en la sección 1.2.1.1. La pendiente nula y la positiva (contrapendiente o pendiente adversa) encuentran un uso práctico como disipadores de energía (ver capítulo 6).

$$E \rightarrow E_c \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y \uparrow \\ V \downarrow \end{cases} F > 1$$

$$\begin{cases} y \downarrow \\ V \uparrow \end{cases} F < 1$$

## TIPOS DE TRANSICIÓN DEL FONDO

Existen dos tipos de ella:

Repecho  
Caída

### REPECHO

Se designa de esta manera la transformación de la pendiente negativa de un canal en una positiva<sup>138</sup>. En caso de hacerla de modo gradual, se habla de una *rampa positiva*; de ser abrupta de un *escalón positivo*, o también de un *umbral*. Se verifica esta situación cuando sus cotas extremas están en la siguiente relación (ver los recuadros de la figura 3.2 y la figura 3.3):

$$Z_{i/k} < Z_{j/l}$$

Como:

$$\Delta Z = Z_{i/k} - Z_{j/l}$$

Se concluye que una rampa o un escalón positivo se identifican con un cambio negativo en la cota del fondo (según las ecuaciones 3.21 y 3.22). Esto es:

$$\Delta Z < 0$$

### CAÍDA

En este caso, la pendiente negativa se torna más acusada a lo largo de la transición.

Se puede hablar también de una *rampa negativa*<sup>139</sup> si la caída se hace de manera paulatina<sup>140</sup>. De un *escalón negativo*<sup>141</sup>, si la modificación es abrupta.

<sup>138</sup> Se utiliza este término, para marcar diferencia con el canal de pendiente positiva o adversa, que se supone debe tener una mayor longitud.

<sup>139</sup> Negativa o positiva, porque sus pendientes así lo son.

Es claro que una caída se asocia al cambio positivo en la cota de fondo:

$$\Delta Z > 0$$

Las figuras 3.8 y 3.9 contienen fotografías, procedentes de experiencias de laboratorio, con ejemplos de rampas positivas y negativas.

#### TRANSICIÓN DEL FONDO Y ENERGÍA MÍNIMA

Si se verifica que  $\lambda > 0$ , una transición del fondo no conduce la corriente al estado de energía mínima. Este valor del parámetro  $\lambda$  se alcanza al validar cualquiera de los siguientes grupos de condiciones (ecuación 3.23):

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \Delta Z > 0 & \\ \text{ii) } \Delta H = 0 & \text{(Flujo ideal)} \end{array} \quad (3.30.)$$

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \Delta Z > 0 & \\ \text{ii) } \Delta Z > \Delta H & \text{(Flujo real)} \end{array} \quad (3.31.)$$

La energía mínima aparece cuando  $\lambda < 0$ . A su vez esta relación se valida para los siguientes conjuntos de condiciones (ver la ecuación 3.23):

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \Delta Z > 0 & \\ \text{ii) } \Delta Z < \Delta H & \text{(Flujo real)} \end{array} \quad (3.32.)$$

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \Delta Z < 0 & \\ \text{ii) } \Delta H = 0 & \text{(Flujo ideal)} \end{array} \quad (3.33.)$$

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \Delta Z < 0 & \\ \text{ii) } \Delta H < 0 & \text{(Flujo real)} \end{array} \quad (3.34.)$$

En consecuencia:

*Cuando la corriente es ideal (ecuación 3.30) una caída del fondo no puede llevarla al estado de energía mínima. En una real podría ocurrir según la magnitud de la pérdida hidráulica, especialmente de la local (ecuación 3.32).*

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, el concepto repecho parece ser el más indicado para indagar sobre el mecanismo que produce el estado de energía mínima.

En un primer nivel de análisis, suficiente para ilustrar el fenómeno, se presumirá que el flujo es ideal (ecuación 3.33)<sup>142</sup>.

---

<sup>140</sup> Los canales tienen a menudo cambios de pendiente. De una negativa a otra. Una rampa negativa es un aumento de pendiente, sólo que el canal al que corresponde es más corto.

<sup>141</sup> De esta definición debe excluirse el caso del salto hidráulico, que podría asimilarse más bien a una cascada. No es propiamente una transición, sino generalmente el punto final de un canal.

<sup>142</sup> Por tanto, el examen de la situación que representan la (3.32) y (3.34) se aplaza para el capítulo 7.

Se representa esta situación para régimen supercrítico en la figura 3.4 .

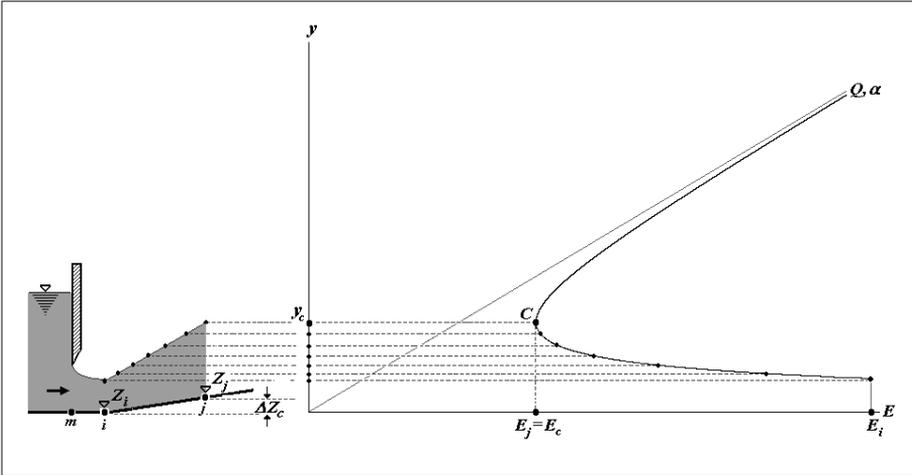


FIGURA 3.4

El grado de apertura de la compuerta, localizada en  $m$ , provee una energía específica en el punto  $i$ , donde el fondo del canal comienza justamente a levantarse. En la medida que la corriente prosigue hacia aguas abajo se desacelera progresivamente, incrementa su profundidad y consecuentemente descende su energía específica<sup>143</sup>. A una cierta distancia de  $i$  la velocidad se minimiza (*velocidad crítica*) y la profundidad llega a su valor máximo; se arriba al estado crítico y la energía es un mínimo. En ese punto  $\Delta Z_c$  es la altura del fondo con respecto al punto  $i$ .

En el caso del flujo subcrítico (figura 3.5) la compuerta, situada en  $m$ , entrega una energía específica a la entrada,  $k$ , de la rampa. A partir de allí comienza a disminuir paulatinamente la profundidad y la corriente se acelera hasta alcanzar la velocidad crítica, mientras que la energía específica descende hasta el mínimo. Esto ocurre a una altura del fondo, con relación a  $k$ , de  $\Delta Z_c$ .

En síntesis:

*En un repecho la energía mínima se alcanza por encima de la profundidad crítica si el régimen es subcrítico y por debajo si es supercrítico.*

La consideración en el análisis de una pérdida *local* (inherente al cambio en el alineamiento del fondo) causa que la  $\Delta Z_c$  requerido resulte inferior al ya citado, conforme a la (3.33)<sup>144</sup>.

<sup>143</sup> Esta evolución puede seguirse gráficamente en la rama supercrítica de la figura 3.4. Basta con observar las líneas punteadas entre la superficie libre y la gráfica.

<sup>144</sup> En flujo ideal, el desgaste de la energía específica es atribuible únicamente a la elevación del fondo. Por consiguiente, el desgaste se incrementa al incluir pérdidas.

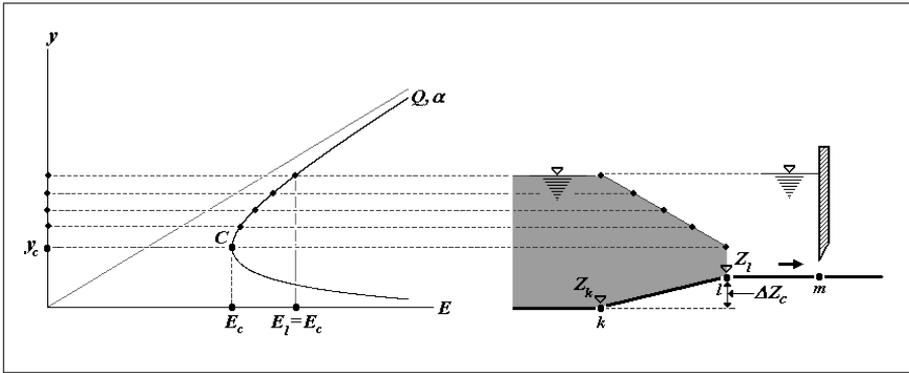


FIGURA 3.5

### TRANSFORMACIONES EN UNA TRANSICIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

La sección transversal puede alterarse a lo largo del eje de un canal de una manera gradual o abrupta. Un ejemplo clásico es la intromisión de una pila de soporte para un puente.

Para efectos de la discusión que sigue, se presume la verificación de las siguientes hipótesis:

- i) La transición es horizontal.
- ii) La sección transversal es rectangular.
- iii) El flujo es ideal.

Existen dos tipos posibles de transiciones de la sección:

- Ampliación
- Reducción

La variación en la geometría de la sección hace indispensable tener en cuenta en estos casos dos curvas de energía específica: curvas de entrada ( $i, k$ ) y curvas de salida ( $j, l$ ).

#### AMPLIACIÓN

Llamada también *ensanche* (recuadro figura 3.6). Se caracteriza por una entrada,  $i$ , y una salida,  $j$ . En consecuencia:

$$b_i < b_j \quad (3.35.)$$

En la figura 3.6, con base en la (3.35) y la (2.46), se infiere que:

$$q_i > q_j$$

De la (3.12) se sigue:

$$y_{c_i} > y_{c_j}$$

La (3.15) lleva a concluir que:

$$E_{c_i} > E_{c_j}$$

Luego la curva de energía específica de la entrada (*i*) se encuentra desplazada a la derecha con respecto a la de la salida (*j*) (figura 3.6)<sup>145</sup>.

Este hecho es sumamente significativo porque implica que la energía específica de la salida de un ensanche se localiza siempre a la derecha de la energía mínima (figura 3.6). Esto es:

$$E_j > E_{c_j}$$

De esta relación aparece una consecuencia importante:

*Una ampliación no puede conducir la energía específica de un flujo ideal al valor mínimo, tanto en régimen supercrítico como en subcrítico. Este resultado es equivalente al que describe la expresión (3.30).*

De las hipótesis i) y iii) se desemboca en que necesariamente  $\lambda = 0$ ; de esta manera la (3.24) se reducen simplemente a:

$$E_i = E_j \tag{3.36.}$$

Con base en la (3.36) y la figura 3.6, se infiere que el ensanche acelera una corriente supercrítica y desacelera una subcrítica, hasta establecer profundidades a la salida de él<sup>146</sup>:

$$y_{i_1} > y_{j_1} \quad \mathcal{F} > 1$$

$$y_{i_2} < y_{j_2} \quad \mathcal{F} < 1$$

Que además se alejan de la profundidad crítica de salida, como se corrobora en el perfil del canal, anexo a la figura 3.6.

El proceso que lleva a evaluar estas profundidades puede seguirse en forma cómoda –y bastante ilustrativa– mediante las poligonales superpuestas al diagrama de energía específica (figura 3.6)<sup>147</sup>:

<sup>145</sup> En la Fig. 3.6 – y subsiguientes – se incluyen anexos a la curva: una planta de la transición y un perfil de ella, con la evolución de la superficie libre.

<sup>146</sup> Se adicionan ahora nuevos subíndices para poder distinguir el flujo supercrítico (1) del subcrítico (2).

<sup>147</sup> Se introduce ahora este método alternativo –al analítico de la ecuación (3.36)– para cuantificar la profundidad a la salida de una transición, cualquiera que ella sea. Agrega la ventaja adicional de permitir seguir en forma descriptiva el proceso de conversión energética.

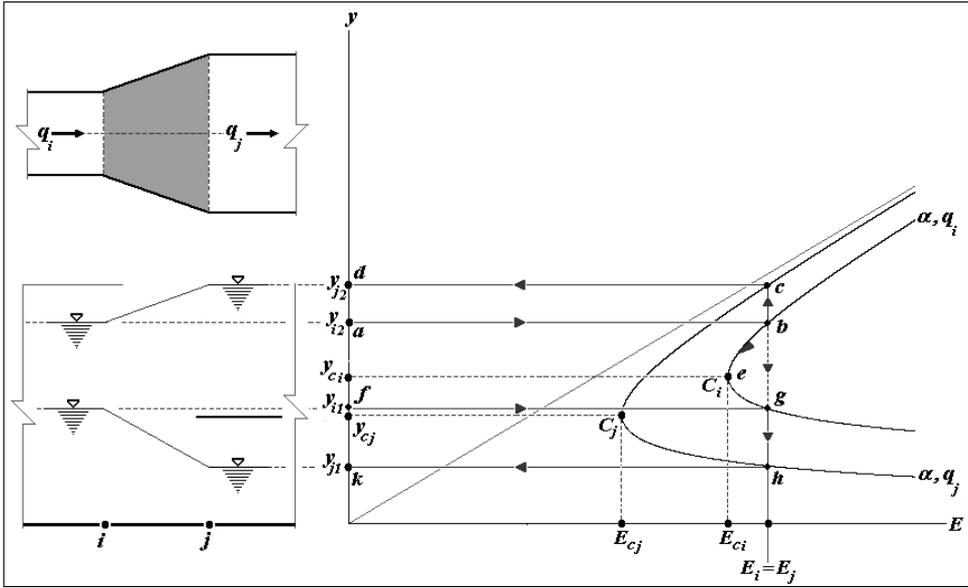


FIGURA 3.6

*abcd* (flujo subcrítico).  
*fghk* (flujo supercrítico).

Su interpretación es la siguiente:

Los puntos *a* o *f* marcan el comienzo del procedimiento pues representan las profundidades impuestas por un control hidráulico de cualquier índole. Las energías específicas a la entrada se determinan, por tanto, a partir de los puntos *b* o *g* sobre la curva de entrada (*i*). En virtud de la conservación de la energía, *c* y *h* marcan los puntos de igual energía específica, sobre la curva de salida<sup>148</sup>. A partir de allí, se llega a *d* y *k*, que permiten medir las profundidades a la salida de la transición.

El análisis gráfico comprueba lo afirmado antes, en cuanto al comportamiento de una corriente supercrítica y subcrítica en una ampliación.

### REDUCCIÓN

Conocida, así mismo, como *estrechamiento* (recuadro figura 3.7). Se define por la entrada, *k*, y la salida, *l*. Por tanto:

$$b_k > b_l \tag{3.37.}$$

<sup>148</sup> Al haberse supuesto que el flujo es ideal, las líneas  $\overline{bc}$  y  $\overline{gf}$  son paralelas al eje de las ordenadas. Su prolongación hasta el eje de abscisa determina que  $E_i = E_j$ .

Por las mismas razones expuestas para obtener la (3.36) y la (3.25) se simplifica para una reducción en:

$$E_k = E_l \quad (3.38.)$$

Un razonamiento similar al ya realizado para una ampliación, conduce a la conclusión:

$$y_{c_l} > y_{c_k} \Rightarrow$$

$$E_{c_l} > E_{c_k}$$

Por ende, la curva de energía específica de la salida se ubica a la derecha de la de entrada (figura 3.7).

En estas circunstancias, existen tres relaciones factibles entre la energía específica de la salida de la reducción y la energía mínima allí mismo:

- i)  $E_l > E_{c_l}$
- ii)  $E_l = E_{c_l}$
- iii)  $E_l < E_{c_l}$

En el supuesto que la energía específica  $E_k$  se mantenga constante siempre<sup>149</sup>, los casos por considerar se crean al modificar la relación entre la geometría de la sección de entrada y la de salida. Ésta se denomina *grado o relación de contracción* ( $\sigma$ ):

$$\sigma = \left( 1 - \frac{b_{salida}}{b_{entrada}} \right) \geq 0 \quad (3.39.)^{150}$$

CASO i)

Si el grado de contracción es pequeño  $b_l < b_k$ , la separación entre curvas de energía específica es reducida.

Con base en las poligonales de la figura 3.7, se puede concluir que la reducción descrita desacelera la corriente supercrítica y acelera la subcrítica; empero las profundidades subcrítica y la supercrítica se mantienen apartadas de la crítica. Esto lo confirma el esquema que contiene el perfil de la transición<sup>151</sup>.

Es interesante resaltar que en este caso la respuesta hidráulica es opuesta a la ya ilustrada para una ampliación.

<sup>149</sup> En el laboratorio, por ejemplo, lo que se hace es disminuir el ancho aguas abajo.

<sup>150</sup> Sería negativo, si se tratase de una ampliación.

<sup>151</sup> Supuesto, claro está, a que el flujo sea ideal.

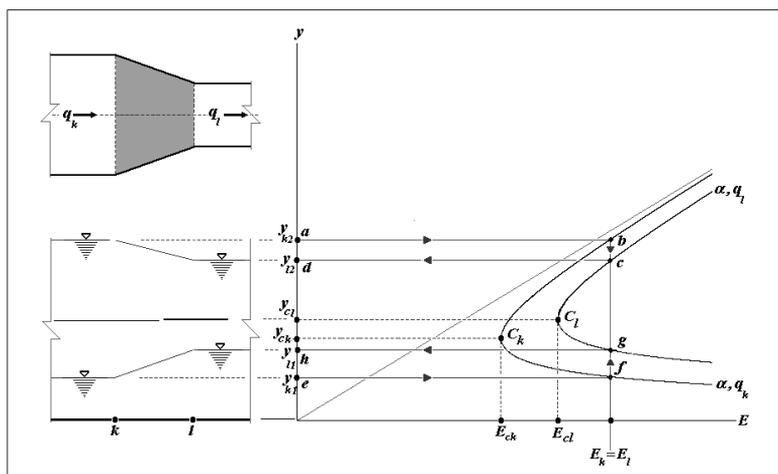


FIGURA 3.7

### TRANSICIÓN DE LA SECCIÓN Y ENERGÍA MÍNIMA (CASO ii)

Se trata de una situación límite ya que el grado de contracción alcanza la magnitud justa para que el vértice  $C_l$  de la curva de salida haga tangencia con la vertical que pasa por  $E_l$  (en la figura 3.7 se consigue al mover la curva  $l$  hacia la derecha<sup>152</sup>). Se puede, por consiguiente, escribir el principio de conservación de la energía en estos términos (ecuación 3.38):

$$E_k = E_l = E_{c_l}$$

Este resultado es independiente del régimen. En supercrítico, la profundidad se aproxima a la crítica por debajo; en subcrítico por encima. Cabe considerar que esta condición es semejante a la ilustrada en las figuras 3.4 y 3.5. Por tanto:

*Una reducción adecuada de la sección transversal induce en ese sitio flujo crítico y la energía específica alcanza su valor mínimo. El grado de reducción necesario para alcanzar este estado, se denomina grado de contracción crítica ( $\sigma_c$ ).*

Se sigue de esto:

$$y_l = y_{c_l}$$

<sup>152</sup> El traslado de la curva  $l$  hacia la derecha equivale a un incremento en el grado de la contracción.

### 3.4 ACCESIBILIDAD DEL FLUJO

En el capítulo 1, al introducir el concepto de control hidráulico, se demostró que el flujo subcrítico sólo admite ser generado desde aguas abajo hacia aguas arriba y el supercrítico en forma inversa. Éste fue empleado también en el capítulo 2 para justificar la selección de una raíz físicamente correcta al resolver la ecuación de energía específica. Se afirmaba allí que si una corriente es subcrítica aguas arriba debe serlo forzosamente aguas abajo. Así mismo que si es supercrítica tiene que tener la misma calidad aguas abajo. El argumento ha sido utilizado desde entonces con un cierto carácter de provisionalidad. Puede formalizarse ahora, con base en lo expuesto en este capítulo.

Se hace uso para este propósito de un procedimiento gráfico que se sirve de la rama subcrítica<sup>153</sup> de la curva con vértice en  $C_i$  (figura 3.6). Al salir del punto  $b$  (o profundidad de aguas arriba) se determina el punto  $b$  en la curva. Las posibles profundidades de aguas abajo se encuentran sobre los dos puntos  $c$  y  $h$  (de la curva con vértice en  $C_j$ ). Supóngase que la profundidad correcta es la que se obtiene desde  $h$ . Existen, en consecuencia, dos caminos potenciales que al partir de  $b$  permitirían llegar a  $h$ . Se trata, en suma, de sendas conjeturas que es preciso validar en términos de su pertinencia física:

*bgh*. Al recorrer esta trayectoria se cortan curvas con caudales unitarios, por fuera del rango de definición del problema  $(q_i, q_j)$ . Sin duda, se está delante de algo incoherente desde el punto de vista físico.

*begh*. El desplazamiento sobre el arco  $\widehat{be}$  implica perder energía específica, hasta alcanzar el estado energético mínimo. El subsiguiente movimiento sobre el  $\widehat{eg}$  se interpreta como un nuevo incremento en la energía específica. No existe, en esta ocasión, una causa física que justifique este comportamiento.

La gran conclusión es que considerar válida alguna de las trayectorias examinadas, conduce a absurdos físicos. Se dice, por tanto, que el punto  $h$  es *hidráulicamente inaccesible* desde  $b$ . Por el contrario, la trayectoria  $\overline{bc}$  no crea este tipo de problemas y la solución del problema debe partir del punto  $c$ <sup>154</sup>.

Se puede afirmar con certeza:

*El flujo subcrítico sólo es accesible desde subcrítico. El flujo supercrítico únicamente desde supercrítico.*

Esta declaración conduce a una útil consecuencia de tipo práctico:

*Si en un punto de un canal la corriente es supercrítica o subcrítica, tal condición se preserva en una sección inmediatamente aguas arriba y aguas abajo. Al resolver la ecuación de energía específica entre dos puntos de una*

<sup>153</sup> Por ejemplo. Se puede proceder igualmente con base en la rama supercrítica.

<sup>154</sup> Es cierto que la trayectoria  $\overline{bc}$  interseca otras curvas de energía específica, pero éstas están contenidas en el dominio de definición del problema.

*corriente se escoge, por tanto, como raíz solución, la profundidad que posee el mismo régimen de la energía específica conocida.*

En forma complementaria:

*Se requiere obligatoriamente de la presencia de un control hidráulico para transitar de flujo subcrítico a supercrítico. Así mismo, de la formación de un resalto hidráulico para pasar de flujo supercrítico a subcrítico,*

### 3.5 CHOQUE HIDRÁULICO

En la sección 3.3.1.1 se exploró un mecanismo particular (transición) que lleva a la producción del régimen crítico.

Se mostró como éste se alcanza en un repecho cuando  $\Delta Z = \Delta Z_c$ , y en una contracción para  $\sigma = \sigma_c$ .

Es evidente que el análisis efectuado tenía un cariz marcadamente teórico. A pesar de eso, debe mirarse como una etapa necesaria y conveniente para la comprensión de otros problemas por venir.

Es también un caso límite, que podría recrearse en un laboratorio, pero que en la práctica no se observa muy a menudo, y por ende carecería de mucho valor aplicativo. Por ello, no se ha hecho referencia al posible desarrollo de la corriente (hacia aguas bajo) una vez que ésta se ha transformado en crítica.

Con respecto a esto, podría especularse con que el flujo prosigue en estado crítico un cierto tramo. Se trata, sin embargo, de algo de difícil verificación pues depende de varios factores<sup>155</sup>, y es un tema que será discutido en los capítulos 6 y 7.

Las condiciones geométricas señaladas tienen un carácter ideal. Lo que sucede en la realidad práctica es que:

$$\Delta Z > \Delta Z_c \quad (3.40.)$$

O bien:

$$\sigma > \sigma_c \quad (3.41.)$$

La situación descrita por la (3.40) se ilustra en el extremo izquierdo de la figuras 3.2 y 3.3 ( $\lambda \ll 0$ ).

---

<sup>155</sup> Esta dificultad lleva a decir que el flujo crítico es inestable y, por ende, a tener una extensión reducida.

Con respecto a la (3.41), en la sección 3.3.1.1 (apartado “Reducción”), se le cita como caso iii).

Es decir, la energía específica disponible presenta déficit con referencia a la mínima en ambas situaciones.

El término energía mínima es suficientemente explícito y contundente como para dejar sobrentendido que se trata del valor mínimo con que una corriente debe contar para proseguir en un canal.

Por consiguiente, es natural pensar en esta carencia como si fuera una obstrucción al traslado del flujo. Esta condición especial se conoce como un *choque hidráulico*<sup>156</sup>.

*Debe entenderse, en consecuencia, que una corriente está chocada cuando su desarrollo resulta entorpecido por una insuficiencia energética.*

Un efecto inmediato es la interrupción del paso del flujo a través de la sección con una subsiguiente acción de frenado hacia la zona de aguas arriba. Pero la naturaleza líquida<sup>157</sup> no es compatible con la inmovilización total y la experiencia enseña que éste continúa adelante.

Cabe esperar entonces que la corriente, por algún medio, alcance el mínimo energético que demanda la sección particular. Es preciso, por tanto, indagar sobre el mecanismo físico que conduce a esta transformación energética y las consecuencias que se derivan de ello.

### 3.5.1 CHOQUE HIDRÁULICO INDUCIDO POR UN REPECHO

La manera más ideal de introducir este análisis es efectuar una serie de ensayos de laboratorio<sup>158</sup>. Se requiere contar con elementos como un canal, un par de compuertas localizadas en ambos extremos, y algún mecanismo que facilite la elevación del fondo del canal y así simular la rampa citada antes (figuras 3.4 y 3.5).

Es conveniente dividir la experiencia en dos etapas: régimen subcrítico y régimen supercrítico; con un montaje similar al que sugiere la figura 1.28. En la primera actúa la compuerta de aguas abajo y se desactiva la de aguas arriba. En la segunda se obra en forma opuesta.

Es apropiado realizar pruebas iniciales con elevaciones de rampa por debajo de  $\Delta Z_c$  y conforme a la condición (3.34)<sup>159</sup>.

---

<sup>156</sup> Ver [1].

<sup>157</sup> Quizás contribuya a mejorar la comprensión de la naturaleza de este fenómeno en líquidos, si se le contrasta con otro similar que ocurre en la ingeniería. Se trata del caso de un deslizamiento de tierra. Su agotamiento energético, por efecto friccional, conduce a su detección progresiva, amontonamiento y estado final de equilibrio.

<sup>158</sup> Esto es perfectamente posible de realizar, y de hecho se sugiere hacerlo, pues aclara bastante el desarrollo teórico.

<sup>159</sup> En el laboratorio, las experiencias se efectúan, necesariamente, con flujo real.

Los resultados muestran que la corriente supercrítica se desacelera, tal como se aprecia en la fotografía (figura 3.8). Por su parte, la subcrítica se acelera como se observa en la foto (figura 3.9<sup>160</sup>).

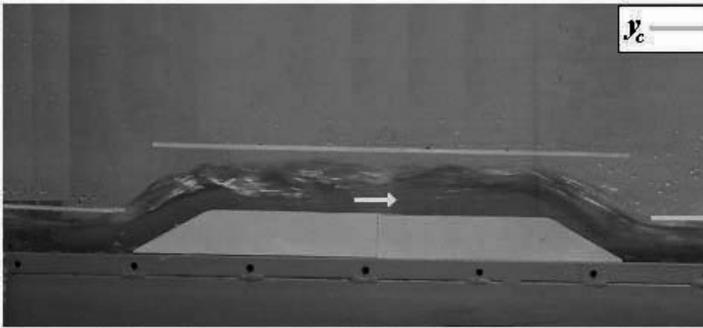


FIGURA 3.8

Es evidente que en las situaciones ilustradas, el parámetro  $\Delta Z$  (ecuación 3.23) no es suficientemente positivo como para llevar ambos flujos a un estado de energía mínima.

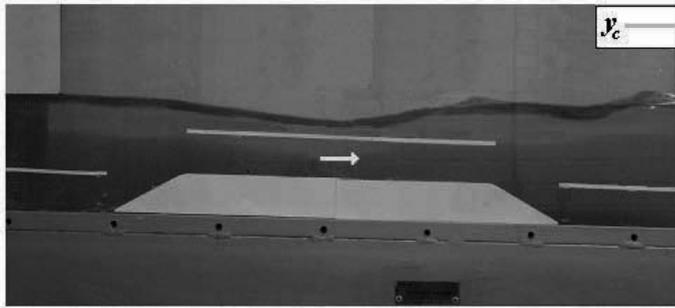


FIGURA 3.9<sup>161</sup>

Cuando se introduce en un ensayo un  $\Delta Z$  por encima de  $\Delta Z_c$ , se percibe un cierto grado de obstaculización al desarrollo de la corriente. En estas circunstancias, deja de verificarse la continuidad estacionaria a lo largo del canal. De esta manera se inicia, en un tiempo  $t_o$ , un fenómeno transitorio.

Este hecho marca un aspecto interesante que sirve de punto de partida para el análisis teórico subsiguiente.

Considérese un volumen de control finito limitado aguas abajo por la sección de salida,  $j$  o  $l$ , donde se detecta la *obstrucción* y aguas arriba por el sitio donde se inicia la transición (entrada),  $i$ ,  $k$ <sup>162</sup>. Éstos se pueden observar en la figura 3.10 (flujo subcrítico) y la figura 3.11 (flujo supercrítico).

<sup>160</sup> Ambas fotografías provienen de ensayos de laboratorio.

<sup>161</sup> Nótese en cada foto, la posición de la superficie libre con relación a la profundidad crítica.

<sup>162</sup> Para flujo subcrítico  $k$  y  $l$ . Para supercrítico,  $i$  y  $j$ .

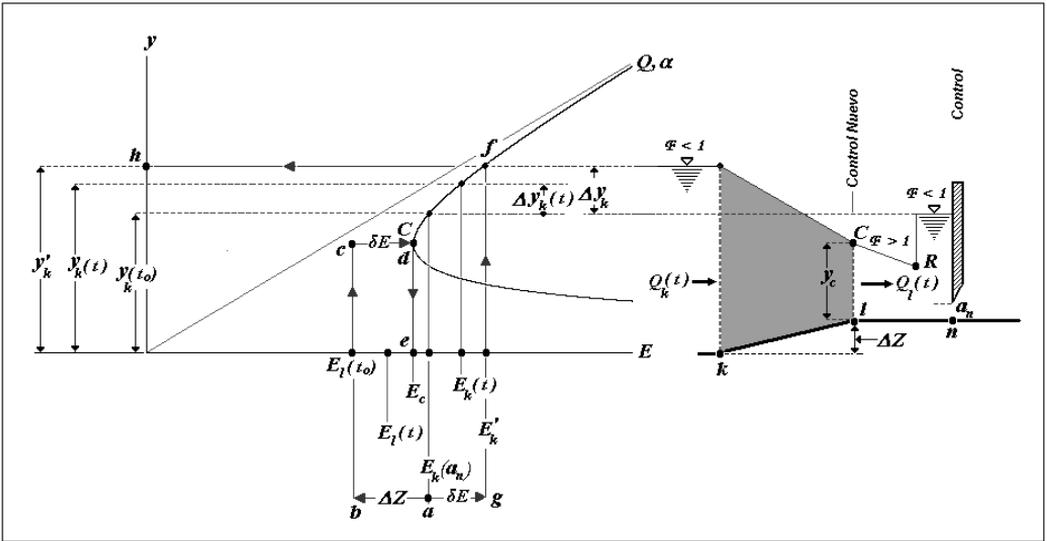


FIGURA 3.10

El transitorio se manifiesta como una acumulación de líquido dentro del volumen de control. Éste finaliza en algún tiempo  $t_f = t_o + \Delta t$ <sup>163</sup>.

De acuerdo con esto, al iniciarse el choque hidráulico:

$$Q_{i/k} > Q_{j/l}$$

Por ende la ecuación de continuidad debe ser ahora la (1.11):

$$Q_{i/k} - Q_{j/l} = \frac{\partial V_c}{\partial t}$$

De allí en adelante el desarrollo del evento es algo diferente para un flujo subcrítico y uno supercrítico. Por ello es conveniente describirlo separadamente.

En un primer nivel (elemental), se emprenderá el examen de este tipo de fenómenos sin tomar en cuenta las pérdidas hidráulicas<sup>164</sup>.

<sup>163</sup>  $\Delta t$  es la duración del transitorio. Carece de importancia en la mayoría de las aplicaciones prácticas. Se emplea aquí para ilustrar el fenómeno.

<sup>164</sup> En el capítulo 7 se presentarán los elementos necesarios para afinar un poco más el análisis y, con ello, mejorar la aproximación de los cálculos.

### 3.5.1.1 CHOQUE HIDRÁULICO EN UN REPECHO CON FLUJO SUBCRÍTICO

La figura 3.10 ilustra la evolución temporal de la energía específica y la profundidad durante el transitorio provocado por el choque hidráulico de una corriente subcrítica.

La respuesta al aumento de volumen es un flujo cada vez más profundo y un consiguiente incremento de la energía específica; esto último coherente con la naturaleza subcrítica (ver sección 2.3.2.3). Por ejemplo a la entrada ( $k$ ) del volumen de control:

$$\begin{aligned} y_k(t) \uparrow &\Rightarrow \\ E_k(t) \uparrow & \end{aligned} \quad (3.42.)$$

El punto  $l$  queda vinculado a este proceso mediante el principio de conservación de la energía<sup>165</sup>:

$$E_l(t) = E_k(t) - \Delta Z \quad (3.43.)$$

De ésta y la (3.42) se infiere que:

$$E_l(t) \uparrow$$

Se advierte, pues, un paulatino incremento de la energía específica en  $l$  durante el transcurso del transitorio. Ésta, a su vez, se acercará paulatinamente al valor mínimo, como puede constatarse en el eje de las abscisas de la figura 3.10. Simbólicamente:

$$E_l(t) \rightarrow E_{c_l}$$

En forma concomitante se percibe una progresiva recuperación de la capacidad de descarga en  $l$ , es decir:

$$Q_l \rightarrow Q_k$$

Transcurrido el intervalo finito,  $\Delta t$ , el transitorio se estima finalizado en un tiempo  $t_f$ ; la corriente se estabiliza e inicia una nueva fase permanente. A partir de ese entonces ( $t > t_f$ ) se reestablece la continuidad estacionaria; las energías específicas y profundidades exhiben valores así mismo permanentes. Esto es:

$$Q_k = Q_l$$

---

<sup>165</sup> En condiciones de flujo transitorio, se puede mantener esta presentación del principio de conservación de la energía, ya que el término adicional que aparece en estos casos (que afecta a la carga cinética) se considera incluido dentro de la energía específica. En todo caso, no ejerce ninguna influencia para los objetivos de esta descripción.

En el punto  $l$ , la energía específica no es otra que la crítica:

$$E'_l = E_{c_l} \quad (3.44.)^{166}$$

Allí mismo, la profundidad se consolida en:

$$y'_l = y_{c_l}$$

Para haber podido arribar a este estado, todo el volumen de control tuvo que incrementar su energía específica en un valor  $\delta E$ . De modo particular, a la salida de la transición:

$$E'_l = E_l + \delta E = E_{c_l} \quad (3.45.)$$

Puede estimarse  $\delta E$  a partir de la figura 3.10:

$$\delta E = E_l(t_f) - E_l(t_o)$$

Es posible simbolizar el incremento energético también así:

$$\delta E = E'_l - E_l$$

O de una manera aún más precisa y práctica:

$$\delta E = E_c - E_l \quad (3.46.)$$

En cuanto a la entrada:

El principio de conservación de la energía requiere que la energía específica ganada en  $l$ , se refleje así mismo en  $k$ . Por eso en la (3.43):

$$E_l + \delta E = (E_k - \Delta Z) + \delta E$$

Esta última en la (3.45):

$$E_{c_l} = (E_k + \delta E) - \Delta Z \quad (3.47.)$$

El primer término del segundo miembro corresponde a la energía específica que resulta modificada a la entrada del volumen de control. Por consiguiente:

$$E'_k = E_k + \delta E \quad (3.48.)$$

---

<sup>166</sup> Se denota con (') la nueva condición estacionaria.

Consecuentemente, a la entrada de la transición la profundidad se estabiliza en:

$$y'_k$$

Al substituir la (3.48) y la (3.45) en la (3.47) se obtiene:

$$E'_l = E'_k - \Delta Z = E_{cl} \quad (3.49.)$$

Que es el principio de conservación de la energía en el nuevo estado estacionario.

La profundidad a la entrada del volumen de control se incrementa en la cantidad:

$$\Delta y = y'_k - y_k \quad (3.50.)$$

Esta altura se denomina *remanso*.

Finalizado el transitorio se ha creado un nuevo control hidráulico en el punto *l* diferente del establecido por la compuerta de aguas abajo. Por esta razón desde el punto *C* (figura 3.10) y hacia aguas abajo tiene que proyectarse forzosamente un flujo supercrítico. Éste colisiona en el punto *R*<sup>167</sup> con la influencia subcrítica original, *a(n)*, procedente de la zona de aguas abajo<sup>168</sup>. El encuentro da lugar al fenómeno del resalto hidráulico (ver figura 1.32). Hacia aguas arriba aparece obligatoriamente un nuevo flujo subcrítico con un número de Froude inferior al que origina la compuerta<sup>169</sup>.

Una importante conclusión del análisis efectuado para un choque hidráulico en corriente subcrítica es que aquel induce, a partir de la sección obstruida, un aumento progresivo de la profundidad hacia aguas arriba. Esta acción incrementa el contenido energético en esta zona hasta alcanzar el valor mínimo demandado por la sección. Con esto se pone en evidencia el mecanismo que le permite a ésta proseguir una vez se ha provocado el choque hidráulico.

### 3.5.1.2 CHOQUE HIDRÁULICO EN UN REPECHO CON FLUJO SUPERCRÍTICO

Después de lo discutido antes, en cuanto a la evolución del transitorio, resulta natural pensar que una obstrucción hidráulica produce, inevitablemente, un llenado de la zona aguas arriba de ella. Esto es, que parece posible hacer extensiva al flujo supercrítico la conclusión expresada antes. Y de esta manera enunciar un principio simple pero fundamental que debe caracterizar el choque hidráulico independientemente del régimen.

Así:

---

<sup>167</sup> La posición de *R* es bastante variable.

<sup>168</sup> Es interesante observar que el flujo subcrítico original resulta también obstruido por el choque y su influencia queda limitada.

<sup>169</sup> No está por demás insistir, en que los dos flujos subcríticos son ahora independientes, pues dependen de dos controles hidráulicos diferentes.

*Un choque hidráulico da lugar al aumento de la energía específica aguas arriba de la corriente.*

Es afirmar que gracias a este principio un flujo supercrítico chocado también consigue pasar. De esto se desprende que la descripción y consecuencias de un choque hidráulico en régimen supercrítico deben ser bastantes similares a las detalladas para el caso subcrítico. Sin embargo, por tratarse de una acción que se transmite desde aguas abajo hacia aguas arriba (a contraflujo) la corriente supercrítica tiene inevitablemente que transformarse en esta zona en subcrítica<sup>170</sup>!

En esas circunstancias tiene que configurarse en  $C$  un nuevo control hidráulico (figura 3.11). Por ello, se proyecta flujo supercrítico hacia aguas abajo y subcrítico hacia arriba. Éste se localiza entre el nuevo control,  $j$ , y el control de aguas arriba,  $m$ . Su extensión no es ilimitada: en el proceso de avance puede contactar a la corriente supercrítica (procedente de  $j$ ) en algún sitio del tramo  $\overline{mj}$  del canal (en la figura 3.11 en la zona antes de la rampa). Podría, también, eliminar del todo el flujo supercrítico (se dice entonces que la compuerta funciona *ahogada*)<sup>171</sup>. Salvo esta última situación extrema el resultado es siempre la formación de un resalto hidráulico (en el punto  $R$  en figura 3.11).

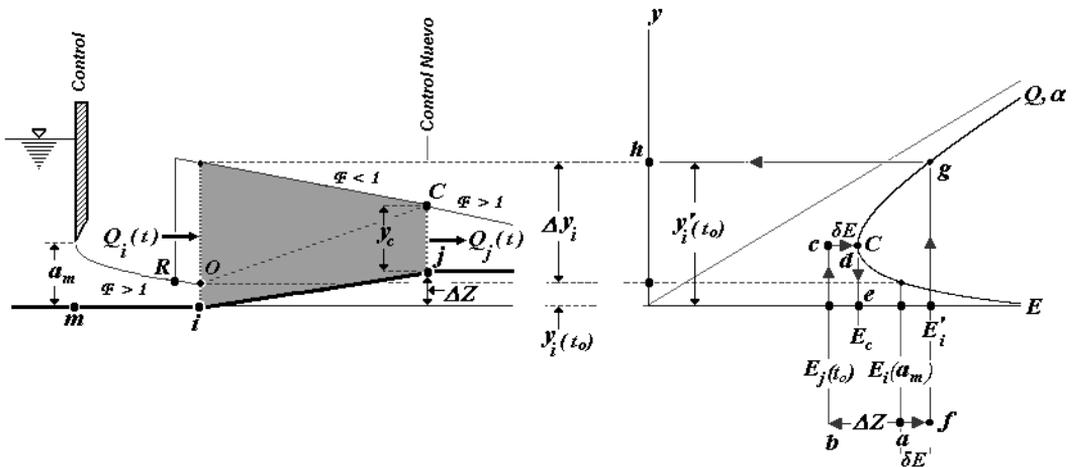


FIGURA 3.11

Por lo expuesto antes llega a ser claro que las expresiones comprendidas entre la (3.42) y la (3.50) (corriente subcrítica) conservan su entera validez en la presente condición; sólo es necesario tener en cuenta los subíndices que delimitan la transición en flujo supercrítico. Por ejemplo, una vez reestablecido el estado estacionario el principio de conservación de la energía para el volumen de control es, conforme a la (3.49):

<sup>170</sup> Hay que admitir que el hecho aparece, a primera vista, como asombroso. Si se quisiera modificar la energía específica desde arriba, sólo podría hacerse mediante la operación manual de la compuerta (cierre para incrementarla). Por ello, al líquido, le resulta imposible esta maniobra.

<sup>171</sup> El grado de avance hacia aguas arriba del nuevo flujo subcrítico, depende de la altura de la rampa y de la apertura de la compuerta. Este asunto será revisado posteriormente en los capítulos 5 y 7. No obstante, se puede adelantar que el flujo subcrítico retrocede, al cerrar la compuerta.

$$E'_j = E'_i - \Delta Z = E_{c_j} \quad (3.51.)$$

El remanso en  $i$ :

$$\Delta y = y'_i - y_i \quad (3.52.)$$

En donde  $y'_i$  representa la profundidad de la corriente subcrítica inducida aguas arriba por la obstrucción, mientras que  $y_i$  la que tendría la supercrítica a la entrada de la rampa, que es el sitio donde se evalúa el remanso<sup>172</sup>.

Las transformaciones energéticas incluidas en los procesos ilustrados para régimen subcrítico y supercrítico pueden ser seguidas esquemáticamente en las figuras 3.10 y 3.11 por medio de la línea poligonal  $abcde$  y  $afgh$ .

### 3.5.2 CHOQUE HIDRÁULICO EN UNA REDUCCIÓN TRANSVERSAL

Si el grado de contracción es alto ( $b_l \ll b_k$ , figura 3.12) no se dispone en  $l$  de energía suficiente para continuar el desarrollo de una corriente subcrítica o supercrítica. La curva  $l$  se encuentra muy a la derecha de la  $k$ . De ello se sigue que ésta se choca.

El resultado del transitorio generado en una transición de esta clase es también similar a los ya presentados para un repecho en ambos tipos de régimen. Puede decirse idéntica cosa con respecto a la forma que adquiere la superficie libre y el comportamiento del principio de conservación de la energía.

La energía específica a la entrada ( $k$ ) y salida de la transición ( $l$ ), al final del transitorio, es, conforme a la (3.48):

Flujo subcrítico (2) (figura 3.12)<sup>173</sup>:

$$E'_{k_2} = E_{k_2} + \delta E_2 \quad (3.53.)$$

$$E'_{l_2} = E_{l_2} + \delta E_2 = E_{c_l} \quad (3.54.)$$

Flujo supercrítico (figura 3.13):

$$E'_{k_1} = E_{k_1} + \delta E_1 \quad (3.55.)$$

$$E'_{l_1} = E_{l_1} + \delta E_1 = E_{c_l} \quad (3.56.)$$

<sup>172</sup> Asignar esta localización al remanso es una suposición coherente con el grado de idealización empleado y, en particular, con la delimitación del volumen de control utilizado. Empero, con el nivel de conocimiento alcanzado hasta acá, no se puede concluir acerca de la certeza de este hecho. En los capítulos 5 y 7 se suministran los conceptos y herramientas que permiten dilucidar este asunto.

<sup>173</sup> Los subíndices numéricos se usan para precisar el régimen del flujo: (1) supercrítico y (2) subcrítico.

La profundidad a la salida de la transición para las corrientes subcrítica y supercrítica es la misma, es decir, la profundidad crítica:

$$y'_{l_2} = y_{c_l}$$

$$y'_{l_1} = y_{c_l}$$

En cuanto a la entrada, las profundidades se transforman allí gracias al transitorio. Corresponden a las soluciones subcríticas de las ecuaciones (3.53) y (3.55), respectivamente:

$$y'_{k_2}$$

$$y'_{k_1}$$

De acuerdo con esto, en la entrada se forman los siguientes remansos para cada tipo de flujo:

Subcrítico:

$$\Delta y_{k_2} = y'_{k_2} - y_{k_2} \tag{3.57}$$

Supercrítico:

$$\Delta y_{k_1} = y'_{k_1} - y_{k_1} \tag{3.58}$$

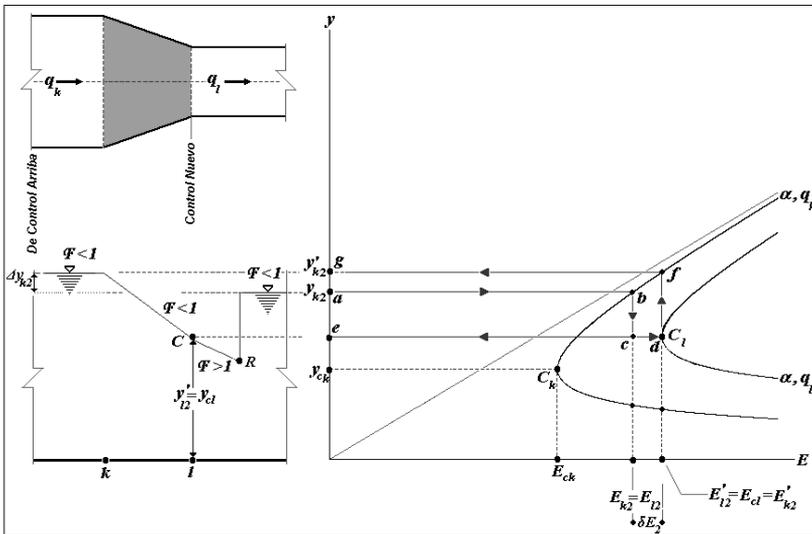


FIGURA 3.12

El proceso energético (permanente)<sup>174</sup> puede seguirse a través de la poligonal *abce, cdfg* para ambos regímenes (figuras 3.12 y 3.13).

Al terminar el transitorio, la superficie exhibe la forma mostrada en los perfiles anexos a las figuras citadas. A la salida de la transición se configura un nuevo control hidráulico que interactúa con los existentes previamente.

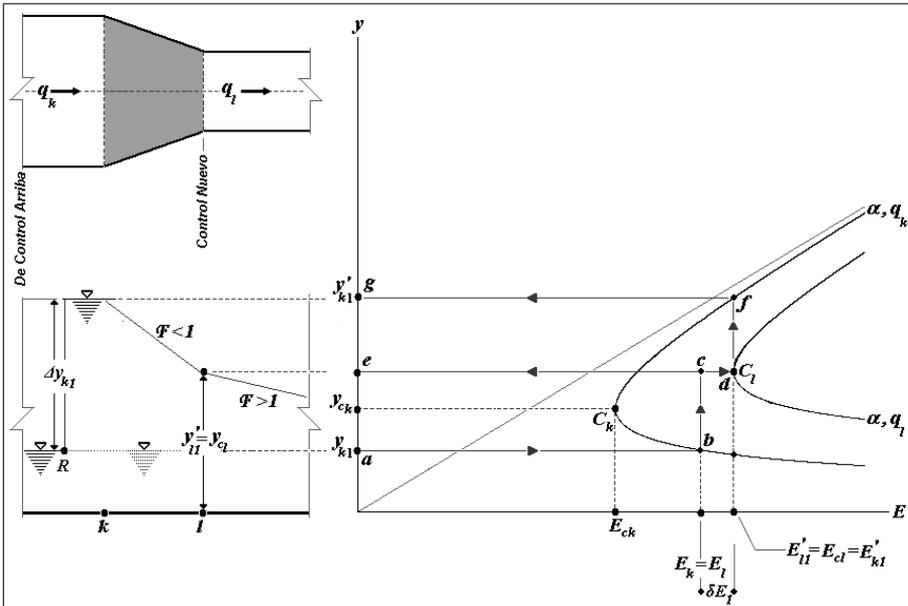


FIGURA 3.13

### 3.5.3 LIMITACIONES Y ALCANCES DEL MÉTODO DE ANÁLISIS

La validez de lo expuesto antes tiene ciertas limitaciones; algunas de ellas han sido ya citadas. Es conveniente recopilarlas, dada su importancia en la práctica de la hidráulica de canales.

1. El flujo se ha supuesto ideal. La aplicación de la metodología a situaciones reales debe producir unos resultados que no estarán, propiamente, por el lado de la seguridad. Dado que una transición, es por regla general corta, la influencia de las pérdidas friccionales se puede asumir relativamente pequeña, especialmente en régimen subcrítico<sup>175</sup>. No sucede así con las llamadas pérdidas locales. Así: ignorarlas podría llevar a conclusiones erróneas en cuanto a la creación o no de un choque hidráulico. Y consecuentemente, subvalorar el remanso inducido. El laboratorio permite corroborarlo claramente, mediante la realización de experiencias comparativas con pilas que tienen la misma dimensión perpendicular a la corriente, pero cuya sección es rectangular (*arista viva*) y redondeada. De allí se desprende

<sup>174</sup> A esta altura de la comprensión del fenómeno, resulta innecesario el detalle gráfico del transitorio.

<sup>175</sup> Las pérdidas hidráulicas dependen directamente del cuadrado de la velocidad media. El flujo subcrítico es comparativamente más lento que el supercrítico.

que para una misma energía específica suministrada, el remanso provocado por la arista viva es mayor.

Existen metodologías que toman en cuenta el efecto de la pérdida local en el choque hidráulico. Su discusión tiene un carácter avanzado y, por ello, no hará parte de los contenidos de esta obra.

2. La experiencia muestra que la ubicación del nuevo control hidráulico no coincide necesariamente con la salida de la transición, y que éste puede localizarse un poco más aguas abajo de ella en el caso de un repecho (figura 3.14). En una reducción podría presentarse, incluso, antes de la salida de ésta. La localización de la profundidad crítica a la salida de las transiciones consideradas tiene, por consiguiente, un carácter teórico o aproximado.

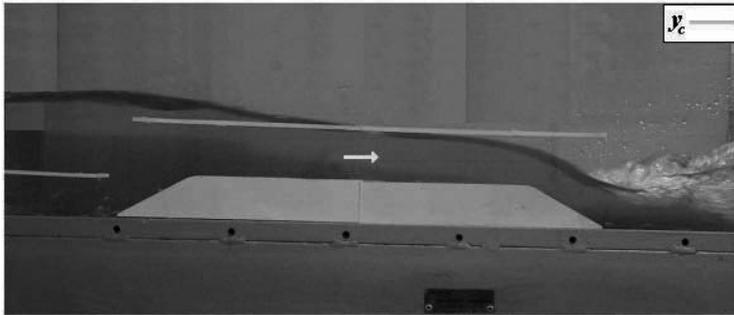


FIGURA 3.14

3. El choque hidráulico en una reducción se examinó para una sección rectangular. No obstante, el resultado es idéntico si se emplea algún tipo de sección diferente. En esta forma es factible generalizar la (3.39) para cualquier clase de sección transversal. Se trata solamente de incluir el parámetro geométrico adecuado en aquella definición.

4. En la presente discusión, la ubicación del remanso ha sido ligada a la entrada de la transición. No quiere decir, sin embargo, que no puedan darse algunos de índole mayor, hacia la zona de aguas arriba. En el capítulo 7 se suministrará la metodología para evaluarlos.

5. La energía específica suministrada es provista por compuertas. Se llega a conclusiones similares con la utilización de otra variedad de control hidráulico.

En fin, estas limitaciones no desvirtúan el objetivo buscado, esto es, el introducir las características esenciales del choque hidráulico. Éstas se resumen a continuación.

### 3.5.4 CARACTERÍSTICAS DE UN CHOQUE HIDRÁULICO

1. Un choque hidráulico aparece, en general, por la modificación en la geometría de un canal. Aquí se ha hecho especial énfasis – y es cierto que el análisis ha sido guiado por esta referencia - en choques hidráulicos en transiciones. No obstante, el lector atento ya habrá inferido, por analogía, que la operación de una compuerta provoca también un choque hidráulico. Y de modo general: en todo control hidráulico hay siempre un choque hidráulico.

2. La formación o no de un choque hidráulico está relacionada con los parámetros de cada problema hidráulico, la energía específica suministrada por el control hidráulico y la magnitud de los parámetros  $\lambda$  y  $\sigma$ . Una variación de la energía específica podría eliminar el choque hidráulico: por ejemplo, cerrar la compuerta (independientemente del régimen). La razón es que la operación corre los puntos energéticos de la entrada hacia la derecha en el eje de las abscisas de una curva de energía específica (ver figuras 3.2, 3.3, 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13).

3. Un choque hidráulico en un canal induce flujo transitorio. Al finalizar éste se produce un nuevo estado permanente y una forma modificada de la superficie libre del canal. A este respecto compárense, por ejemplo, las figuras 3.9 y 3.14.

Los cambios más llamativos son el remanso a la entrada y la aparición, en cualquier tipo de régimen, de un resalto hidráulico. La localización de éste depende de varios factores. En todo caso no está restringida al tramo de la transición.

4. Así mismo, la corriente es rápidamente variada en la transición, con o sin choque hidráulico.

5. La energía específica se incrementa en un  $\delta E$  al finalizar un choque hidráulico. En ausencia de éste, se verifica que  $\delta E = 0$ <sup>176</sup>.

6. Como consecuencia de un choque hidráulico, aparece un control hidráulico adicional (figuras 3.10 a 3.14)<sup>177</sup>.

7. Un choque hidráulico podría dar lugar a problemas ambientales como desbordamientos en la zona de aguas arriba. Sobre todo en un régimen supercrítico donde la magnitud del remanso es comparativamente mayor que en uno subcrítico y la altura de los muros del canal tiende a ser pequeña<sup>178</sup>. Por esta razón un proyectista deberá prestar especial atención a la formación de choques hidráulicos en corrientes de esta clase.

### EJEMPLO 3.1

De un gran tanque se descarga agua por medio de una canaleta triangular de pendiente alta. Determinar el caudal que pasa a través de la canaleta. Considerar que el flujo es permanente y  $\alpha = 1.1$ .

SOLUCIÓN

Hipótesis:

i) Flujo ideal.

---

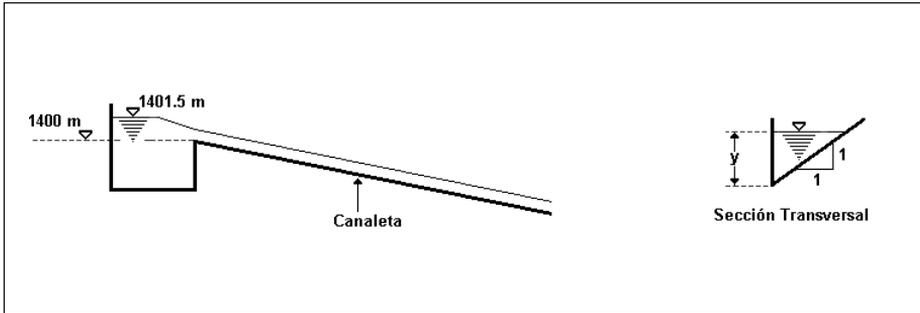
<sup>176</sup> Idéntico comportamiento se advierte cuando la energía disponible es la justa para superar la transición. Es una condición de flujo crítico, pero sin choque!

<sup>177</sup> En la foto (Fig. 3.14) se muestra parte del resalto hidráulico resultante del encuentro de la corriente supercrítica con la subcrítica (procedente de aguas abajo).

<sup>178</sup> Es así evidentemente, porque el flujo supercrítico es menos profundo. La formación de una corriente subcrítica en este tipo de canales, es muy poco deseable.

ii) Al tratarse de un tanque grande, es admisible suponer que toda la energía es potencial en un punto suficientemente alejado de la embocadura del canal. Esto es, la superficie libre es horizontal.

De ii) se sigue que es subcrítica la corriente que se aproxima desde el tanque al canal. Ésta comienza a acelerarse en las vecindades de la entrada del canal de suerte que en él se establece un régimen supercrítico. Esto último, gracias a la gran pendiente. Se desprende de estos argumentos que en algún punto del canal la corriente tiene que ser crítica. Es factible, asumir, por tanto, que el control hidráulico se encuentra al comienzo del canal ( $Z = 1400$  m).



De allí que valga la ecuación (3.8):

$$A\sqrt{D} = Q\sqrt{\frac{\alpha}{g}}$$

El caudal se despeja fácilmente de esta expresión:

$$Q = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} A\sqrt{D} \quad (1)$$

Para calcular el caudal, hay que determinar inicialmente el valor de:

$$Z_c = A\sqrt{D}$$

Al ser la sección triangular asimétrica, no es posible emplear directamente la (3.13). Empero se le puede modificar fácilmente, si se piensa que esta sección es la mitad de la triangular simétrica. Las expresiones contenidas en la tabla 1.3 se adaptan adecuadamente para el caso:

$$A = \frac{zy_c^2}{2}$$

$$T = \frac{2zy_c}{2}$$

Es conveniente expresar el factor de la sección a flujo crítico de la siguiente manera:

$$A\sqrt{D} = \left( \frac{A^3}{T} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Después de substituir en ésta las expresiones para el área y el ancho superficial:

$$A\sqrt{D} = \left[ \frac{\left( \frac{zy_c^2}{2} \right)^3}{\left( \frac{2zy_c}{2} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{z^3 y_c^6}{8}{\frac{2zy_c}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

En seguida de simplificar y tener en cuenta que  $z=1$ :

$$A\sqrt{D} = \left( \frac{y_c^5}{8} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Al reemplazar ésta en la (1):

$$Q = \sqrt{\frac{gy_c^5}{8\alpha}} \tag{2}$$

Para determinar el valor de la profundidad crítica se requiere usar adicionalmente el principio de conservación de la energía. Se aplica entre el tanque (1) y el control hidráulico (2), sin considerar pérdidas (conforme a i)), y sin tomar en cuenta la carga cinética (según ii)) en el tanque:

Por tanto, de la ecuación (2.41) adaptada para este caso:

$$H_1 = Z_2 + E_2$$

$$H_1 = Z_1 + y_1 + 0 = 1401.5 \text{ m}$$

$$E_2 = E_c$$

La energía específica utilizada es la crítica, por configurarse allí un control hidráulico.

Una vez se substituyen estos resultados en la (2.42) se obtiene:

$$1401.5 = 1400 + E_c$$

En consecuencia:

$$E_c = 1.5m$$

La (2.43) para el estado crítico:

$$E_c = y_c + \alpha \frac{Q^2}{2gA_c^2}$$

Inicialmente se reemplaza en la anterior la expresión para el área:

$$E_c = y_c + \alpha \frac{Q^2}{2g \left( \frac{zy_c^2}{2} \right)^2}$$

Al ordenarla se reduce a:

$$1.5 = y_c + \frac{2\alpha Q^2}{gz^2 y_c^4}$$

Una vez se substituye la (2) en esta última ecuación:

$$1.5 = y_c + \frac{2\alpha}{gz^2 y_c^4} \frac{gy_c^5}{8\alpha}$$

Al simplificar en ésta se llega finalmente a:

$$1.5 = y_c + \frac{y_c}{4z^2}$$

Con  $z=1$ :

$$y_c = \frac{4 \times 1.5}{5} = 1.2 \text{ m}$$

Cuando este resultado es reemplazado en la (2) da:

$$Q = \sqrt{\frac{g(1.2)^5}{8 \times 1.1}} \left[ \sqrt{ms^{-2} \times m^5} \right] = 1.666 m^3 s^{-1}$$

### EJEMPLO 3.2

En un determinado punto de un canal rectangular horizontal, el fondo se levanta de manera abrupta, esto es, presenta una transición en forma de escalón de altura  $\Delta Z$ . Ignorar cualquier tipo de pérdida hidráulica para establecer:

- La altura de escalón que conduce el flujo al estado crítico,  $\Delta Z_c$ .
- Si la corriente está chocada para un  $\Delta Z = -0.5 \text{ m}$ . De ser así, calcular el valor de la profundidad sobre el escalón y el remanso ocasionado.
- Repetir el procedimiento indicado en el anterior numeral para  $\Delta Z = -0.9 \text{ m}$ .

Datos:

$$Q = 3 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$\alpha = 1$$

$$y = 0.199 \text{ m}$$

Asúmase que ésta es la profundidad del flujo justamente antes del escalón. Recuerdese que ésta es fijada por algún control hidráulico.

SOLUCIÓN

ASPECTOS GENERALES

Antes de proceder a resolver cada parte, se debe indagar inicialmente por el tipo de régimen.

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{3}{3} = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

De la (3.12):

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1 \times 1^2}{9.81}} = 0.467 \text{ m}$$

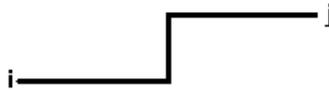
Dado que:

$$y = 0.199 < y_c = 0.467$$

El flujo sobre el canal, antes de la transición, es supercrítico: una corriente supercrítica debe superar esta transición.

De acuerdo con esto es conveniente hacer uso de lo expuesto en la sección 3.5.1.1 para caracterizar la solución del problema. También de la figura 3.11.

Por tanto, se fija el inicio de la transición en  $i$  y su finalización en  $j$ . Es evidente que al ser de tipo abrupto, la distancia  $\overline{ij}$ , representada en la figura 3.11, llega a ser nula.



Como la sección transversal es constante:

$$y_{c_i} = y_{c_j} = 0.467 \text{ m}$$

El desarrollo de cada una de las partes de la solución deberá hacer referencia a la energía específica disponible en  $i$ :

$$E_i = f(y_i)$$

A partir de la (2.44) con  $y_i = 0.199 \text{ m}$ :

$$E_i = 1.486 \text{ m}$$

Esta energía específica, al ser impuesta por un control hidráulico de aguas arriba, aparece como dato en la solución de las tres partes.

#### PARTE A

Se trata de calcular la altura de escalón que llevaría a la corriente dada al estado crítico.

Como es costumbre este tipo de problemas se resuelven con base en el principio de conservación de la energía. En este caso particular resulta útil la expresión (3.24):

$$E_j = E_i(a_m) + \lambda^{179}$$

En la (3.23) sin pérdidas hidráulicas ( $\Delta H = 0$ ), queda:

$$\lambda = \Delta Z$$

En consecuencia:

---

<sup>179</sup> No obstante que no se menciona una compuerta en este ejemplo, se ha preferido mantener la notación  $E_i(a_m)$  para resaltar que se trata de la energía específica impuesta por el control hidráulico de aguas arriba.

$$E_j = E_i(a_m) + \Delta Z \quad (1)$$

Al considerar que en  $j$  se quiere provocar flujo crítico esta ecuación toma la forma:

$$\Delta Z_c = E_{c_j} - E_i \quad (2)$$

Se consigue la solución del problema en seguida de evaluar el miembro derecho de la anterior expresión:

Acorde a la (3.15):

$$E_{c_j} = 1.5y_{c_j} = 1.5 \times 0.467 = 0.701 \text{ m}$$

Después de substituir en (2):

$$\Delta Z_c = 0.701 - 1.486 = -0.785 \text{ m}$$

El signo menos indica que el fondo debe alzarse ( $\Delta Z = Z_i - Z_j$ )

PARTE B

Dado que:

$$|\Delta Z| < |\Delta Z_c| = 0.5 < 0.785$$

La altura del escalón no es aún suficiente para chocar el flujo. En consecuencia, la condición de aguas arriba no se modifica y sobre el escalón se forma una profundidad coherente con:

$$E_j = E_i(a_m) + \Delta Z$$

Por tanto, la corriente tiene sobre el escalón la energía específica:

$$E_j = 1.486 - 0.5 = 0.986 \text{ m}^{180}$$

Como el flujo aguas arriba es supercrítico, aguas abajo debe tener idéntico régimen, en virtud de lo declarado en la sección 3.4. Se sigue, que la solución supercrítica es la físicamente correcta para la anterior ecuación:

$$y_j = 0.266 \text{ m}$$

Resulta interesante comparar las profundidades a la entrada y salida de la transición:

$$y_j = 0.266 > y_i = 0.199$$

---

<sup>180</sup> Nótese que el signo del escalón es negativo.

De esto se infiere que el escalón desacelera la corriente supercrítica entrante.

PARTE C

En este caso:

$$|\Delta Z| > |\Delta Z_c| = 0.9 > 0.781$$

Es claro que el flujo resulta chocado para este valor de altura del escalón.

Sobre éste se establece, consiguientemente, la profundidad crítica:

$$y'_j = y_{c_j} = 0.467 \text{ m}$$

La energía específica sobre el escalón es de acuerdo con la (1):

$$E_j = 1.486 - 0.9 = 0.586 \text{ m}$$

El remanso de aguas arriba se determina con base en la (3.46) que permite evaluar el déficit de energía:

$$\delta E = E_{c_j} - E_j = 0.701 - 0.586 = 0.115 \text{ m}$$

La (3.48) sirve para evaluar la energía específica aguas arriba, al final del transitorio:

$$E'_i = E_i + \delta E = 1.486 + 0.115 = 1.601 \text{ m}$$

La solución de esta ecuación debe proveer el valor de la profundidad a la entrada de la transición. Recuérdese que tiene que ser la solución subcrítica por lo explicado en la sección 3.5.1.

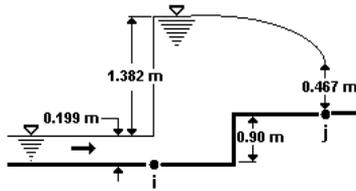
En consecuencia:

$$y'_i = 1.581 \text{ m}$$

El remanso correspondiente puede calcularse conforme a la (3.52):

$$\Delta y = y'_i - y_i = 1.581 - 0.199 = 1.382 \text{ m}$$

Se trata, sin duda, de un valor alto, porque la corriente entrante es supercrítica. Hacia aguas arriba se encuentra un resalto hidráulico.



### EJEMPLO 3.3

Una carretera debe pasar sobre un canal rectangular de ancho  $b$  y altura  $h$ . Para ello es necesario construir un puente, el cual se apoya en su punto medio sobre una pila, cimentada dentro del fondo del canal.

El canal posee una sección transversal constante y atraviesa una zona plana con un alineamiento horizontal recto, pendiente constante y superficie con rugosidad constante.

En caso de que la dimensión transversal de la pila,  $t$ , no se seleccione con suficiente cuidado, se podría ocasionar un choque hidráulico, y el canal desbordarse eventualmente en la zona de aguas arriba. Por tanto, se requiere evaluar el mencionado riesgo.

Para este propósito se considera conveniente responder a tres interrogantes:

- ¿Cuál es el efecto hacia aguas arriba si  $t = 1 \text{ m}$ ?
- ¿Cuál es el efecto hacia aguas arriba si  $t = 6 \text{ m}$ ?
- ¿Qué valor máximo podría tomar  $t$  para no producir remanso alguno?

Datos:

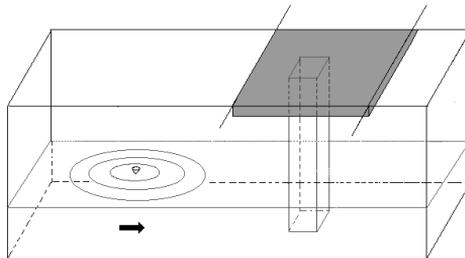
$$Q_{100} = 60 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 15 \text{ m}$$

$$h = 2.5 \text{ m}$$

$$y(100 \text{ años}) = 2.156 \text{ m}$$

El estudio se debe desarrollar para un periodo de diseño de  $100 \text{ años}$ . De ahí que el caudal suministrado sea el correspondiente a ese periodo de retorno. Así mismo, la profundidad proporcionada es la que tiene el canal antes de construirse la pila y es una consecuencia de los datos del problema y del control hidráulico preexistente.



## SOLUCIÓN

### ASPECTOS GENERALES

Dado el carácter prismático del canal y sus dimensiones, puede asumirse que:

$$\alpha = 1$$

La pila crea una transición de la sección transversal; una contracción abrupta porque el ancho del canal pasa de  $b$  a  $b - t$ .

La solución que se describe a continuación se basa en lo expuesto en la sección 3.5.2.

El análisis se efectúa entre la sección inmediatamente aguas arriba de la pila,  $k$ , y la sección comprendida por la pila,  $l$ .

En la sección de entrada a la transición se dispone de la siguiente información:

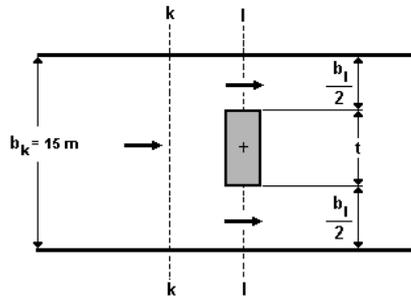
$$b_k = 15 \text{ m}$$

$$y_k = 2.156 \text{ m}$$

A la salida de ésta:

$$b_l = b_k - t \tag{1}$$

Por consiguiente,  $b_l$  varía según el valor adoptado para  $t$ .



PLANTA

Es necesario inicialmente determinar el régimen. Para ello se evalúa la profundidad crítica en el canal principal ( $b_k$ ).

$$q_k = \frac{60}{15} = 4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

De (3.12):

$$y_{c_k} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} = 1.177 \text{ m}$$

Luego:

$$y_{c_k} = 1.177 < y_k = 2.156$$

La corriente antes de la pila es subcrítica y es, por ende, establecida por un control hidráulico de aguas abajo.

No se consideran pérdidas de energía y el fondo es horizontal. Por tanto, se cumple el principio de conservación de la energía según la ecuación (3.38):

$$E_k = E_l$$

Este planteamiento es de tipo general, por lo que resulta válido a lo largo de toda la solución. Además, se representa gráficamente en la figura a y figura b.

Con base en la (2.45):

$$E_k(y_k) = 2.332 \text{ m}$$

En consecuencia:

$$E_l = 2.332 \text{ m} \tag{2}$$

Es la energía específica que aporta el control hidráulico. De ella depende la producción, o no, de un choque hidráulico.

PARTE A

Al introducir una pila de  $1 \text{ m}$  de espesor, el ancho de la sección transversal resulta disminuido y toma un valor de:

$$b_l = 15 - 1 = 14 \text{ m}$$

Se tiene, por consiguiente, una relación de contracción suministrada por la (3.39):

$$\sigma = \left(1 - \frac{14}{15}\right) = \frac{1}{15} = 0.067 = 6.7\%$$

Esto, por supuesto, determina que la curva de energía específica de la sección del puente no sea igual a la de arriba.

A partir de la figura a, que contiene ambas curvas de energía específica, se descarta la formación de un choque hidráulico en la presente situación; lo que hace la pila es acelerar el flujo subcrítico y la condición aguas arriba no se modifica.

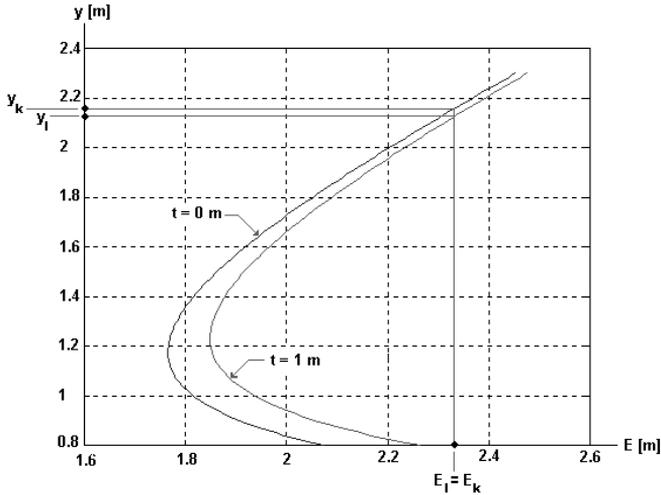


FIGURA A

Se puede conocer la profundidad en la pila a partir de la misma gráfica, construida a escala. Se llega también a la solución analítica después de resolver la (2):

$$E_l = 2.332 \text{ m}$$

De acuerdo con la sección 3.4, la única solución posible es la subcrítica. Ésta es:

$$y_l = 2.125 \text{ m}$$

$$y_l = 2.125 < y_k = 2.156$$

La anterior relación confirma que la pila acelera la corriente subcrítica.

PARTE B

Conforme a la (1)  $b_l$  se reduce en este caso hasta 9 m y la curva correspondiente (figura b<sup>181</sup>) tiene su vértice en las siguientes coordenadas:

Ecuación (3.12):

$$y_{c_l} = 1.655 \text{ m}$$

De la (3.16):

---

<sup>181</sup> Curva para  $t=6 \text{ m}$ .

$$E_{c_1} = 2.482 \text{ m}$$

El grado de contracción correspondiente es:

$$\sigma = \left(1 - \frac{9}{15}\right) = \frac{6}{15} = 0.4 = 40\%$$

La energía específica disponible en  $l$  y ya calculada en (2) puede utilizarse aún, pues la determina el control del canal. Sirve para evaluar la posibilidad de choque hidráulico, al compararla con la energía mínima de la pila.

$$E_l = 2.332 < E_{c_1} = 2.482$$

La energía específica dada está a la izquierda del vértice de la curva de energía específica de la salida o de la sección de pila. Es más evidente en la figura b donde se observa que la recta vertical  $E_l = E_k$  no corta a la curva de energía específica de  $t = 6 \text{ m}$ .

Se concluye por ello, que la condición de aguas arriba no aporta la energía mínima para pasar a través de la sección del puente. Por lo tanto, el flujo está chocado.

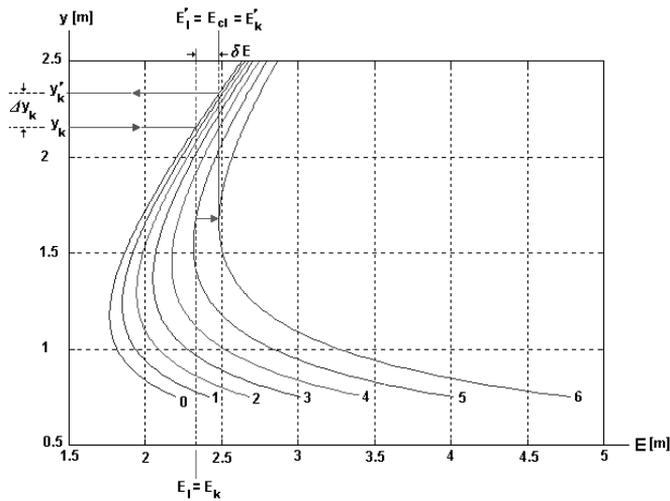


FIGURA B

La única manera como puede pasar la corriente es alcanzar la energía mínima, es decir, de acuerdo con la (3.56):

$$E'_l = E_{c_1} = 2.482 \text{ m}$$

De aquí que la profundidad establecida en la pila es, sin duda, la crítica de esta sección:

$$y_l' = y_{cl} = 1.655 \text{ m}$$

En virtud del principio de conservación de la energía:

$$E_k' = E_l' = 2.482 \text{ m}$$

Para hallar la nueva profundidad de aguas arriba es preciso resolver la anterior ecuación.

Por las razones expuestas en la sección 3.4 aquí interesa únicamente la raíz subcrítica. Ésta es:

$$y_k' = 2.332 \text{ m}^{182}$$

En este caso el ancho de pila induce el remanso previsto por la (3.57):

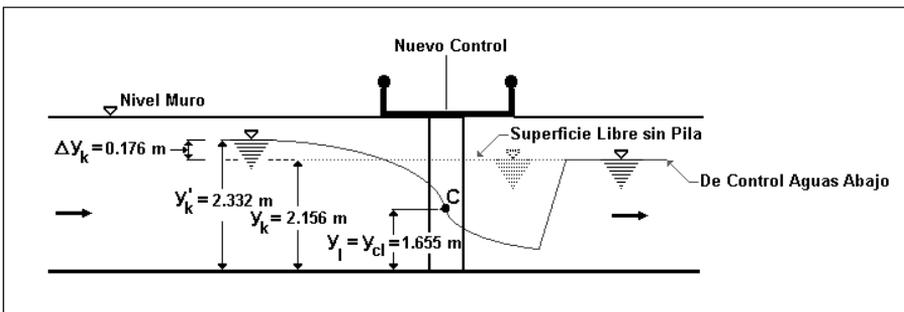
$$\Delta y_k = y_k' - y_k = 2.332 - 2.156 = 0.176 \text{ m}$$

Adicionalmente, puede calcularse la cantidad de energía específica ganada por la corriente durante el transitorio. De la (3.46):

$$\delta E = E_{c_l} - E_l = 2.482 - 2.332 = 0.15 \text{ m}$$

El panorama resultante de la superficie libre, posterior a la intromisión de la pila, se muestra en la siguiente figura (perfil).

Es factible seguir, también, el procedimiento de solución a través del diagrama de energía específica (figura b).



PERFIL

<sup>182</sup> Adviértase que tiene que utilizarse el ancho  $b_k = 15 \text{ m}$ , por tratarse de la sección de aguas arriba.

## PARTE C

No se induce un choque hidráulico (y por ende un remanso) si la energía específica en la pila equivale justamente a la disponible allí.

La gráfica de energía específica (figura b) es particularmente útil para obtener la solución aproximada. Se advierte que la recta vertical,  $E_l = E_k$ , corta todas las curvas ilustradas allí, hasta un ancho de pila de 5 m. Quiere decir que el valor límite buscado está entre 5 m y 6 m; más exactamente, cerca de 5 m. La curva solución es aquella cuyo vértice hace tangencia con la mencionada recta vertical.

La solución analítica se consigue con el principio de conservación de la energía. En éste la energía específica del puente tiene que ser la crítica:

$$E_k = E_{cl}$$

De (3.12) y (3.15) en conjunto se llega a:

$$E_{cl} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\alpha q_{cl}^2}{g}}$$

Una vez se substituye ésta en la anterior:

$$\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\alpha q_{cl}^2}{g}} = E_k$$

En forma equivalente:

$$\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g b_{cl}^2}} = E_k$$

Cuando se despeja  $b_l$ , se establece el ancho justo de la sección hidráulica, necesario para conducir la corriente al estado crítico:

$$b_{cl} = \sqrt{\frac{(1.5)^3 \alpha Q^2}{g E_{cl}^3}} = \sqrt{\frac{(1.5)^3 \times 1 \times 60^2}{9.81 \times (2.332)^3}} \left[ \frac{m^6 s^{-2}}{m^1 s^{-2} m^3} \right]^{0.5} = 9.882 \text{ m}$$

De la figura que ilustra la planta del canal:

$$t_c + b_{cl} = 15 \text{ m}$$

$$t_c = 15 - b_{cl} = 15 - 9.882 = 5.118 \text{ m}$$

Las condiciones aguas arriba se preservan, pero en la sección de pila, la profundidad es la crítica, ecuación (3.12):

$$y'_l = y_{c_l} = 1.555 \text{ m}$$

La diferencia entre este caso y el b, es que en el presente  $\delta E = 0$ .

El grado de contracción de la sección transversal (contracción crítica) es:

$$\sigma_c = \left(1 - \frac{9.882}{15}\right) = \frac{6}{15} = 0.3412 = 34.12\%$$

Contracciones superiores inducen un remanso, esto es, la situación de la parte b. Inferiores no lo hacen (ver parte a).

### 3.6 EJERCICIOS PROPUESTOS

En los ejercicios que se presentan a continuación supóngase que: 1) El flujo es permanente. 2) Se puede ignorar cualquier tipo de pérdida a no ser que se dé indicación en contrario. 3) El canal es horizontal. 4) El coeficiente de Coriolis. Procédase en forma juiciosa.

3.6.1 Demostrar que para un canal de sección triangular simétrica la energía crítica y la profundidad crítica están en la siguiente relación:

$$\frac{E_c}{y_c} = 1.25$$

3.6.2 Probar que para un canal de sección transversal cualquiera se verifica la ecuación:

$$\frac{E_c}{y_c} = \left(1 + \frac{\kappa}{2}\right)$$

Donde  $\kappa$  simboliza la constante vinculada con la relación entre la profundidad y la profundidad hidráulica. Ver ejercicio 1.3.4.

3.6.3 En un canal rectangular establézcase la profundidad que verifica el número de Froude dado.

Datos:

$$Q = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 0.5 \text{ m}$$

$$\alpha = 1.19$$

$$F = 5.5$$

3.6.4 Para el canal trapezoidal determinar el valor de la energía crítica.

Datos:

$$Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$z = 1$$

$$\alpha = 1.15$$

3.6.5 Demostrar que en un canal de gran pendiente el número de Froude debe expresarse de la siguiente manera:

$$F = \sqrt{\frac{\alpha}{g}} \frac{V}{\sqrt{D \cos \theta}}$$

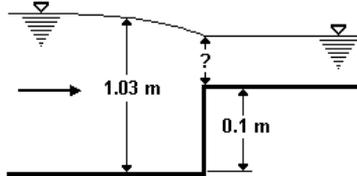
3.6.6 En el canal rectangular de la figura calcular la profundidad de la corriente sobre el escalón positivo.

Datos:

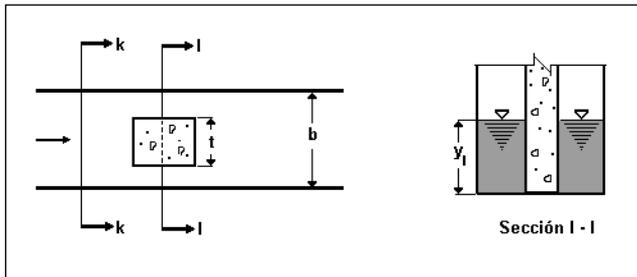
$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 1.5 \text{ m}$$

$$\alpha = 1.2$$



3.6.7 Para el siguiente canal rectangular determinar la profundidad en el sitio donde se produce la contracción de la sección transversal.



Datos:

$$Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ m}$$

$$y_k = 1.5 \text{ m}$$

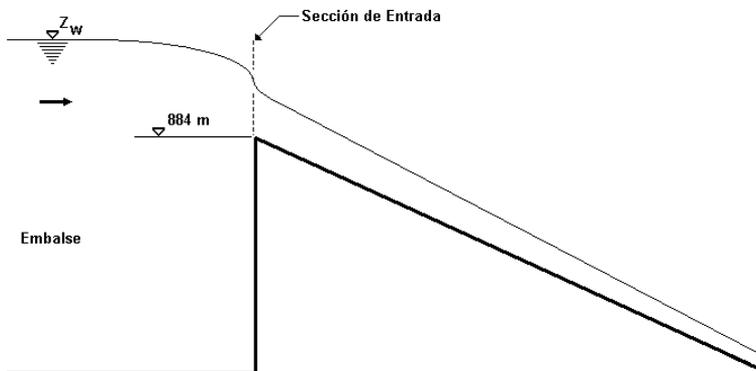
3.6.8 Para el vertedero de sección trapezoidal:

a. Hallar la profundidad de la corriente en la sección de entrada al vertedero. Así mismo el nivel de la superficie libre en el embalse. Emplear los siguientes datos.

$$Q = 25 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad b = 8 \text{ m} \quad z = 1.75$$

b. Establecer el ancho de la sección de entrada, si:

$$Q = 60 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad z = 1.75 \quad Z_w = 887 \text{ m}$$



3.6.9 Un canal rectangular de ancho dado  $b$  y altura  $h$  se transforma en un tubo para poder atravesar un pontón en una vía. Proponer un  $Q$  y un  $b$  para generar un flujo supercrítico de profundidad y aguas arriba. Suponer que  $h = 1.40$  y <sup>183</sup>.

a. Determinar el valor mínimo que debe dársele al diámetro del tubo,  $d_{oc}$ , para garantizar que allí se configure un control hidráulico.

b. Calcular el diámetro que haría que la corriente comience a desbordarse en la zona de aguas arriba.

3.6.10 Un vertedero trapezoidal, como el mostrado en la figura del ejercicio 3.6.8, descarga un caudal a partir de un embalse de nivel conocido. En medio de la sección de entrada hay una pila de ancho  $t$ .

<sup>183</sup> En este ejercicio, se propone al lector que cree él mismo los datos.

Establecer el caudal que pasa a través del vertedero.

Datos<sup>184</sup>:

$$b = 2 \text{ m}$$

$$z = 0.5$$

$$t = 0.5 \text{ m}$$

$$Z_w = 1005 \text{ m}$$

$$Z_{cresta} = 1000 \text{ m}$$

3.6.11 Existe un canal trapezoidal que es atravesado por una pila cuyo ancho es  $t$ . Calcular el caudal máximo que puede conducir el canal hasta ser desbordado.

Datos:

$$b = 8.5 \text{ m}$$

$$z = 0.5$$

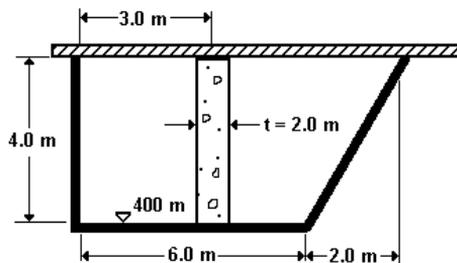
$$h = 1.75 \text{ m}$$

$$t = 1.5 \text{ m}$$

3.6.12 Un vertedero, que sirve a un embalse, de sección trapezoidal asimétrica es cruzado por un puente que se apoya en una pila de ancho  $t$ . Durante una cierta creciente se midió en él el caudal correspondiente. Determinar la cota de la superficie libre en el embalse.

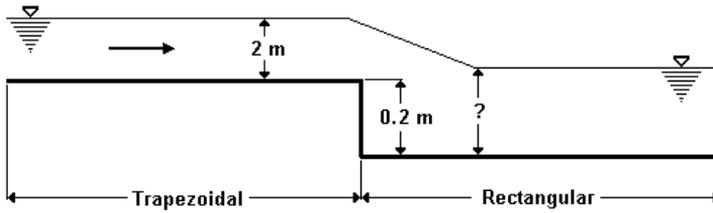
Datos:

$$Q = 50 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



3.6.13 Un canal trapezoidal conduce una corriente. En un cierto punto la sección se transforma en una rectangular de ancho igual. En forma simultánea el fondo del canal descende (escalón negativo). Se pide:

<sup>184</sup> Cresta. La cota del fondo del canal, a la entrada del vertedero.



- Hallar la profundidad del flujo en la sección rectangular, inmediatamente aguas abajo del escalón.
- De producirse un choque hidráulico determinar el valor mínimo que debe dársele al escalón, para evitarlo.

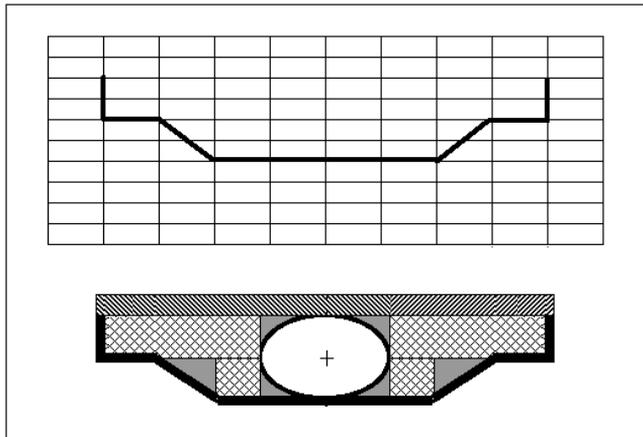
Datos:

$$Q = 57 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 7 \text{ m}$$

$$z = 1.5$$

3.6.14 En una zona apartada existe un canal para drenaje cuya sección es mixta. Un carreteable debe pasarlo y se decide construir un pontón. Para eso se acude a la siguiente solución rápida:



Como superficie de rodadura se usan tablonces de madera apoyados en gaviones. Un tubo de 1.5 m de diámetro sirve para darle continuidad al curso de agua. En las partes donde los gaviones no se pueden instalar se rellena con mortero. Con ello el flujo sólo es posible a través del tubo.

Quizás la obra cumpla con requerimientos de resistencia y serviciabilidad. Pero el funcionamiento hidráulico no es el mismo. Y eventualmente puede haber desborde aguas arriba. Se pide:

- a. Cuantificar el caudal máximo que podría pasar por el puente sin desbordar el canal.  
 b. Supóngase que el caudal hallado (en a.) es peligroso. Se recomienda que por motivos de seguridad la sección sea capaz de evacuar el caudal hallado pero incrementado en un 5%. Con este dato, calcular el diámetro, mínimo, que debe tener el tubo para evitar que la corriente se desborde aguas arriba. Asumir que en la figura anexa cada cuadro horizontal mide  $0.24\text{ m}$  y  $0.44\text{ m}$  cada vertical.

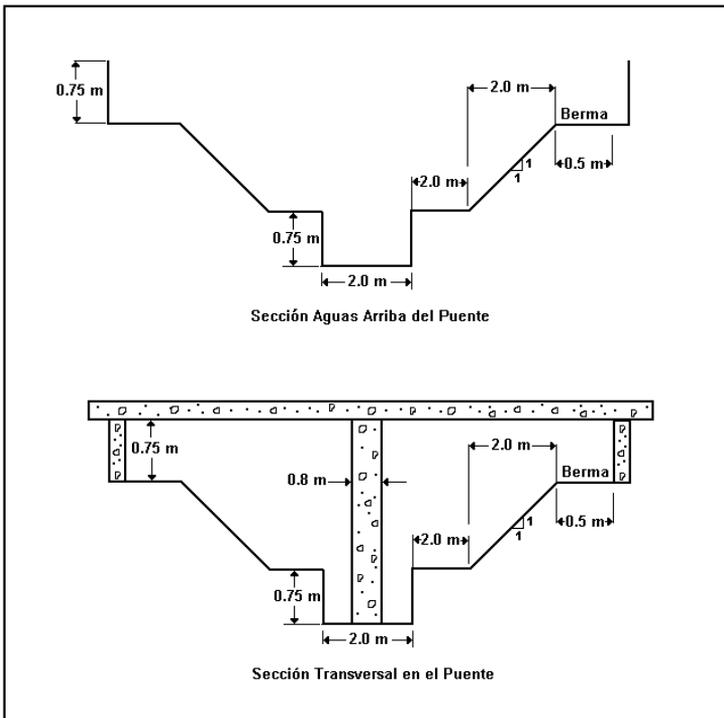
3.6.15 Supóngase flujo supercrítico en un canal rectangular de ancho  $b$ . En un punto dado el canal se ensancha bruscamente hasta un ancho  $B$ . Elaborar una gráfica que relacione el parámetro adimensional conformado por las profundidades de aguas arriba,  $y_b$ , y aguas abajo,  $y_B$ , y el correspondiente a los anchos de esta transición.

Esto es:

$$\frac{b}{B} \text{ vs. } \frac{y_b}{y_B}$$

La gráfica debe contener al menos cinco puntos.

3.6.16 Se va a construir un puente para cruzar una canalización como la de la figura. Para ello se debe insertar una columna de sección de cuadrada. Se pide determinar el valor que debe tomar el caudal para que el remanso inducido no inunde las bermas en la sección aguas arriba del puente.



3.6.17 Un canal trapezoidal se convierte abruptamente en una cuneta triangular. Hallar:

- El talud mínimo del canal triangular para que no se presente un choque hidráulico.
- En el supuesto que se produzca un choque hidráulico: el talud del canal triangular necesario para que el flujo no se desborde aguas arriba.

Datos:

$$Q = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

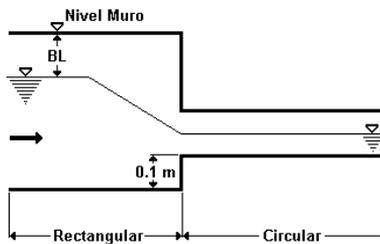
$$b = 2 \text{ m}$$

$$z = 1$$

$$h = 1 \text{ m}$$

$$y_{\text{trap}} = 0.45 \text{ m}$$

3.6.18 Se va a pasar un canal rectangular a través de un terraplén por medio de una alcantarilla circular. Seleccionar la altura de los muros del canal rectangular de forma tal que tengan un borde libre (BL) de 0.5 m. Es decir, que haya una diferencia de 0.5 m entre el nivel de la superficie libre del agua y la altura del muro.



Datos:

$$Q = 5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 2 \text{ m}$$

$$\alpha = 1.15$$

$$d_o = 1.5 \text{ m}$$

3.6.19 Considerar un escalón negativo como el ilustrado en el ejercicio 3.13. Suponer que sobre él puede pasar una corriente supercrítica o subcrítica. Con base en un diagrama de energía específica demostrar:

- Que el escalón acelera el flujo supercrítico y desacelera el subcrítico.
- Que la corriente subcrítica es inaccesible desde la supercrítica.
- Que en condiciones de flujo ideal, un escalón negativo no puede inducir un choque hidráulico.

En síntesis, se pide repetir los procedimientos teóricos desarrollados en las secciones 3.3.1.1. y 3.4, respectivamente.

Al final, deberá quedar claro que el resultado obtenido en la parte a. es formalmente equivalente al del ensanche de una sección transversal.

#### REFERENCIAS

[1] F. M. Henderson (1966): *Open Channel Flow*; Macmillian Inc., New York.

# 4.

## ESTRUCTURAS DE CONTROL DEL FLUJO

El concepto de control hidráulico ha sido madurado a lo largo de los tres capítulos anteriores.

Se ha concebido, inicialmente, como un sitio de la corriente donde es posible distinguir la zona subcrítica, situada aguas arriba, de la supercrítica.

El control hidráulico posee otra potencialidad aplicativa: permite regular el caudal así como medirlo (aforarlo). La primera parte de este capítulo será dedicada a ilustrar este tema.

En una segunda parte se caracterizarán algunas estructuras que se construyen adrede o no para desempeñar esta función. Sin embargo, no debe entenderse que por este hecho queda garantizado que operen siempre como un control hidráulico.

Se trata de compuertas y vertederos.

Desarrollos más avanzados en el tema de las estructuras para control del flujo hacen parte de textos avanzados en el campo de las estructuras hidráulicas.

## 4.1 CAUDAL Y FLUJO CRÍTICO

El elemento clave para la comprensión del modo como influye un control hidráulico sobre el caudal se encuentra en el concepto de flujo crítico.

### 4.1.1 CALIBRACIÓN DEL CAUDAL

En la sección 1.2.2.3 se consideró por primera vez el asunto de la medición del caudal en un canal. Se indicó allí que es preciso disponer de una sección transversal especial llamada sección de aforos (figura 1.26).

No obstante, la sección por si sola carece de sentido práctico sino se cuenta con una calibración del caudal. Esto es, una expresión que lo relacione con el nivel de la superficie libre:

$$Q = Q(Z_w)$$

Si se tiene en cuenta la (1.3),  $Z_w = Z + y$  y si además se puede admitir que  $Z$  se mantiene constante, también:

$$Q = Q(y)$$

En la práctica se obtiene al final de un proceso que tiene dos fases:

1. Un trabajo experimental en el que miden simultáneamente el caudal y el nivel de la superficie libre durante periodos de invierno y verano suficientemente largos.
2. El tratamiento estadístico del conjunto de datos generados en la primera fase. De aquí resulta una ecuación típica:

$$Q = A(ZW)^\omega \tag{4.1}$$

O bien de acuerdo con la (1.3):

$$Q = A(Z + y)^\omega \tag{4.2}$$

En donde  $A$  y  $\omega$  son constantes de regresión.

En épocas anteriores donde no se disponía de las actuales facilidades de cálculo electrónico no se hacía uso de la expresión sino de su gráfica o *curva de calibración*. De allí que este término sea aún sinónimo de calibración de la sección.

La calibración se emplea para establecer el caudal instantáneo que pasa por la sección de aforos. Para ello se lee el nivel de la superficie libre con la ayuda de una regla calibrada<sup>185</sup>, adyacente a la sección (normalmente sobre una de las orillas).

---

<sup>185</sup> O también, con un limnómetro o limnógrafo.

Dada su importancia dentro de diversos aspectos de la hidráulica de canales es necesario tener en cuenta los requerimientos mínimos de una sección transversal que vaya a ser utilizada como sección de aforos. En cuanto a esto los contenidos del capítulo 3 resultan bastante útiles.

## 1. Relación caudal - nivel de la superficie libre

El concepto general de medida obliga a que el vínculo entre el caudal y el nivel de la superficie libre (o profundidad) en la zona tenga el carácter de unívoco. Es claro que esto sólo es posible si la corriente es crítica allí (véase sección 3.1, apartado 6).

Una curva de energía específica queda completamente determinada cuando se conoce la geometría particular de la sección transversal, el coeficiente de Coriolis y el caudal. De esta afirmación se infiere que este caudal se satisface para el cúmulo de profundidades y de energías específicas asociadas a la hipérbola. En estas circunstancias es imposible crear una ligadura unívoca entre profundidad y caudal. Por tanto, cualquier sección transversal de un canal no es competente para ser usada como sección de aforos.

*Si una estructura funciona como control hidráulico se crea allí una relación unívoca entre caudal y nivel de la superficie libre en sus vecindades.*

A partir de la asociación flujo crítico control hidráulico puede afirmarse que las estructuras citadas en la sección 3.3.1 se prestan para servir como sección de aforo.

No obstante, no siempre es factible contar con esta clase de facilidades en canales artificiales, pero especialmente en los de tipo natural. Para remediarlo, se debe buscar sitios en éstos con estrechamientos, saltos hidráulicos o cambios bruscos de pendiente<sup>186</sup>.

Se trata, empero, de un procedimiento que debe efectuarse en forma cuidadosa, y por consiguiente, encargársele a un experto. De producirse una elección deficiente, podría no verificarse allí el vínculo unívoco entre caudal y nivel de la superficie libre. Esto lleva, por supuesto, a estimaciones erradas del caudal.

## 2. Rango de la calibración

Es conveniente que el rango de definición de la calibración sea lo más amplio posible. Depende, inevitablemente, de la capacidad disponible de la sección para inducir el régimen crítico en un rango esperado. No es siempre realizable, porque la característica geométrica de la sección de aforos empleada, así como la naturaleza y grado de influencia del control original, resultan incompatibles para este fin (ver sección 3.5.4, apartado 2)<sup>187</sup>. Por ejemplo:

---

<sup>186</sup> Esto, porque los dos últimos se aproximan bastante a la condición de vertedero.

<sup>187</sup> A esta altura de la exposición, el lector debe tener claro que cualquier configuración de superficie libre precisa, como mínimo, de un control hidráulico. Una sección de aforos requiere, necesariamente, de la intromisión de otro control.

Un umbral que se encuentra ubicado en una zona con flujo subcrítico. Una altura de escalón insuficiente no garantizaría el choque hidráulico para caudales altos (energía mínima igualmente alta). El umbral es inútil para aforar estos caudales.

Lo mismo ocurre si se usa la pila de un puente para el mismo tipo de corriente. El estrechamiento debe ser suficiente para inducir el choque en los caudales altos. De no ser así el flujo no se acelera suficientemente.

Asúmase ahora que se trata de un flujo muy supercrítico. Si se acude a una compuerta debe fijarse su grado de apertura lo más reducido posible; de otro modo la corriente pasaría por debajo de ella o podría también, no inducir un choque hidráulico<sup>188</sup>. Y así hay otros casos más.

Ejemplos como los citados, muestran que tiende a ser complicado, incluir los valores extremos del caudal dentro del rango de medida.

#### 4.1.2 CAUDAL CRÍTICO

Hasta el momento la función de energía específica (ecuación 2.43) ha servido para explorar la relación entre energía específica y profundidad. Se ha supuesto para este propósito, que el caudal se mantiene constante.

Se pretende ahora mirar el vínculo entre el caudal y la profundidad. Para ello, es imprescindible asumir que la energía específica permanece constante,  $E_o$ .

De la (2.43), con  $E = E_o$ :

$$E_o = y + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Al despejar el caudal se llega a:

$$Q = \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (E_o - y) A^2} \quad (4.3.)$$

Se sigue de aquí que el caudal admitido por la sección transversal, depende de las siguientes variables:

- Coeficiente de Coriolis
- Geometría de la sección transversal (parámetros y profundidad)
- Energía específica suministrada por algún control hidráulico

En forma equivalente:

---

<sup>188</sup> Sin embargo, la pérdida local favorece comparativamente la inducción del choque, en el caso supercrítico.

$$Q = A \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (E_o - y)} \quad (4.4)$$

Con base en la (4.4), se elabora un gráfico que relaciona el caudal con la profundidad. En el eje de las abscisas, se ubica el caudal y en de las ordenadas la profundidad. De esta manera, se tiene el resultado que se muestra en la figura 4.1.

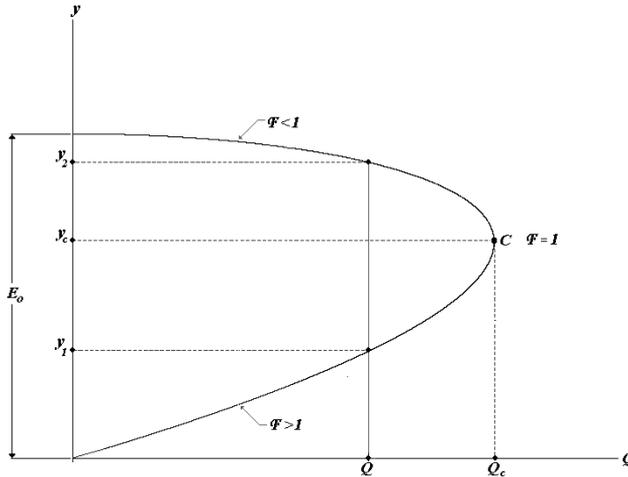


FIGURA 4.1

De ella se extraen las siguientes propiedades de la función  $Q = Q(y)$  con  $E = cte.$ :

1. Presenta un punto de máxima, en este caso, un caudal. De esto se sigue que se anula la primera derivada de la función  $Q = Q(y)$ :

$$\frac{dQ}{dy} = 0$$

Después de efectuar el cálculo del coeficiente diferencial en la ecuación general del caudal (4.4) se llega a:

$$\frac{\alpha V^2}{gD} = 1$$

El miembro izquierdo de la anterior expresión equivale, según la (3.7), a  $F^2$ . Luego:

$$F^2 = 1$$

O también:

$$F = 1$$

Se concluye, en consecuencia:

*Una sección transversal de canal alcanza su máxima capacidad de descarga, cuando la sección es crítica (control hidráulico). Este caudal máximo se denomina caudal crítico,  $Q_c$ .*

Se puede agregar también otra importante conclusión:

*En una condición de choque hidráulico, el caudal alcanzado al final del transitorio es el máximo admisible para la sección transversal.*

El punto  $C$  de la curva representa, por ende, el estado crítico en ella y tiene por coordenadas:

$$C(Q_c, y_c)$$

Se sabe desde la sección 2.3.2.3, que este punto posee también las coordenadas:

$$C(E_c, y_c)$$

De ambas definiciones se desprende esta interesante consecuencia:

*En una sección transversal, cuando la energía específica es un mínimo, el caudal que la atraviesa es un máximo.*

2. De lo afirmado en 1., resulta natural pensar que la curva  $Q = Q(y)$  debe también exhibir dos ramas: supercrítica y subcrítica.

La rama subcrítica va desde el punto  $C$  hasta el intercepto ( $Q=0, y = E_o$ ), el cual se asocia a la condición estática ( $F=0$ ). La rama supercrítica corre desde  $C$  hasta el otro intercepto ( $Q=0, y=0$ ). Ambas condensan el vínculo caudal profundidad para aquellas profundidades superiores e inferiores a la crítica, respectivamente.

3. Por ende, un mismo caudal puede pasar a través de una sección transversal bien sea en régimen supercrítico o subcrítico. Esto es, las profundidades  $y_1$  y  $y_2$  verifican el mismo caudal  $Q$  como se observa en la figura 4.1.

Al cambiar la energía específica disponible, aparecen nuevas curvas  $Q = Q(y)$ , como se aprecia en la figura 4.2.

En la medida que la energía específica disponible se incrementa, el punto  $C$  se desplaza en el plano coordenado hacia la derecha y hacia arriba.

*Si la energía específica disponible en una sección transversal se incrementa, también lo hace su capacidad para admitir caudal.*

Luego:

*El caudal máximo admisible en una sección transversal de un canal, no depende únicamente de los parámetros de la sección, sino también de la energía específica disponible. No es pues, una propiedad intrínseca de esa sección.*

La figura 4.2 ilustra el comportamiento caudal profundidad para un control hidráulico. La línea que une los puntos  $C_1...C_5$  (en este ejemplo) corresponde a la curva de calibración de una sección de aforo de caudales. De esto se deduce que el resto de los puntos pertenecientes a las hipérbolas no se conforman físicamente en el control hidráulico aunque sí en otras secciones transversales del canal.

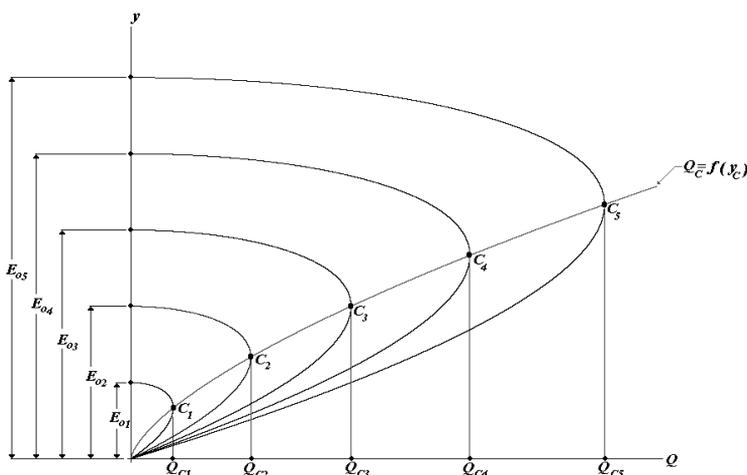


FIGURA 4.2

Por lo tanto:

*En una curva de calibración de caudales el caudal crítico y la profundidad crítica (o el nivel de la superficie libre) están relacionados.*

*De allí que se pueda decir que la (4.2) es una representación general de la ecuación de la curva que une los vértices  $C_1...C_5$ . Por esta razón, la (4.2) queda mejor especificada al reformularla así:*

$$Q_c = A(Z + y_c)^\omega \tag{4.5}$$

## 4.2 BREVE NOCIÓN SOBRE ORIFICIOS

La teoría de orificios se estudia ordinariamente dentro de la hidráulica del flujo a presión. De otra parte, el funcionamiento de una compuerta o un vertedero se asemeja bastante al de un orificio. Antes de profundizar en el estudio de las mencionadas estructuras es, por tanto, conveniente revisar los aspectos fundamentales de esta teoría.

Un orificio es, en principio, cualquier abertura practicada en la pared de un tanque como el de la figura 4.3. De esto se desprende que el líquido contenido derrama a través del orificio.

Un orificio lo caracterizan geoméricamente, el área de su sección transversal,  $A$  y la longitud o espesor de la pared,  $e$ . Algunas veces, resulta útil servirse de la dimensión vertical del área,  $a$ .

La corriente procedente del tanque, después de entrar al orificio, fluye presurizada a lo largo de una longitud  $e$ . Al salir, en el ambiente atmosférico, se transforma en un chorro. Éste, por efectos de la inercia y de la decompresión repentina, experimenta un paulatino adelgazamiento en el sentido de su eje. A una cierta longitud la contracción alcanza su máximo valor y el área del chorro se minimiza. A ésta (figura 4.3) se le denomina *área contraída* o *área de chorro*,  $A_{ch}$ .

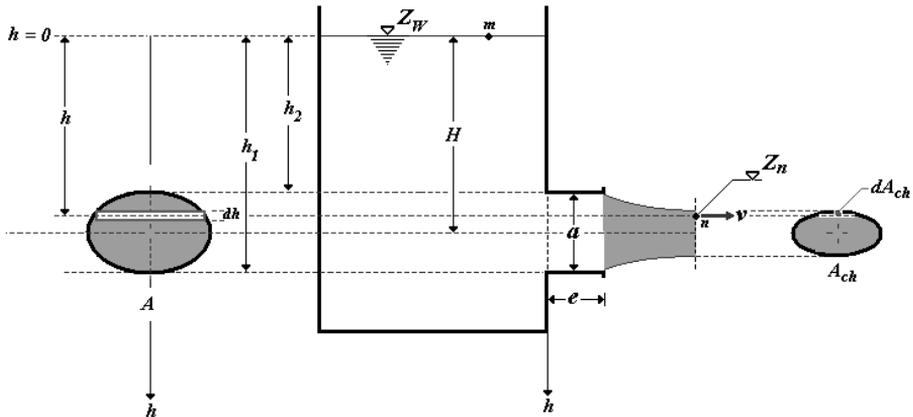


FIGURA 4.3

El vínculo entre esta área y la del orificio queda definida por el llamado coeficiente de contracción:

$$C_C = \frac{A_{ch}}{A} \quad (4.6.)$$

Es claro que el valor límite de este coeficiente debe ser:

$$C_C \leq 1$$

## 4.2.1 ECUACIÓN DEL CAUDAL DE UN ORIFICIO

Considérese un tanque abierto al que se le ha practicado un orificio. Supóngase (figura 4.3) que se verifican las siguientes hipótesis:

- i) El tanque mantiene un nivel constante, sobre el que actúa la presión atmosférica.
- ii) La corriente es ideal.
- iii) La distribución de presiones es la hidrostática.
- iv) El chorro descarga en la atmósfera. Esto es, logra contraerse completamente.
- v) El chorro descarga de modo libre. Equivale a decir que la salida está libre de obstáculos sólidos, o de otra masa líquida.

Se le puede asociar un caudal elemental a cada punto perteneciente al área del chorro. Según la continuidad, se expresa como el producto entre el área elemental que contiene al punto y la velocidad de la línea de flujo que pasa por él. Por ejemplo, sea un punto genérico  $n$  de velocidad  $v$  en la figura 4.3:

$$dQ = v dA_{ch} \quad (4.7.)$$

Se trata ahora de calcular el valor de  $v$  incluido en la (4.7). Para ello, se hace cumplir el teorema de Bernoulli sobre la línea de flujo  $mn$  que contiene a  $v$ .

$$Z_w = Z_n + \frac{v^2}{2g}$$

La carga de presión es nula en  $n$ , ya que la descarga se realiza en ambiente atmosférico total; esto es, el chorro se halla completamente rodeado de aire<sup>189</sup>.

De la figura 4.3:

$$h = Z_w - Z_n$$

$h$  es la carga piezométrica medida con respecto al punto  $n$ . En el tema específico de orificios, se le llama más comúnmente *carga*.

En consecuencia, el teorema de Bernoulli se reduce a la expresión simple:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

De ella se despeja la velocidad en  $n$ :

$$v = \sqrt{2gh} \quad (4.8)$$

---

<sup>189</sup> Así mismo, en  $m$  no hay carga cinética en virtud de la condición de tanque y de la hipótesis i).

Se sigue que en condiciones ideales, el campo de velocidad depende únicamente de  $h$ . Por consiguiente, todos los puntos sobre un mismo nivel transversal horizontal, poseen la misma velocidad.

La ecuación clásica (4.8) se conoce como *resultado de Torricelli*.

La (4.8) en (4.7) produce:

$$dQ = \sqrt{2gh}dA_{ch} \quad (4.9)$$

Al integrarla se consigue una expresión de partida para la evaluación del caudal que evacua el orificio<sup>190</sup>:

$$Q = \int_{A_{ch}} \sqrt{2gh}dA_{ch} \quad (4.10)$$

Es indispensable expresar el área del chorro en función de la carga antes de completar la integración. En este sentido, existen dos posibles caminos. Suponer que la carga del orificio es constante o bien, variable.

En el primer caso, se simboliza con  $H$  esa constante. Corresponde a la carga de la línea de flujo que coincide, idealmente, con el eje del orificio (figura 4.3).

Un orificio de carga constante se denomina *orificio pequeño*. Uno de carga variable, *orificio grande*.

Resulta natural pensar que un criterio práctico para la diferenciación entre ambos orificios debe considerar las magnitudes de la dimensión vertical del orificio,  $a$ , y la carga con respecto al eje centroidal,  $H$ <sup>191</sup>. De entrada, parece evidente que debe verificarse que  $H > a/2$ . Sin embargo, la experimentación ha mostrado que la carga debe ser algo más grande que la dimensión vertical:

Orificio pequeño si  $H \geq 3a$

Orificio grande si  $H < 3a$

Como se aprecia la distinción es parcialmente geométrica pues toma en cuenta también un efecto dinámico,  $H$ .

---

<sup>190</sup> El caudal mide la capacidad de descarga, evacuación o desfogue de un orificio. En estas circunstancias, el término capacidad de descarga del orificio resulta equivalente al de caudal. Esta precisión se hace extensible a todas las estructuras relacionadas con orificios.

<sup>191</sup> Debe tratarse de un criterio basado en el funcionamiento hidráulico, más allá de la mera apreciación relativa de tamaños.

### 4.2.1.1 ECUACIÓN DEL CAUDAL PARA UN ORIFICIO PEQUEÑO

Se deduce después de asignarle la misma carga,  $H$ , a todas las líneas de flujo. Equivale, por ello, a asumir que todos los puntos sobre el área del chorro poseen la misma velocidad. La experimentación<sup>192</sup> realizada al respecto confirma que no se comete un gran error. Luego:

$$h \approx H$$

Con base en esto la (4.8) admite reescribirse como:

$$V = \sqrt{2gH} \quad (4.11.)$$

Se trata del mismo resultado de Torricelli, pero ahora en términos de la carga del orificio. Se ha puesto allí  $V$  en lugar de  $v$ , porque, conforme a las hipótesis introducidas, el campo de velocidades tiene una intensidad equivalente a la de la velocidad media.

De acuerdo con esto, la (4.10) se puede expresar:

$$Q = \int_{A_{ch}} \sqrt{2gH} dA_{ch}$$

Ya que  $H$  es constante:

$$Q = \sqrt{2gH} \int_{A_{ch}} dA_{ch}$$

Finalmente:

$$Q = \sqrt{2gH} A_{ch} \quad (4.12.)$$

Es posible también formularla en términos del área del orificio,  $A$ . Para ello se recurre a la (4.6):

$$A_{ch} = C_C A \quad (4.13.)$$

La (4.13) en la (4.12) permite cuantificar el caudal que evacua el orificio, en función del área del mismo:

$$Q = C_C \sqrt{2gH} A \quad (4.14.)$$

Si en un laboratorio se midiera el caudal que sale de un orificio, éste resultaría inferior al predicho por la (4.14). Ello se debe a que la (4.11) es una aproximación ideal, que supone

---

<sup>192</sup> Ver [1].

que toda la carga se transforma en altura cinética. Lo cierto es que en la realidad  $H$  se ve disminuido por las pérdidas hidráulicas. Por tanto, la (4.11) debe sobrevalorar la velocidad media del chorro. De ahí que sea indispensable distinguírsele con el símbolo  $V_T$ , para resaltar su condición de velocidad teórica o ideal.

$$V_T = \sqrt{2gH} \quad (4.15.)$$

Con base en esto, puede ahora establecerse una relación entre la velocidad teórica y la real,  $V$ :

$$V = C_V V_T \quad (4.16.)$$

En donde  $C_V$  se denomina *coeficiente de velocidad*. Es evidente que éste debe tener un valor límite:

$$C_V \leq 1$$

La combinación de la (4.15) y (4.16) produce:

$$V = C_V \sqrt{2gH} \quad (4.17.)$$

A partir de esto, llega a ser claro que introducir el coeficiente de velocidad en la (4.14), la faculta para estimar un caudal real. Por consiguiente:

$$Q = C_V C_C \sqrt{2gH} A \quad (4.18.)$$

El producto entre coeficientes de contracción y el de velocidad da lugar a un nuevo coeficiente:

$$C_D = C_V C_C \quad (4.19.)$$

$C_D$  se conoce como *coeficiente de descarga*<sup>193</sup>.

Así, la (4.18) se transforma finalmente en:

$$Q = C_D \sqrt{2gH} A \quad (4.20.)$$

Cualquiera, la (4.18) o (4.20), se denomina *ecuación de un orificio pequeño*<sup>194</sup>. Se trata de un resultado clásico de la hidráulica.

<sup>193</sup> En la literatura, también se emplea corrientemente el término *coeficiente de gasto*.

<sup>194</sup> Muchas veces en la literatura, se omite decir ecuación del caudal de un orificio pequeño. El término caudal queda, por tanto, sobrentendido. Esta práctica se seguirá de aquí en adelante. Se hará extensiva a las ecuaciones de caudal, en las estructuras por considerar aquí.

### 4.2.1.2 ECUACIÓN DE UN ORIFICIO GRANDE

A partir de la (4.6):

$$dA_{ch} = C_c dA \quad (4.21.)$$

La (4.21) en la (4.10):

$$Q = \int C_c \sqrt{2gh} dA \quad (4.22.)$$

No es factible derivar una ecuación general de orificio grande, más allá de la (4.22), ya que su integración depende de poder expresar el área del orificio en términos de la carga  $h$ . Se debe, consecuentemente, buscar soluciones según la forma geométrica de cada uno.

#### ECUACIÓN DE ORIFICIO RECTANGULAR GRANDE

Sea un orificio rectangular cuya área transversal se puede indicar como:

$$A = aB$$

De acuerdo con la figura 4.3, tiene por área elemental:

$$dA = Bdh$$

Después de substituir ésta en la (4.22) y simplificar:

$$Q = C_c B \sqrt{2g} \int_{h_2}^{h_1} h^{\frac{1}{2}} dh$$

En esta nueva expresión se han introducido unos límites que corren desde el origen de coordenadas (en la superficie libre) hasta el borde superior e inferior del orificio (figura 4.3).

La integración conduce al siguiente resultado:

$$Q = \frac{2}{3} C_c B \sqrt{2g} h^{\frac{3}{2}} \Big|_{h_2}^{h_1}$$

Después de evaluar los límites de integración:

$$Q = \frac{2}{3} C_c B \sqrt{2g} (h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}})$$

Esta expresión permite calcular el caudal en modo teórico. Debe adicionársele el coeficiente de velocidad, para adecuarla a la determinación de un caudal real:

$$Q = \frac{2}{3} C_v C_c B \sqrt{2g} (h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}) \quad (4.23.)$$

O también:

$$Q = \frac{2}{3} C_D B \sqrt{2g} (h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}}) \quad (4.24.)$$

La (4.23) y (4.24) constituyen la ecuación de un orificio rectangular grande.

#### ORIFICIO TRIANGULAR GRANDE

Supóngase un orificio de sección transversal triangular simétrica. Se le caracteriza por el ángulo,  $\theta$ , de la figura 4.4.

El área elemental puede expresarse en función de la carga  $h$ , con base en el diagrama anexo y razonamiento geométrico:

$$dA = 2d \cdot dh$$

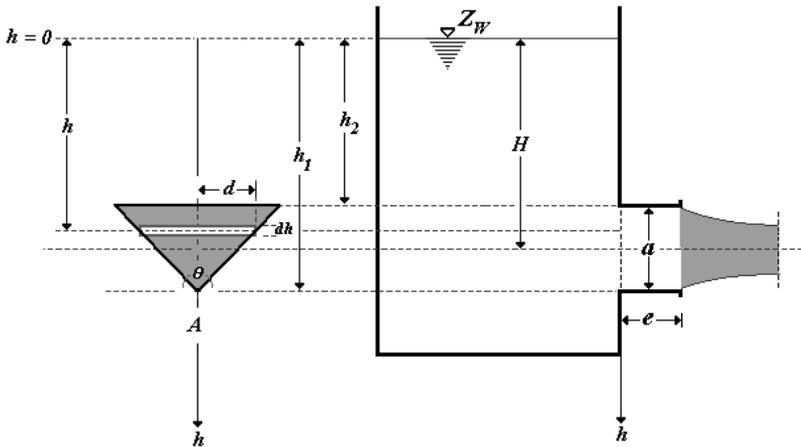


FIGURA 4.4

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{d}{(h_1 - h)}$$

En seguida de reemplazar ésta en la anterior, se tiene:

$$dA = 2(h_1 - h) \tan \frac{\theta}{2} dh \quad (4.25.)$$

Después de substituir la (4.25) en la (4.22) e insertar allí los límites de integración (figura 4.4), se llega a la expresión:

$$Q = 2 \tan \frac{\theta}{2} C_c \sqrt{2g} \int_{h_2}^{h_1} \sqrt{h} (h_1 - h) dh$$

La integración da:

$$Q = 2 \tan \frac{\theta}{2} C_c \sqrt{2g} \left[ \frac{2}{3} h_1 h^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} h^{\frac{5}{2}} \right]_{h_2}^{h_1} \quad (4.26.)$$

Ahora se evalúan los límites de integración:

$$Q = 2 \tan \frac{\theta}{2} C_c \sqrt{2g} \left[ \frac{2}{3} h_1 h_1^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} h_1 h_2^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} h_1^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{5} h_2^{\frac{5}{2}} \right]$$

Esta expresión se puede simplificar y factorizar para conseguir la:

$$Q = \frac{4}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_c \sqrt{2g} \left[ h_1 \left( 5h_1^{\frac{3}{2}} - 5h_2^{\frac{3}{2}} \right) + 3 \left( h_2^{\frac{5}{2}} - h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right]$$

Sirve para calcular el caudal de manera aproximada. Para remediar esto, debe afectarse por el coeficiente de velocidad:

$$Q = \frac{4}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_c C_v \sqrt{2g} \left[ h_1 \left( 5h_1^{\frac{3}{2}} - 5h_2^{\frac{3}{2}} \right) + 3 \left( h_2^{\frac{5}{2}} - h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right] \quad (4.27.)$$

Finalmente:

$$Q = \frac{4}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_D \sqrt{2g} \left[ h_1 \left( 5h_1^{\frac{3}{2}} - 5h_2^{\frac{3}{2}} \right) + 3 \left( h_2^{\frac{5}{2}} - h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right] \quad (4.28.)$$

La (4.27) o la (4.28) representan la ecuación del caudal que sale a través de un orificio triangular grande.

## 4.2.2 ACERCA DE LOS COEFICIENTES DE ORIFICIO

La exposición precedente ha servido, entre otras, para introducir unos elementos nuevos, llamados *coeficientes de orificio*.

Su uso no se restringe a éstos, únicamente, sino que aparecen también en otras estructuras hidráulicas, donde alcanzan su mayor importancia. Por ello, resulta aconsejable dar algunas nociones relacionadas con este tema.

### 4.2.2.1 EVALUACIÓN PRÁCTICA

Un coeficiente de contracción determina la parte del área del orificio que realmente participa de la evacuación del caudal. En este sentido puede interpretársele como un corrector para el área de éste. Por su parte, el de velocidad se utiliza para corregir las desviaciones inherentes a las hipótesis ideales citadas en la sección 4.2.1. Además, para tener en cuenta otras particulares que sería preciso asumir en aplicaciones prácticas. El coeficiente de descarga puede considerarse, en principio, como el resumen de estas acciones correctoras.

Cabe afirmar, por tanto, que el coeficiente de descarga depende de las siguientes variables ligadas al orificio:

- Geometría de la entrada<sup>195</sup>
- Tamaño
- Número de Reynolds
- Espesor de la pared
- Rugosidad de la pared
- Desarrollo de la contracción<sup>196</sup>

La influencia de estas variables sobre el coeficiente de descarga debe determinarse indispensablemente por vía experimental.

Para evaluar el coeficiente de descarga se aplica habitualmente una metodología que parte del  $C_D$  de un orificio, como el idealizado en la sección 4.2.1 y que tiene, además, que ser pequeño y de pared delgada ( $e/a \leq 0.5$ ).

En orificios que cumplen con estas condiciones, cuando la sección es circular y el número de Reynolds supera el valor de 100000, los coeficientes se estabilizan en los siguientes valores:

$$C_c = 0.605$$

$$C_v = 0.99$$

---

<sup>195</sup> Todo orificio, por pequeño que sea el espesor de su pared, cuenta con una entrada y una salida. La entrada puede ser redondeada, o en *arista viva*.

<sup>196</sup> Si al salir, no hace contacto tangencial con algún contorno sólido, se habla de contracción completa. Si hace alguno, se dice que la contracción es incompleta.

$$C_D = 0.6$$

Estos coeficientes deben modificarse, en función del grado de influencia de las variables citadas arriba. Para ello se utilizan gráficos y ecuaciones empíricas<sup>197</sup>.

#### 4.2.2.2 SIGNIFICADO HIDRÁULICO DEL COEFICIENTE DE DESCARGA

Supóngase que el tanque de la figura 4.1 recibe continuamente un caudal constante,  $Q_o$ . La relación entre el caudal que evacua (en condición estacionaria) y la carga, es la representada por la (4.20):

$$Q_o = C_D \sqrt{2gH} A$$

Asúmase ahora que el orificio es completamente ideal, esto es, que satisface las hipótesis citadas en la sección 4.2.1 y el chorro no experimenta contracción. De aquí se desprende que el coeficiente de descarga equivale a la unidad.

Si se admite que el caudal sea el mismo en ambos casos, la carga tiene que ser diferente. Se trata, por ende, de una carga teórica,  $H_T$ . Ésta y el caudal se encuentran vinculados mediante la ecuación:

$$Q_o = \sqrt{2gH_T} A$$

Al dividir ambas expresiones entre sí se arriba a la ecuación:

$$I = \frac{1}{C_D} \sqrt{\frac{H_T}{H}}$$

$$H = \frac{H_T}{C_D^2}$$

Ya que el coeficiente de descarga es inferior a la unidad, se infiere que:

$$H > H_T$$

De esto se sigue, que tiene que conformarse en el tanque una carga mayor que la teórica, para el caudal suministrado y un coeficiente de descarga inferior a la unidad. Además, que ésta se incrementará en la medida que el coeficiente de descarga disminuya. Por ejemplo: cuando aumenta el espesor de la pared, la rugosidad o el chorro se ahoga en algún grado. En estas circunstancias puede asimilarse el coeficiente de descarga a un factor que mide la eficiencia del orificio para descargar un caudal.

---

<sup>197</sup> A este respecto, véase por ejemplo [1], [2] y [4].

Dada la interdependencia del coeficiente de descarga con respecto a los otros cabe afirmar que éstos se encargan de aportarle diversos grados de eficiencia.

A partir de esto, llega a ser comprensible que el concepto de coeficiente de descarga haya llegado a ser parte del léxico básico de un ingeniero hidráulico. Permite hacer descripciones rápidas y claras relacionadas con el funcionamiento de estructuras hidráulicas.

### 4.3. COMPUERTA

La compuerta constituye una clase de estructura de control del flujo de amplia utilización en el campo de la ingeniería hidráulica.

Temprano, en la sección 1.2.2.4 fue necesario introducir este concepto, como herramienta esencial para simplificar la presentación de las nociones fundamentales de la hidráulica de canales. Se pretende ahora suministrar algunas nociones adicionales y una ecuación de calibración para este tipo de control hidráulico.

#### 4.3.1 ECUACIÓN DE UNA COMPUERTA

El conocimiento previo de la compuerta y los aportes de este capítulo sirven para conjeturar que una compuerta funciona como un orificio. Ésta proyecta hacia aguas abajo un chorro, el cual experimenta una contracción progresiva, hasta que a una distancia  $l_c$ , medida a partir del cuerpo de la compuerta, alcanza su valor máximo (figura 4.5)<sup>198</sup>.

A partir del trabajo experimental se sabe que:

$$l_c = \frac{a}{C_c} \quad (4.29.)$$

El chorro de la compuerta, no obstante, difiere algo del citado en la sección 4.2. Allí se trataba de un chorro libre y con contracción completa. En la compuerta exhibe las siguientes características:

1. La contracción es incompleta, pues el chorro al salir del orificio hace contacto con los planos que definen el fondo y las paredes del canal.
2. La descarga no se produce, siempre, en forma libre. Aguas abajo podría actuar algún control hidráulico y la corriente subcrítica encuentra al chorro supercrítico y así se desarrolla un resalto hidráulico. Por esta razón la capacidad de descarga de la compuerta disminuye. Se dice en estos casos que la compuerta desfoga más o menos sumergida (o ahogada). La influencia de aguas abajo se simboliza por medio de  $y_3$  (figura 4.5).

Para la deducción de la ecuación de la compuerta es preciso tener en cuenta las siguientes hipótesis (figura 4.5):

---

<sup>198</sup> El grado de contracción del chorro es máximo. En consecuencia, el área del chorro se minimiza. La sección donde se verifica este hecho se denomina *sección contraída*.

- i) La compuerta es vertical y plana.
- ii) El canal es horizontal y rectangular (de ancho  $b$ ), en la zona donde se ubica la compuerta.
- iii) El flujo es permanente.
- iv) Se considera, inicialmente, ausencia de pérdidas hidráulicas.
- v) La compuerta opera con una apertura  $a$  y funciona como control hidráulico. En consecuencia,  $y_2$  simboliza la profundidad subcrítica asociada a la compuerta. Así mismo,  $y_1$  la profundidad supercrítica correspondiente.

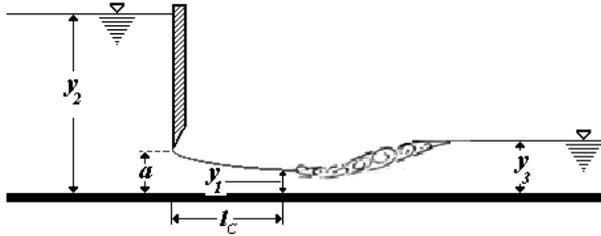


FIGURA 4.5

La ecuación de la compuerta se deriva de manera independiente con base en los principios de conservación y en los parámetros del problema. Se muestra al final que el resultado, salvo ciertas pequeñas discrepancias, es equivalente al representado para un orificio en la (4.20).

Las ecuaciones de continuidad y conservación de la energía se aplican sobre el volumen de control limitado por las secciones transversales de  $y_2$  y  $y_1$ <sup>199</sup>.

El principio de continuidad en el extremo aguas abajo del volumen de control, se puede expresar así:

$$Q = V_1 A_1 \tag{4.30.}$$

En el mismo sitio el área hidráulica es:

$$A_1 = b y_1$$

Según la (4.13):

$$A_1 = C_c A \tag{4.31.}$$

El área bajo la compuerta (orificio) puede escribirse así:

<sup>199</sup> La sección  $l$  es la misma sección contraída. Por tanto, se puede denominar a  $y_1$  *profundidad contraída*.

$$A = ba$$

Entonces:

$$A_1 = C_c ba \quad (4.32.)$$

La (4.32) transforma la (4.30) en:

$$Q = C_c baV_1 \quad (4.33.)$$

Se procede ahora a expresar la velocidad de la sección aguas abajo en términos de los parámetros del problema.

Para ello se emplea el teorema de Bernoulli y lo estipulado en i):

$$E_2 = E_1$$

En modo explícito:

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.34.)$$

Es necesario modificar adecuadamente las alturas cinética y de presión, en la entrada del volumen de control (2).

Al substituir en la (4.31) las expresiones para el área del orificio y del chorro se obtiene:

$$C_c = \frac{by_1}{ba}$$

De ésta, sigue que:

$$y_1 = C_c a \quad (4.35.)$$

La continuidad entre la entrada y la salida del volumen de control se expresa como:

$$V_1 by_1 = V_2 by_2$$

Una vez se simplifica, se reduce a:

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 \quad (4.36.)$$

De aquí se llega a la velocidad de aguas arriba:

$$V_2 = \frac{y_1}{y_2} V_1 \quad (4.37.)$$

Al reemplazar la (4.35) en la (4.37):

$$V_2 = \frac{C_c a}{y_2} V_1$$

Esta expresión queda lista para transformarla en la altura cinética correspondiente:

$$\frac{V_2^2}{2g} = \left( \frac{C_c a}{y_2} \right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (4.38.)$$

En seguida de substituir la (4.35) y la (4.38) en la (4.34) se obtiene la siguiente ecuación:

$$y_2 + \left( \frac{C_c a}{y_2} \right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = C_c a + \frac{V_1^2}{2g}$$

De donde es posible despejar la velocidad de aguas abajo (o del chorro en la sección contraída). Se logra después del procedimiento algebraico que se detalla a continuación:

$$\left[ \left( \frac{C_c a}{y_2} \right)^2 - 1 \right] \frac{V_1^2}{2g} = C_c a - y_2$$

$$\left[ \frac{(C_c a)^2 - y_2^2}{y_2^2} \right] \frac{V_1^2}{2g} = C_c a - y_2$$

$$[(C_c a + y_2)(C_c a - y_2)] \frac{V_1^2}{2g} = (C_c a - y_2) y_2^2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{y_2^2}{C_c a + y_2}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{y_2}{C_c \frac{a}{y_2} + 1} \quad (4.39.)$$

Finalmente:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2gy_2}{1 + C_c \frac{a}{y_2}}} \quad (4.40.)$$

Una vez se reemplaza ésta en la (4.33), se tiene:

$$Q = C_c \sqrt{\frac{2gy_2}{1 + C_c \frac{a}{y_2}}} ab$$

El caudal que predice esta expresión es aún teórico dado que la (4.40) se consiguió en condiciones ideales. La discrepancia se corrige, como es ya habitual, al afectarla con un coeficiente de velocidad:

$$Q = C_c C_v \sqrt{\frac{2gy_2}{1 + C_c \frac{a}{y_2}}} ab \quad (4.41.)$$

Al realizar una comparación entre la (4.41) y la (4.20), se infiere que:

$$C_D = \frac{C_c C_v}{\sqrt{1 + C_c \frac{a}{y_2}}} \quad (4.42.)$$

Ésta lleva a deducir otra bastante útil para el coeficiente de contracción:

$$C_c = \frac{1}{2} \frac{a}{y_2} \left( \frac{C_D}{C_v} \right)^2 + \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \frac{a}{y_2} \left( \frac{C_D}{C_v} \right)^2 \right]^2 + \left( \frac{C_D}{C_v} \right)^2} \quad (4.43.)$$

Después de substituir la (4.42) en la (4.41) se llega a:

$$Q = C_D \sqrt{2gy_2} ab \quad (4.44.)$$

Las ecuaciones (4.41) y (4.44) se denominan ecuación de una compuerta plana y vertical. Es de anotar que la calibración definida así, depende del valor de  $a$  y en la medida que ésta cambie, lo hace también el caudal.

En la (4.42), si:

$$\frac{a}{y_2} \rightarrow 0^+ \Rightarrow \quad (4.45.)$$

$$\frac{I}{\sqrt{I + C_c \frac{a}{y_2}}} \rightarrow I \Rightarrow$$

$$C_D \rightarrow C_v C_D$$

Es decir, que la (4.42) aporta una definición más completa del coeficiente de descarga. ¿Por qué?

La interpretación hidráulica de la (4.45) aporta la respuesta al interrogante. Para un  $a$  pequeño,  $y_2$  es grande (ver la ecuación 4.44). Se sigue de esto que  $\mathcal{F}_2$  se aproxima a cero, lo que equivale a tener aguas arriba una velocidad nula, esto es, la condición de tanque utilizada en la deducción que condujo a la consecución de la (4.20).

La diferencia estriba, en que se incluye la velocidad de aproximación en el coeficiente de descarga de la compuerta.

Establecido esto cabe realizar una comparación entre la ecuación de la compuerta y la del orificio. Son formalmente idénticas sólo que en la de la compuerta la carga,  $y_2$ , se mide con referencia al borde inferior del orificio y no con respecto a su eje centroidal.

De aquí que la ecuación de una compuerta pueda considerarse también una de orificio.

Finalmente la (4.44) sirve para validar un principio enunciado en forma intuitiva desde el capítulo 1 y es la relación inversa que existe entre el grado de apertura de una compuerta y la profundidad de aguas arriba. Así mismo la (4.35) para confirmar el vínculo directo entre el grado de apertura y la profundidad aguas abajo de la compuerta.

### 4.3.2 COEFICIENTES DE LA COMPUERTA

El coeficiente de descarga de una compuerta depende en general de las profundidades de aguas arriba y abajo, de la apertura, de la influencia de aguas abajo y del número de Reynolds.

Este asunto ha sido objeto de extensa experimentación. Como consecuencia de ello, han sido publicados muchos resultados, infortunadamente poco coincidentes. Se ha atribuido tradicionalmente la discrepancia a la complejidad del flujo en la zona de aguas abajo<sup>200</sup> y a la influencia del espesor del extremo inferior de la compuerta.

Para facilitar la obtención práctica de los coeficientes, es conveniente tener en cuenta las siguientes consideraciones:

---

<sup>200</sup> Ver [2].

1. Para la mayoría de situaciones, es factible suponer que el coeficiente de descarga es independiente del número de Reynolds<sup>201</sup>. En estas circunstancias, puede decirse que depende de las siguientes relaciones adimensionales:

$$C_D = C_D \left( \frac{y_2}{a}, \frac{y_3}{a} \right) \quad (4.46.)$$

2. Cuando una compuerta descarga en forma libre, el coeficiente de descarga llega a ser independiente de la influencia de aguas abajo. Por tanto:

$$C_D = C_D \left( \frac{y_2}{a} \right)$$

Existen en la literatura representaciones gráficas de esta función, las cuales permiten cuantificarlo. Para facilitar los cálculos en las aplicaciones el autor elaboró, por medio de una regresión potencial simple, una expresión empírica equivalente<sup>202</sup>:

$$C_D = 0.5316 \left( \frac{y_2}{a} \right)^{0.0516} \quad (4.47.)$$

De acuerdo con la información disponible, el ajuste es válido para el rango:

$$\begin{aligned} 2 \leq \frac{y_2}{a} \leq 16 \\ 0.55 \leq C_D \leq 0.6 \end{aligned} \quad (4.48.)$$

Las experiencias realizadas muestran que el coeficiente de descarga alcanza un valor constante de 0.6, si el parámetro adimensional es superior a 11. El mismo de un orificio de pared delgada (circular, ver sección 4.2.2.1).

En cuanto al coeficiente de velocidad, puede aproximarse mediante la ecuación empírica<sup>203</sup>:

$$C_V = 0.96 + 0.0979 \frac{a}{y_2} \quad (4.49.)$$

A partir de ella se infieren los siguientes límites para dicho coeficiente:

---

<sup>201</sup> Este parámetro es importante en ensayos a escala pequeña. En tales casos, debe tomarse en consideración también el número de Weber.

<sup>202</sup> Ver por ejemplo [3]

<sup>203</sup> Esta expresión, se debe al autor G. Sotelo D. [3]. Resulta de la recopilación y adaptación de trabajos de otros autores.

$$\text{Si } \frac{y_2}{a} \leq 2.451 \Rightarrow C_V = 1 \quad (4.50.)$$

$$\text{Si } a \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{y_2}{a} \rightarrow \infty \Rightarrow C_V \rightarrow 0.96$$

Luego:

$$0.96 < C_V < 1$$

En cuanto a la variación del coeficiente de contracción, ésta puede inferirse con base en los resultados recientemente logrados para el coeficiente de descarga y de velocidad:

i) La primera de las (4.50) en la (4.47) y la (4.43) da:

$$\frac{y_2}{a} = 2.45, C_D = 0.557 \Rightarrow C_C = 0.624$$

ii) La segunda de las (4.50) en (4.43), la reduce a:

$$C_D = C_C C_V$$

La misma implica que:

$$C_V = 0.96$$

$$C_D = 0.6$$

De las tres últimas se sigue que:

$$C_C = \frac{C_D}{C_V} = \frac{0.6}{0.96} = 0.625$$

En el amplio rango analizado para  $\frac{y_2}{a}(2.45, \infty)$ , el coeficiente de contracción varió únicamente una milésima; se concluye entonces que es prácticamente constante. Se recomienda usar el valor de 0.624.

3. Para que la descarga de una compuerta sea considerada sumergida se tienen que verificar simultáneamente las condiciones:

$$y_3 > y_1 \text{ y } F_3 < 1^{204}$$

El coeficiente de descarga debe calcularse a partir del conocimiento de los parámetros adimensionales:

---

<sup>204</sup> El cumplimiento aislado de la primera desigualdad no garantiza que  $y_3$  sea subcrítica. Podría tratarse de flujo supercrítico retardado, al final de la sección contraída.

$$\frac{y_2}{a}, \frac{y_3}{a}$$

La interrelación entre ambos y el coeficiente de descarga puede obtenerse a partir de la siguiente gráfica (figura 4.6)<sup>205</sup>:

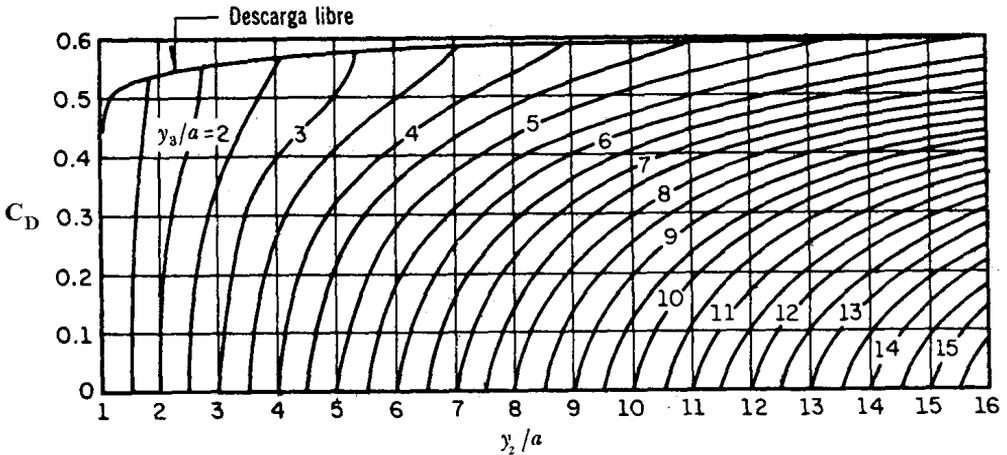


FIGURA 4.6

La actuación de un control hidráulico de aguas abajo, establece una profundidad  $y_3$  en las vecindades de la compuerta. En la medida que ésta aumenta, el coeficiente de descarga se hace menor. Este efecto se origina en el rechazo del chorro supercrítico por parte de la influencia procedente de aguas abajo<sup>206</sup>.

La experiencia muestra, que el coeficiente de contracción utilizado cuando la descarga es libre, esto es 0.624, puede mantenerse en el caso de una descarga ahogada.

### 4.3.3 OPERACIÓN DE LA COMPUERTA COMO CONTROL HIDRÁULICO

La intrusión de una compuerta en el seno de una corriente no garantiza que aquella vaya a funcionar obligatoriamente como un control hidráulico. Esto ya se advirtió en la sección 4.1.1 (apartado 2).

El funcionamiento de una compuerta como control hidráulico, debe depender de los números de Froude de aguas arriba y abajo, según esta evidente condición (necesaria y suficiente):

$$F_1 > 1, F_2 < 1$$

<sup>205</sup> Elaborado por Cofré y Bucheister. Ver [3].

<sup>206</sup> El rechazo del chorro actúa como una obstrucción que obstaculiza el libre desfogue de la compuerta. La figura 4.6 resulta particularmente útil para explicar cómo influye el rechazo sobre el coeficiente de descarga. Se observa que se desprenden de la curva de descarga libre (que funge como envolvente) diversas curvas adimensionales  $y_3/a$ .

Se trata ahora de derivar, con base en los resultados anteriores, una relación cuantitativa que garantice que la compuerta opere como un control hidráulico.

De la (4.36), ecuación de continuidad:

$$V_1 y_1 = V_2 y_2$$

De manera equivalente:

$$V_1^2 = V_2^2 \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2$$

Para expresarla en términos de los números de Froude, se requiere modificarla:

$$y_1 \frac{V_1^2}{g y_1} = y_2 \frac{V_2^2}{g y_2} \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2$$

Luego:

$$F_1^2 = F_2^2 \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^3$$

Con base en la (4.35):

$$F_1^2 = F_2^2 \left( \frac{y_2}{C_c a} \right)^3$$

También:

$$F_1 = F_2 \left( \frac{l}{C_c} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{y_2}{a} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Conforme a lo enunciado en la sección 4.3.2 (apartado 2), un valor razonable para el coeficiente de contracción es 0.624. Por consiguiente:

$$\frac{F_1}{F_2} = 2.039 \left( \frac{y_2}{a} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Con base en el valor mínimo del parámetro  $y_2/a$ , 2 y de acuerdo con la (4.48), puede aproximarse el mínimo para la relación entre números de Froude:

$$\frac{F_1}{F_2} = 5.8 \quad (4.51.)$$

#### EJEMPLO 4.1

En un canal rectangular horizontal ( $b=4 \text{ m}$ ) operan dos compuertas, con una apertura igual de  $a = 0.20 \text{ m}$ . Si se sabe que la de aguas abajo descarga en forma libre, determínese la profundidad subcrítica de la compuerta de aguas arriba. El caudal es de  $Q = 2.5 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

#### SOLUCIÓN

El aspecto fundamental en esta aplicación, es tener presente que la compuerta aguas arriba descarga ahogada, por la influencia subcrítica que se induce desde aguas abajo. En consecuencia, el chorro supercrítico se encuentra en algún punto con este nivel y así se establece un resalto hidráulico. La parte subcrítica de éste, aporta la profundidad  $y_3$ , imprescindible para evaluar el coeficiente de descarga de la compuerta de aguas arriba.

El primer paso consiste en calcular el valor de  $y_3$ . Si se asume que las dos compuertas están muy próximas es válido suponer que:

$$y_3 \approx y_{2d}$$

Donde  $y_{2d}$  es la profundidad subcrítica de la compuerta situada aguas abajo.

Para calcularla, se parte de la expresión (4.44) debidamente despejada:

$$Q = C_D \sqrt{2gy_2} ab$$

$$y_{2d} = \frac{1}{C_D^2} \frac{Q^2}{2g(ab)^2}$$

La descarga de esta compuerta se produce de modo libre. Por ello, el coeficiente de descarga se aproxima con la (4.47):

$$C_D = 0.5316 \left( \frac{y_2}{a} \right)^{0.0516}$$

Después de reemplazarla en la ecuación de la profundidad y simplificar se obtiene:

$$y_{2d} = \frac{0.212Q^{1.813}}{b^{1.813} a^{1.719}}$$

De esta manera la profundidad buscada puede expresarse en término de los datos conocidos:

$$y_{2d} = \frac{0.212 \times 2.5^{1.813}}{4^{1.813} \times 0.2^{1.719}} = 1.437 m$$

Así mismo:

$$y_3 = 1.437 m$$

El respectivo coeficiente de descarga se consigue de la (4.47):

$$C_D = 0.5316 \left( \frac{1.437}{0.2} \right)^{0.0516} = 0.589$$

Se busca ahora cuantificar la profundidad subcrítica de la compuerta de aguas arriba,  $y_{2u}$ .

Sería sencillo de calcularla si se conociera el coeficiente de descarga. Pero éste hace parte de la solución puesto que depende la profundidad buscada. Por otra parte no existe una expresión empírica para el coeficiente de descarga en estos casos y se debe emplear la figura 4.6. Esto hace que el problema tenga que resolverse por tanteo. Éstos son los pasos por seguir en este proceso:

1. Se propone una  $y_{2u}$ .
2. Se calcula el coeficiente de descarga, en la figura 4.6.
3. Se cuantifica el caudal con base en la (4.44). Es el correspondiente a la estimación citada en 1 y se denota por  $\hat{Q}$ .
4. Se evalúa el error cometido en la aproximación (residuo):  $R = Q - \hat{Q}$ .
5. Se propone una nueva  $y_{2u}$ , hasta que el residuo sea nulo.

Este procedimiento se ilustra en la siguiente tabla:

$y_{2u}$	$y_{2u}/a$	$y_3/a$	$C_D$	$\hat{Q} (m^3 s^{-1})$	$R (m^3 s^{-1})$
3.000	15	7.2	0.49	3.007	-0.507
2.000	10.0	7.2	0.40	2.005	0.495
2.494	12.5	7.2	0.45	2.518	-0.018
2.476	12.4	7.2	0.45	2.509	-0.009
2.458	12.3	7.2	0.45	2.500	0.000

La respuesta debe ser  $y_{2u} = 2.458 m$ .

La profundidad es superior a la registrada en la compuerta de aguas abajo,  $1.437 m$ . Este cambio es atribuible al ahogamiento de la descarga de aguas arriba, el cual se refleja en una disminución del coeficiente de descarga (de  $0.589$  a  $0.45$ ).

Observaciones:

1. Los valores de  $y_{2u}$  propuestos en las dos primeras filas son algo arbitrarios. No obstante, al estar ahogada la descarga de esta compuerta y mantenerse la apertura constante, se ha asumido, simplemente, que el primero de ellos debe ser superior al de la profundidad similar de aguas abajo.

2. A partir de la tercera fila, la profundidad se ha calculado por interpolación lineal.

3. El parámetro  $y_3/a$  permanece constante durante el cálculo, porque depende del control de aguas abajo y éste permanece fijo, dado que  $a$  no se modifica durante el cálculo.

## 4.4 VERTEDERO

### 4.4.1 DEFINICIONES

Un vertedero es una barrera que se inserta dentro de una corriente a superficie libre y de este modo la obliga a fluir por encima de ella. La primera parte de la definición hace pensar en una cierta semejanza con una compuerta sólo que en ésta el flujo supera el obstáculo por su parte inferior.

La intromisión dentro de la corriente puede inducir un choque hidráulico, y con ello establecer régimen subcrítico aguas arriba y supercrítico aguas abajo. En estas circunstancias un vertedero es un control hidráulico; de ahí su utilidad como aforador de caudales (la fotografía de la figura 3.14 ilustra perfectamente esta situación).

Se le utiliza también como evacuador de volúmenes excedentes<sup>207</sup> en embalses, tanques, etc. En la figura 1.25 se ilustra un caso típico de esta aplicación.

Un derrumbe que obstaculice el paso del flujo y lo fuerce a fluir por encima de él funciona así mismo como especie de vertedero.

En la figura 4.7 se ilustra una instalación típica para un vertedero. Con la ayuda de ella, se introducen, a continuación, las variables necesarias para el tratamiento teórico y práctico de este tema:

Sección transversal (A). Un vertedero puede construirse con diversa formas geométricas de la sección transversal. La rectangular y la triangular se emplean frecuentemente en los aforadores; la trapezoidal con menor frecuencia y la circular todavía menos. La rectangular es, quizás, la más utilizada en evacuadores.

Como control hidráulico que es se configura régimen crítico en alguna sección transversal del vertedero. Ésta es, por tanto, una sección crítica.

Se denomina *cresta del vertedero* a la parte más elevada del fondo de éste.

---

<sup>207</sup> En esta función, se le llama en alguna literatura, *aliviadero*. En inglés, se utiliza el término *weir* cuando se emplea como aforador y *spillway* como evacuador.

Altura ( $W$ ). Se mide desde el fondo del *canal de aproximación*<sup>208</sup> hasta la cresta. Es, quizás, la variable más determinante para desarrollar el control del flujo. Su función es equivalente a la que realiza la apertura de una compuerta.

Longitud ( $e$ ). Un vertedero es en sí mismo un canal; como tal, posee una longitud. En un orificio, corresponde al espesor de la pared. En vertederos empleados como aforadores, se le denomina también *espesor o ancho de la cresta*, o así mismo, *espesor o ancho de la pared*<sup>209</sup>.

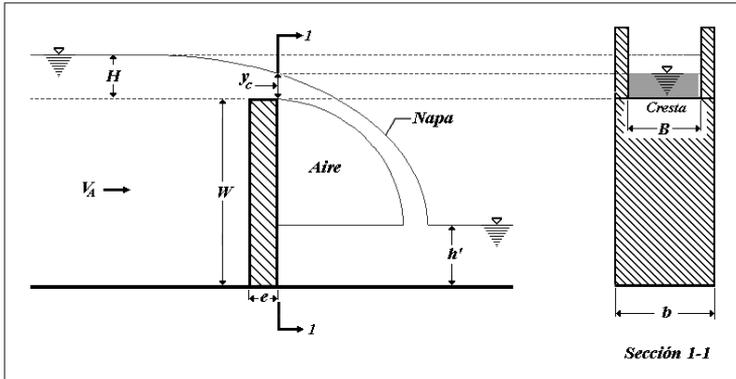


FIGURA 4.7

Carga ( $H$ ). Se define como la diferencia entre la cota de la superficie libre (aguas arriba) y la de la cresta del vertedero,  $Z_v$ . Esto es:

$$H = Z_w - Z_v \quad (4.52.)$$

O también<sup>210</sup>:

$$H = Z_w - W \quad (4.53.)$$

Se trata, por consiguiente, de una energía potencial relativa.

Una sección situada a una distancia mínima de  $4H$ , es el sitio más indicado para determinar la carga<sup>211</sup>. Se espera que la curvatura de la superficie libre sea pequeña allí y la pérdida hidráulica mínima<sup>212</sup>. En suma: el sitio donde la corriente sea marcadamente subcrítica (velocidad aproximadamente nula).

<sup>208</sup> El canal aguas arriba del vertedero.

<sup>209</sup> En este sentido, la longitud podría tomar valores de fracción de milímetro en aforadores, hasta centenares de metros en evacuadores.

<sup>210</sup> Esta expresión sólo es válida cuando el nivel de la superficie libre se mide con referencia al fondo del canal de aproximación.

<sup>211</sup> Ésta se mide a partir de la pared de aguas arriba del vertedero.

<sup>212</sup> Esta última condición permite suponer que la línea de la superficie libre coincide, aproximadamente, con la de energía.

Influencia de aguas abajo ( $h'$ ). La profundidad de un flujo subcrítico en la vecindad de aguas abajo del vertedero (producida por otro control).

Carga de aguas abajo ( $H'$ ) Se obtiene al substraer la altura del vertedero de la profundidad de la influencia de aguas abajo:

$$H' = h' - W \quad (4.54.)$$

Se mide colineal con la pared de aguas abajo del vertedero.

#### 4.4.2 FUNCIONAMIENTO

El flujo en vertederos y orificios guarda una apreciable semejanza. Se distinguen, no obstante, en que la corriente sobre el vertedero transcurre en su totalidad a superficie libre.

La configuración del flujo sobre un vertedero es el resultado de la influencia de las siguientes variables:

1. El vínculo entre la longitud del vertedero y su carga. Lleva a distinguir dos tipos de vertederos:

$$\text{Vertedero de pared delgada} \quad \frac{e}{H} \leq 0.67$$

$$\text{Vertedero de pared gruesa} \quad \frac{e}{H} > 0.67$$

2. La relación entre las geometrías de la sección transversal del canal de aproximación y del vertedero. En caso de poseer ambos la misma canales geometría, se habla de un *vertedero sin contracciones*, esto es  $N = 0$  (figura 4.8)<sup>213</sup>. Un vertedero cuya sección sea menor que la del canal de aproximación, se designa como *vertedero con contracciones laterales*. La ubicación del eje del vertedero con respecto al del canal de aproximación, permite, a su vez, distinguir (figura 4.8):

Vertedero con dos contracciones ( $N=2$ ). Los ejes son colineales.

Vertedero con una contracción ( $N=1$ ). Los ejes no son colineales.

Las contracciones inducen el desprendimiento de la corriente aferente. En consecuencia, se establece flujo secundario en la esquina que conforman la pared de aguas arriba del vertedero y el muro del canal de aproximación. Este hecho induce una alta pérdida de energía, la cual se acentúa cuando se presenta la asimetría citada antes.

---

<sup>213</sup> Si bien la representación se hace para un vertedero rectangular, conserva su validez para cualquier otro caso.

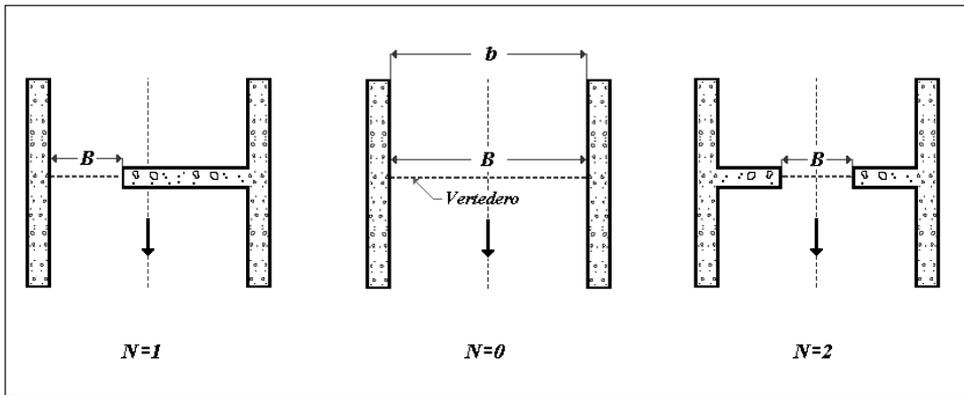


FIGURA 4.8

3. El chorro –llamado más propiamente en vertederos *napa-se* contrae como en cualquier orificio. En un vertedero con contracciones, el efecto se incrementa. Por esta razón, se llama *vertedero suprimido* a aquel que no las posee.

El espesor de la pared, ya citado, tiene una marcada influencia sobre la geometría de la napa. En vertederos de pared delgada ésta hace un contacto mínimo con la pared sólida de suerte que la pérdida friccional puede asumirse prácticamente nula. En esta misma situación la napa exhibe una amplia curvatura, por tanto, no es hidrostática la distribución de presiones sobre la cresta. Una mayor longitud del vertedero contribuye a aplanar las líneas de flujo y así mismo a permitir que las pérdidas friccionales cobren importancia dentro del coeficiente de descarga.

4. De existir una influencia desde aguas abajo,  $h'$ , la napa podría sumergirse dentro de ella. Se dice, por consiguiente, que el vertedero descarga con cierto grado de ahogamiento.

5. El aire que rodea la napa juega también un papel importante en la operación estable del vertedero. Se entiende por tal un comportamiento aproximadamente permanente<sup>214</sup> y una ausencia de vibraciones. En vertederos donde la cresta está suficientemente alta (altos) toda la napa se proyecta rodeada por el aire y así la estructura funciona establemente<sup>215</sup>. En caso contrario (vertederos bajos) el aire queda confinado entre la napa y el cuerpo del canal (figura 4.7). En esta condición de operación la corriente subcrítica (de aguas abajo) obra como el sellante inferior de la cámara de aire. El continuo fluir podría eliminar paulatinamente este aire e inducir allí una presión subatmosférica y la napa terminar por adherirse a la pared. La superficie libre aguas arriba oscila como respuesta a estos funcionamientos. Resultan, por lo demás, indeseables en vertederos que sirven como aforadores. Por esta razón se acostumbra suministrarles aire desde el exterior (airearlos).

6. El régimen es rápidamente variado en las zonas de aguas arriba y abajo del vertedero.

<sup>214</sup> Es decir, con las limitaciones citadas en la sección 1.2.2.4.

<sup>215</sup> Algo similar a lo que sucede con una caída hidráulica (figuras 1.5 y 1.31).

### 4.4.3 ECUACIÓN DE VERTEDERO

La manera más simple de encontrar una ecuación de vertedero es partir de la de un orificio grande. En este sentido, es válido considerar la operación como vertedero, como la evolución de la de un orificio grande. O también, que un vertedero es un orificio atravesado por una corriente sin tocar su borde superior.

En el caso de la figura 4.3 un nivel elevado en el tanque garantiza que descargue según la ley<sup>216</sup> de un orificio pequeño. En la medida que el nivel descienda, y consecuentemente  $h_2$ , el funcionamiento se acerca al de un orificio grande. Finalmente si  $h_2 = 0$  se alcanza el nivel mínimo de la superficie libre compatible con una operación como orificio grande. A partir de allí se inicia la operación como vertedero. De aquí se desprende una importante conclusión relacionada con la operación de las estructuras para control del flujo:

*Una estructura de control del flujo puede (en general), según el nivel relativo de la superficie libre, presentar diversas formas para la relación caudal-carga. Esto es, descargar como un orificio pequeño, grande, o vertedero.*

De acuerdo con esto es válido utilizar las ecuaciones para orificios grandes (ver sección 4.2.1.2) como punto de partida para las de vertedero.

Estas ecuaciones tienen la ventaja que permiten llegar a resultados rápidos pero también la desventaja de ignorar el efecto de la velocidad de aproximación ya que fueron derivadas para condición de tanque. Por tanto, se deduce inicialmente una expresión con esta limitación y posteriormente se realiza la corrección necesaria.

#### 4.4.3.1 ECUACIÓN DE UN VERTEDERO RECTANGULAR

De la (4.24):

$$Q = \frac{2}{3} C_D B \sqrt{2g} (h_1^{\frac{3}{2}} - h_2^{\frac{3}{2}})$$

Si  $h_2 = 0 \Rightarrow$

$$Q = \frac{2}{3} C_D B \sqrt{2g} h_1^{\frac{3}{2}}$$

Esto es, el caudal es proporcional a  $h_1$ ; es decir, la distancia que hay entre la superficie libre y el borde inferior del orificio (ahora la cresta del vertedero). Resulta sencillo comprobar que se trata de la misma carga,  $H$ , del vertedero. Se escribe entonces  $H$  en lugar de  $h_1$ . Por consiguiente:

---

<sup>216</sup> Ley o regla de operación. Sinónimos de ecuación.

$$Q = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.55.)$$

Se acostumbra presentarla también en las siguientes formas alternativas:

$$Q = C_R B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.56.)$$

$$C_R = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} \quad (4.57.)$$

$$Q = m_R \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.58.)$$

$$m_R = \frac{2}{3} C_D \quad (4.59.)$$

Se designa a  $m_R$  *coeficiente de vertedero rectangular*, en el sentido que incorpora la constante  $2/3$ , típica de este vertedero, y el coeficiente de descarga común a cualquiera de ellos.

La (4.55), la (4.56) y la (4.58) se denominan ecuación de vertedero rectangular. Suponen que la velocidad de aproximación al vertedero es nula.

Es preciso, en consecuencia, evaluar la importancia de esta velocidad de aproximación,  $V_A$ . Para ello basta con emplear una carga total,  $H_T$ , en la (4.55).

$$Q = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} B H_T^{\frac{3}{2}}$$

Es evidente que:

$$H_T = H + \frac{V_A^2}{2g}$$

Por tanto, la ecuación de vertedero rectangular adquiere la forma:

$$Q = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} B \left( H + \frac{V_A^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}}$$

En seguida se modifica un poco:

$$Q = \frac{2}{3} b C_D \sqrt{2g} B \left[ \left( \frac{H}{H} + \frac{V_A^2}{2gH} \right) H \right]^{\frac{3}{2}}$$

Después de reorganizar convenientemente:

$$Q = \left( 1 + \frac{V_A^2}{2gH} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.60.)$$

El primer término del miembro izquierdo puede aproximarse por medio de un desarrollo en serie de potencias (serie binomial) hasta el segundo término:

$$\left( 1 + \frac{V_A^2}{2gH} \right)^{\frac{3}{2}} \approx 1 + \frac{3}{2} \frac{V_A^2}{2gH} + \dots$$

Se expresa a continuación la altura cinética en el canal de aproximación en términos del caudal y del área  $A = (W + H)b$  de la sección hidráulica del sitio donde se mide la carga  $H$  (figura 4.7):

$$\frac{V_A^2}{2g} = \frac{Q^2}{2gb^2(W + H)^2} \quad (4.61.)$$

Después de substituir esta expresión en la anterior se llega a:

$$\left( 1 + \frac{V_A^2}{2gH} \right)^{\frac{3}{2}} = 1 + \frac{3}{2} \frac{Q^2}{2gb^2(W + H)^2 H} \quad (4.62.)$$

La (4.62) dentro de la (4.60) produce:

$$Q = \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{Q^2}{2gb^2(W + H)^2 H} \right] \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}}$$

De la (4.58):

$$Q^2 = m_R^2 (2g) B^2 H^3$$

Ésta se reemplaza a continuación en la anterior:

$$Q = \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{m_R^2 (2g) B^2 H^3}{2gb^2(W+H)^2 H} \right] \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}}$$

Una vez se simplifica y ordena convenientemente, se llega finalmente a:

$$Q = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} \left[ 1 + \frac{3}{2} m_R^2 \left( \frac{B}{b} \right)^2 \left( \frac{H}{W+H} \right)^2 \right] BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.63.)$$

Admite también ser expresada en términos del coeficiente de descarga, de acuerdo con la (4.59):

$$Q = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} \left[ 1 + \frac{2}{3} C_D^2 \left( \frac{B}{b} \right)^2 \left( \frac{H}{W+H} \right)^2 \right] BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.64.)$$

Si se escribe (4.63):

$$K_{RV} = 1 + \frac{3}{2} m_R^2 \left( \frac{B}{b} \right)^2 \left( \frac{H}{W+H} \right)^2 \quad (4.65.)$$

O equivalentemente (4.64):

$$K_{RV} = \left[ 1 + \frac{2}{3} C_D^2 \left( \frac{B}{b} \right)^2 \left( \frac{H}{W+H} \right)^2 \right] \quad (4.66.)$$

Con base en estas definiciones, la (4.63) y la (4.64) se convierten en:

$$Q = \frac{2}{3} K_{RV} C_D \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.67.)$$

Y con la sustitución adicional:

$$m_{RV} = \frac{2}{3} K_{RV} C_D \quad (4.68.)$$

En:

$$Q = m_{RV} \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.69.)$$

$m_{RV}$  es el coeficiente de vertedero rectangular que toma en cuenta el efecto de la velocidad de aproximación.

En fin, las expresiones (4.63), (4.64), (4.67) y (4.69) se constituyen en las ecuaciones de un vertedero rectangular en que se tiene en cuenta la velocidad de aproximación.

Se puede ahora remodificar un poco la (4.66) para obtener una interpretación hidráulica del coeficiente  $K_{RV}$ :

$$K_{RV} = \left[ 1 + \frac{2}{3} C_D^2 \left( \frac{B}{b} \right)^2 \left( \frac{\frac{H}{W}}{1 + \frac{H}{W}} \right)^2 \right] \quad (4.70.)$$

De aquí resulta evidente que se trata de un coeficiente cuyo valor es mayor o igual que la unidad. Por ello, el tener en cuenta la velocidad de aproximación al vertedero, equivale a concederle un incremento en su capacidad de descarga.

La (4.70) muestra que el coeficiente depende ampliamente de la relación de anchos. El caso más común en la práctica, es aquel en que el ancho del canal de aproximación es mayor que el del vertedero. Entonces:

$$\text{Si } b \gg B \Rightarrow \left( \frac{B}{b} \right)^2 \approx 0$$

Consecuentemente,  $K_{RV}$  se hace igual a la unidad.

La (4.70) se reduce en un vertedero de ancho igual al del canal de aproximación:

$$K_{RV} = \left[ 1 + \frac{2}{3} C_D^2 \left( \frac{\frac{H}{W}}{1 + \frac{H}{W}} \right)^2 \right]$$

En estas circunstancias,  $K_{RV}$  entra a depender del parámetro  $H/W$ .

Entonces:

$$\text{Si } \frac{H}{W} \rightarrow 0 \Rightarrow K_{RV} \rightarrow 1$$

Esto es, en vertederos de carga pequeña (con respecto a su altura), el efecto de la velocidad de aproximación resulta también despreciable.

*El efecto de la velocidad de aproximación sobre la descarga de un vertedero rectangular, es importante cuando la carga es apreciable al compararla con la*

altura del vertedero, y además, la relación entre el ancho del canal de aproximación y el del vertedero, se acerca a la unidad.

#### 4.4.3.2 ECUACIÓN DE UN VERTEDERO TRIANGULAR

La (4.28) corresponde a la ecuación de un orificio triangular grande:

$$Q = \frac{4}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_D \sqrt{2g} \left[ h_1 \left( 5h_1^{\frac{3}{2}} - 5h_2^{\frac{3}{2}} \right) + 3 \left( h_2^{\frac{5}{2}} - h_1^{\frac{5}{2}} \right) \right]$$

Si en ésta se hace  $h_2 = 0$  entonces:

$$Q = \frac{4}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_D \sqrt{2g} \left( 5h_1^{\frac{3}{2}} - 3h_1^{\frac{5}{2}} \right)$$

Después de simplificar:

$$Q = \frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_D \sqrt{2g} h_1^{\frac{5}{2}}$$

$h_1$  equivale a la carga  $H$ , como en el vertedero rectangular:

$$Q = \frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_D \sqrt{2g} H^{\frac{5}{2}} \quad (4.71.)$$

Esta ecuación de vertedero triangular presenta algunas diferencias apreciables con respecto a la de su semejante rectangular:

1. El exponente de la carga que en este caso es 2.5, mientras que es 1.5 en el rectangular.
2. El coeficiente  $\frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2}$  depende del ángulo del vértice. Se maximiza para  $\theta = 180^\circ$ . Hasta un valor de  $\theta = 102.7^\circ$ , este coeficiente resulta inferior a su similar de un vertedero rectangular (2/3).

La ecuación del vertedero triangular es expresable en las siguientes formas equivalentes:

$$Q = C_\theta H^{\frac{5}{2}} \quad (4.72.)$$

$$C_\theta = \frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} C_D \quad (4.73.)$$

$$Q = m_{\theta} \sqrt{2g} H^{\frac{5}{2}} \quad (4.74.)$$

$$m_{\theta} = \frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2} C_D \quad (4.75.)$$

$m_{\theta}$  es el coeficiente de vertedero triangular. El subíndice puede tomar valores según el ángulo del vértice del vertedero. Se infiere de la (4.75) que aumenta con el ángulo y mejora la capacidad de descarga del vertedero.

Cualquiera de las expresiones (4.71), (4.72) y (4.74) representa una ecuación de vertedero triangular.

Las experiencias realizadas con vertederos triangulares demuestran poca influencia sobre la capacidad de descarga por parte de la velocidad de aproximación. Por ello, no es necesario considerar un coeficiente semejante al ya empleado en un vertedero rectangular<sup>217</sup>.

#### 4.4.4 EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE DESCARGA

La aplicación de las ecuaciones de vertedero deducidas con anterioridad requiere del conocimiento previo del coeficiente de descarga<sup>218</sup>. La determinación de éste, se hace según la misma metodología ya descrita para orificios y compuertas. En aplicaciones a escala grande (hidráulica de canales), puede obviarse la influencia de la viscosidad y de la tensión superficial, las cuales habría que tener en cuenta en ensayos con modelos a escala.

La literatura dispone de una serie de gráficos y ecuaciones empíricas, que permiten cuantificar los valores de las variables que influyen sobre el coeficiente de descarga de un vertedero.

Se presenta a continuación, una recopilación de dichos procedimientos para el vertedero rectangular y el triangular. También, se ilustra su aplicación sistemática.

Una discusión, acerca de la aplicabilidad de cada variante de una gráfica y de las ecuaciones empíricas queda fuera del alcance de este trabajo. Por consiguiente, se incluyen las más comúnmente aplicadas.

En un vertedero cualquiera, el coeficiente de descarga depende, en general, de las siguientes variables (figura 4.7):

$$C_D = (H, W, e, \text{geometría}, h', N)$$

---

<sup>217</sup> Ver [4].

<sup>218</sup> Especialmente para evaluar el coeficiente de corrección por velocidad de aproximación.

#### 4.4.4.1 COEFICIENTE DE DESCARGA DE UN VERTEDERO RECTANGULAR

El procedimiento clásico para calcular el coeficiente de descarga de un vertedero de pared gruesa, está basado en su similar para uno de pared delgada. Por eso, lo más conveniente es presentar inicialmente una metodología para estimar el coeficiente de descarga en un vertedero rectangular de pared delgada.

##### VERTEDERO DE PARED DELGADA

Un vertedero funciona como de pared delgada si se verifica la relación:

$$\frac{e}{H} \leq 0.67$$

Una vez se halla confirmado el modo de operación, el coeficiente de descarga se determina mediante el método que se describe a continuación:

Se parte de un vertedero idealizado en los siguientes términos:

- i) Sin contracciones
- ii) Descarga libre
- iii) Napa aireada

El procedimiento se basa en realizar posteriores correcciones para considerar la influencia de las variables que no se tienen en cuenta inicialmente (como en los orificios).

1. Con base en las condiciones ideales citadas antes, se calcula un coeficiente de descarga primario (o básico),  $C_{D(o)}$ . La ecuación de Rehbock<sup>219</sup> se utiliza habitualmente para este propósito:

$$C_{D(o)} = \left[ 0.6035 + 0.0813 \left( \frac{H + 0.0011}{W} \right) \right] \left[ 1 + \frac{0.0011}{H} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (4.76.)$$

Se trata de una expresión en la que el coeficiente sólo depende de la carga del vertedero y de la altura del mismo. Para aplicarla, los datos deben suministrarse en metros.

Fue obtenida mediante procedimiento experimental. Por ello su aplicación debe ceñirse a unos rangos de validez:

---

<sup>219</sup> Ver [3].

$$0.01m \leq H \leq 0.8m$$

$$B \geq 0.3m$$

$$W \geq 0.06m$$

(4.77.)

$$\frac{H}{W} \leq 1$$

Basado en la (4.76) el autor elaboró el gráfico (figura 4.9) con el objeto de ilustrar la variación del coeficiente de descarga con respecto a las variables  $H$ ,  $W$ .

Es evidente que el coeficiente de descarga mejora con el aumento del parámetro  $H/W$ . Así mismo el valor mínimo se sitúa alrededor de  $C_D = 0.62$ .

Conocido el coeficiente de descarga se debe pasar a evaluar el coeficiente de corrección por velocidad de aproximación (4.66):

$$K_{RV(o)} = \left[ 1 + \frac{2}{3} C_{D(o)}^2 \left( \frac{B}{b} \right)^2 \left( \frac{H}{W+H} \right)^2 \right] \quad (4.78.)$$

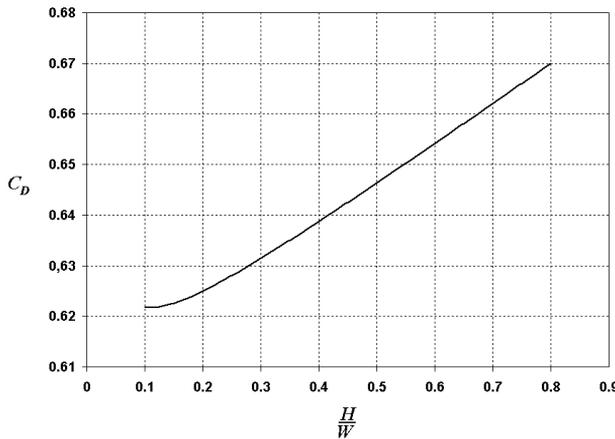


FIGURA 4.9

La (4.67) queda habilitada para calcular el caudal que descarga un vertedero rectangular de pared delgada idealizado en los términos expuestos antes. Por tanto, se reescribe para tener en cuenta estas novedades:

$$Q_{(o)} = \frac{2}{3} K_{RV(o)} C_{D(o)} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.79.)$$

2. Cuando el vertedero cuenta con un ancho,  $B$ , inferior al del canal de aproximación,  $b$ , la corriente se desprende y se configura flujo secundario en la proximidad aguas arriba del vertedero (ver figura 4.8). Sin duda esto contribuye a reducir el coeficiente de descarga.

Francis<sup>220</sup> propuso evaluar este efecto por medio de una disminución en el ancho efectivo del vertedero. De acuerdo con esto, el nuevo valor para el ancho es,  $B'$ :

$$B' = B - N \times 0.1 \times H \quad (4.80.)$$

La cual es válida si  $B > 3H$ . En ella,  $N$  puede tomar valores de 1 o 2, según el número de contracciones.

La expresión (4.80) llevada a la (4.79) produce una nueva versión de ésta para uso con vertederos con contracciones y sin considerar la velocidad de aproximación<sup>221</sup>:

$$Q_{(1)} = \frac{2}{3} C_{D_{(o)}} \sqrt{2g} (B - N \times 0.1 \times H) H^{\frac{3}{2}} \quad (4.81.)$$

Resulta interesante indagar algo en cuanto al significado hidráulico de la (4.81). Para ello, conviene modificarla un poco:

$$Q = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} B - N \times 0.1 \times \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} H^{\frac{5}{2}}$$

En ésta, el primer miembro del lado derecho equivale a la ecuación de un vertedero rectangular. El segundo correspondería a la de un vertedero triangular, si se verificara la siguiente igualdad (ecuación 4.71):

$$N \times 0.1 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2}$$

$$\tan \left( \frac{\theta}{2} \right) = 0.125N$$

Para

$$N = 1 \Rightarrow \theta = 14.25^\circ$$

$$N = 2 \Rightarrow \theta = 28.1^\circ$$

Esto es, la corrección de Francis admite ser interpretada como la disminución del caudal del canal rectangular, en una cantidad que aporta un canal triangular (ficticio), que tiene la misma carga del rectangular y cuyo vértice está conformado por los ángulos citados arriba.

<sup>220</sup> Ver [1].

<sup>221</sup> Es indispensable recalcar en este punto, que el caudal que predice la (4.81) corresponde a un vertedero de borde delgado, con contracciones, napa aireada y descarga libre. No considera, sin embargo, el efecto de la velocidad de aproximación.

Para determinar  $K_{RV(1)}$ , se requiere conocer de antemano un coeficiente de descarga equivalente. Para ello se escribe de la (4.55):

$$Q_{(1)} = \frac{2}{3} C_{D(1)} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.82.)$$

O también:

$$C_{D(1)} = \frac{3Q_{(1)}}{2B\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}} \quad (4.83.)$$

El efecto  $K_{RV(1)}$  puede ahora evaluarse por medio de la expresión (4.66). De esta manera, la (4.82) se transforma en<sup>222</sup>:

$$Q_{(1)} = \frac{2}{3} K_{RV(1)} C_{D(1)} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.84.)$$

3. La actividad de un control aguas abajo podría afectar la descarga del vertedero, y consecuentemente, el coeficiente de descarga (figura 4.10). Conviene, por consiguiente, afectar la (4.82) por un coeficiente  $K_h$ , el cual se aproxima del siguiente modo:

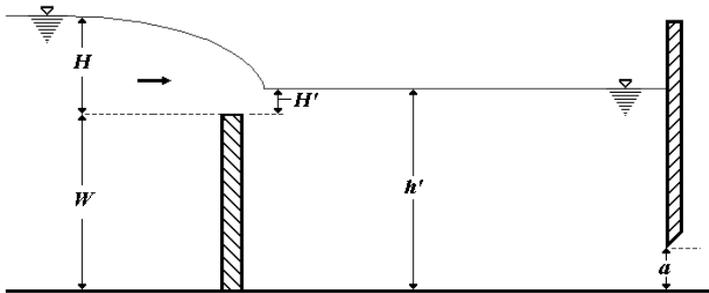


FIGURA 4.10

$$K_{h'} = \frac{K_{h'(1)} + K_{h'(2)}}{2} \quad (4.85.)$$

En donde:

$$K_{h'(1)} = (1 - S^{nv})^{0.385} \quad (4.86.)$$

<sup>222</sup> La (4.84) es válida para un vertedero de pared delgada, con contracciones, napa aireada y descarga libre. Toma en cuenta el efecto de la velocidad de aproximación (ver nota 30).

Llamada ecuación de Villemonte<sup>223</sup>.

Allí:

$$S = \frac{H'}{H} \quad (4.87.)$$

Se denomina a  $S$  *relación o grado de sumergencia*.

$nv$  designa el *exponente de vertedero*:  $nv = 1.5$  para vertederos rectangulares;  $nv = 2.5$  para vertederos triangulares.

El segundo factor de la (4.85) se calcula con base en resultados de investigaciones desarrolladas por el US Bureau of Reclamation. La información original es presentada en forma de tabla<sup>224</sup>. Para facilitar su aplicación el autor tomó los datos y elaboró el siguiente ajuste polinómico:

$$K_{h'(2)} = -2.587S^4 + 3.663S^3 - 2.0078S^2 + 0.3367S + 0.9731 \quad (4.88.)$$

Válida para el rango:

$$0.0 \leq S \leq 0.4$$

De la (4.86) es claro que el valor mínimo admisible para el grado de sumergencia es cero. Conforme a la (4.87),  $S = 0$  cuando  $H' = 0$ . La (4.54) permite ver que esta situación se produce cuando  $h' = W$ . De aquí se desprende una importante conclusión:

*La influencia de aguas abajo afecta el coeficiente de descarga en vertederos de pared delgada, sólo cuando su nivel supera el de la cresta del vertedero.*

Al reemplazar este nuevo coeficiente en la (4.84), ésta queda:

$$Q_{(2)} = \frac{2}{3} K_{h'} C_{D(1)} \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.89.)$$

Si se acepta que  $K_{h'}$  es un factor que disminuye el coeficiente de descarga, puede escribirse:

$$C_{D(2)} = K_{h'} C_{D(1)} \quad (4.90.)$$

El efecto  $K_{RV(2)}$  se calcula en la (4.66), con la versión (4.90) de la ecuación del coeficiente de descarga.

---

<sup>223</sup> Ver [3].

<sup>224</sup> Ver [1].

El coeficiente de corrección por velocidad y la (4.90), convierten finalmente a la (4.89) en:

$$Q_{(2)} = \frac{2}{3} K_{RV(2)} C_{D(2)} \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.91.)$$

La expresión (4.91) sirve para cuantificar el caudal  $Q_{(3)}$  que descarga un vertedero de pared delgada con contracciones e influido por un control hidráulico de agua abajo. Tiene en cuenta el efecto de la velocidad de aproximación.

#### EJEMPLO 4.2

Un vertedero rectangular se localiza dentro de un canal rectangular,  $b$ . Aguas abajo opera una compuerta que descarga en forma libre. Para el vertedero se tienen los siguientes datos básicos:

$$B = 2 \text{ m}$$

$$H = 0.5 \text{ m}$$

$$W = 2 \text{ m}$$

$$e = 0.01 \text{ m}$$

Se pide establecer el valor del caudal, para los datos particulares:

- $h' = 1.8 \text{ m}$ . y  $h' = 2.3 \text{ m}$ .
- $h' = 1.8 \text{ m}$  y  $b = 3 \text{ m}$  con  $n = 1$ . Repetirlo para  $n = 2$ .
- $h' = 2.3 \text{ m}$ . Con los mismos datos del numeral b.

#### SOLUCIÓN

Antes de realizar una solución particular de cada caso es aconsejable definir unas condiciones de partida válidas para todos:

- Se trata de un vertedero de pared delgada, puesto que:

$$\frac{e}{H} = \frac{0.01}{0.5} = 0.02 < 0.67$$

- $h' = 1.80 < W$ . Luego  $S = 0$ .

#### PARTE A

- $h' = 1.8$

Se trata de un vertedero de pared delgada, sin contracciones y no interviene la influencia de aguas abajo (conforme a 2.). Se calcula inicialmente el coeficiente de descarga básico, al reemplazar en la ecuación de Rehbock (4.76) los datos suministrados:

$$C_{D(0)} = \left[ 0.6035 + 0.0813 \left( \frac{H + 0.0011}{W} \right) \right] \left[ 1 + \frac{0.0011}{H} \right]^{\frac{3}{2}}$$

$$C_{D(0)} = \left[ 0.6035 + 0.0813 \left( \frac{0.5 + 0.0011}{2} \right) \right] \left[ 1 + \frac{0.0011}{0.5} \right]^{\frac{3}{2}}$$

$$C_{D(0)} = 0.626$$

Para tener en cuenta la velocidad de aproximación (ecuación 4.66):

$$K_{RV} = \left[ 1 + \frac{2}{3} C_D^2 \left( \frac{B}{b} \right)^2 \left( \frac{H}{W + H} \right)^2 \right]$$

$$K_{RV} = \left[ 1 + \frac{2}{3} \times 0.626^2 \times \left( \frac{2}{2} \right)^2 \times \left( \frac{0.5}{2 + 0.5} \right)^2 \right]$$

$$K_{RV} = 1.01$$

El caudal se calcula con la (4.79):

$$Q_{(0)} = \frac{2}{3} K_{RV(0)} C_{D(0)} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}}$$

$$Q_{(0)} = \frac{2}{3} \times 1.01 \times 0.626 \times \sqrt{2g} \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.321 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{ii) } h' = 2.3$$

Inicialmente se debe calcular la relación de sumergencia:

De la (4.54):

$$H' = h' - W = 2.3 - 2 = 0.3 \text{ m}$$

De la (4.87):

$$S = \frac{H'}{H} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

Una primera aproximación al coeficiente que mide la influencia de aguas abajo se consigue con la ecuación de Villemonte (4.86):

$$K_{h'(1)} = (1 - S^{nv})^{0.385} = (1 - 0.60^{1.5})^{0.385} = 0.786$$

La segunda mediante la expresión (4.88):

$$K_{h'(2)} = -2.587S^4 + 3.663S^3 - 2.0078S^2 + 0.3367S + 0.9731$$

$$K_{h'(2)} = -2.587 \times 0.6^4 + 3.663 \times 0.6^3 - 2.0078 \times 0.6^2 + 0.3367 \times 0.6 + 0.9731 = 0.908$$

Los dos coeficientes se substituyen en la (4.85):

$$K_h = \frac{K_{h'(1)} + K_{h'(2)}}{2} = \frac{0.786 + 0.908}{2} = 0.847$$

De acuerdo con la (4.90):

$$C_{D(2)} = K_h C_{D(1)}$$

Pero, como no existen contracciones:

$$C_{D(1)} = C_{D(0)} = 0.626$$

En consecuencia:

$$C_{D(2)} = 0.847 \times 0.626 = 0.53$$

Con este resultado, se pasa a evaluar el coeficiente de corrección por velocidad de aproximación (ecuación 4.66):

$$K_{RV(2)} = \left[ 1 + \frac{2}{3} \times 0.53^2 \times \left( \frac{2}{2} \right)^2 \times \left( \frac{0.5}{2+0.5} \right)^2 \right] = 1.007$$

El caudal se calcula a continuación, al substituir en la (4.91) los valores obtenidos arriba:

$$Q_{(2)} = \frac{2}{3} K_{RV(2)} C_{D(2)} \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \times 1.007 \times 0.53 \times \sqrt{2g} \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.114 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

## PARTE B

En este caso, basta con emplear la (4.81), pues el coeficiente de descarga primario resulta modificado únicamente por el efecto de las contracciones ( $S=0$ ):

$$Q_{(1)} = \frac{2}{3} C_{D_{(0)}} \sqrt{2g} (B - N \times 0.1 \times H) H^{\frac{3}{2}}$$

i)  $N = 1$

$$Q_{(1)} = \frac{2}{3} \times 0.626 \times \sqrt{2g} \times (2 - 1 \times 0.1 \times 0.5) \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.274 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Se utiliza la (4.83) para hallar el coeficiente de descarga correspondiente:

$$C_{D_{(1)}} = \frac{3Q_{(1)}}{2B\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}} = \frac{3 \times 1.274}{2 \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{2g}} = 0.61$$

Como el coeficiente de descarga no va a sufrir otras modificaciones, se procede a obtener en seguida el coeficiente de corrección por velocidad de aproximación (ecuación 4.66):

$$K_{RV_{(1)}} = \left[ 1 + \frac{2}{3} 0.61^2 \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{0.5}{2+0.5} \right)^2 \right] = 1.004$$

Luego, el caudal es de acuerdo con la (4.84)<sup>225</sup>:

$$Q_{(1)} = 1.004 \times 1.274 = 1.28 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

ii)  $N = 2$

El procedimiento es completamente similar al desarrollado para  $N = 1$ :

$$Q_{(1)} = \frac{2}{3} \times 0.626 \times \sqrt{2g} \times (2 - 2 \times 0.1 \times 0.5) \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.242 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$C_{D_{(1)}} = \frac{3 \times 1.242}{2 \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{2g}} = 0.595$$

$$K_{RV_{(1)}} = \left[ 1 + \frac{2}{3} \times 0.595^2 \times \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{0.5}{2+0.5} \right)^2 \right] = 1.004$$

$$Q_{(1)} = 1.004 \times 1.242 = 1.247 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

---

<sup>225</sup> Adviértase que la (4.84) es la misma (4.83), afectada por el coeficiente que corrige por velocidad de aproximación.

## PARTE C

Una lectura cuidadosa del enunciado, permite afirmar que este caso aparece al superponer los analizados en las partes a. y b.. Se trata, por tanto, de corregir los resultados de la parte b., para tomar en cuenta la influencia de aguas abajo.

De nuevo, la solución se efectúa separadamente para una y dos contracciones.

i)  $N = 1$

De la (4.89), con  $K_h' = 0.847$  (ver parte a., ii):

$$Q_{(2)} = \frac{2}{3} K_h' C_{D(1)} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \times 0.847 \times 0.61 \times \sqrt{2g} \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.079 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

De la (4.90):

$$C_{D(2)} = K_h' C_{D(1)} = 0.847 \times 0.61 = 0.517$$

De la (4.66):

$$K_{RV(2)} = \left[ 1 + \frac{2}{3} \times 0.517^2 \times \left( \frac{2}{3} \right)^2 \times \left( \frac{0.5}{2+0.5} \right)^2 \right] = 1.003$$

De la (4.91):

$$Q_{(2)} = \frac{2}{3} K_{RV(2)} C_{D(2)} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \times 1.003 \times 0.517 \times \sqrt{2g} \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.083 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

ii)  $N = 2$

El procedimiento se desarrolla de modo similar al efectuado para una contracción:

$$Q_{(2)} = \frac{2}{3} K_h' C_{D(1)} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \times 0.847 \times 0.595 \times \sqrt{2g} \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.049 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

De la (4.90):

$$C_{D(2)} = K_h' C_{D(1)} = 0.847 \times 0.595 = 0.504$$

De la (4.66):

$$K_{RV_{(2)}} = \left[ 1 + \frac{2}{3} \times 0.504^2 \times \left( \frac{2}{3} \right)^2 \times \left( \frac{0.5}{2+0.5} \right)^2 \right] = 1.003$$

De la (4.91):

$$Q_{(2)} = \frac{2}{3} K_{RV_{(2)}} C_{D_{(2)}} \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \times 1.003 \times 0.504 \times \sqrt{2g} \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.056 m^3 s^{-1}$$

#### VERTEDERO DE PARED GRUESA

La investigación ha detectado en ellos varios tipos de funcionamiento, lo que convierte el tratamiento del tema en algo bastante complejo. El aspecto que más ha sesgado la experimentación es la necesidad de determinar con certeza si la sección crítica se establece o no al final de la cresta del vertedero. Sin entrar en demasiado detalle, se mirará aquí los dos funcionamientos más importantes.

La distinción entre uno u otro, se centra en la influencia de las pérdidas friccionales y en el tipo de distribución de presiones sobre la pared del vertedero. La relación adimensional  $e/H$  se utiliza como criterio básico para distinguirlos. Así:

$0.67 < \frac{e}{H} \leq 3$ . Se trata de un funcionamiento de transición, entre la condición de vertedero de pared delgada y gruesa. No es apreciable todavía la pérdida friccional, y las líneas de flujo tienen aún curvatura apreciable. En consecuencia, la distribución de presiones es no hidrostática.

$3 < \frac{e}{H} \leq 10$ . Aparece el funcionamiento propio del vertedero de pared gruesa. Es necesario tener en cuenta las pérdidas friccionales; las líneas de flujo se aplanan y la distribución de presiones es hidrostática.

La manera de resolver el problema se ha basado tradicionalmente en una metodología debida a Bazin<sup>226</sup>. Ésta supone, en primer término, que la ecuación del vertedero rectangular de pared gruesa puede ser la misma de uno de pared delgada (ecuación 4.56), cuyo coeficiente de descarga, se determina conforme a las condiciones descritas en la sección 4.4.4.1. En segundo lugar, que ésta debe afectarse mediante unos coeficientes de reducción  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , cuyo oficio es considerar las dos modalidades de funcionamiento citadas y la influencia de aguas abajo.

De acuerdo con esto la (4.56) se debe reformular así:

$$Q = \varepsilon_1 \varepsilon_2 K_{RGV} C_R BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.92.)$$

---

<sup>226</sup> Ver [3].

Que tiene en cuenta también el efecto de la velocidad de aproximación.

Como es costumbre admite también escribirse en las formas compactas:

$$Q = C_{RG} B H^{\frac{3}{2}} \quad (4.93.)$$

Con:

$$C_{RG} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 C_R \quad (4.94.)$$

Es un coeficiente equivalente al definido en la (4.57) para vertederos de pared gruesa.

O también:

$$C_{RGV} = K_{RGV} C_{RG} \quad (4.95.)$$

El mismo coeficiente anterior que ha sido modificado para considerar la influencia de la velocidad de aproximación.

Para calcular  $\varepsilon_1$  se emplea la siguiente expresión empírica:

$$\varepsilon_1 = 0.7 + \frac{0.185}{e/H} \quad (4.96.)$$

Válida para el rango:

$$0.67 < \frac{e}{H} \leq 3$$

Esto es, para el funcionamiento de transición.

Gibson<sup>227</sup> introdujo una similar para el comportamiento propio del vertedero de pared gruesa:

$$\varepsilon_1 = 0.75 + \frac{0.1}{e/H} \quad (4.97.)$$

Cuyo rango de validez es:

$$3 < \frac{e}{H} \leq 10$$

---

<sup>227</sup> Ver [3].

Domínguez<sup>228</sup> introdujo mejoras a la metodología, al hacer depender  $\varepsilon_1$  también del parámetro adimensional  $W/H$  (Figura 4.11).

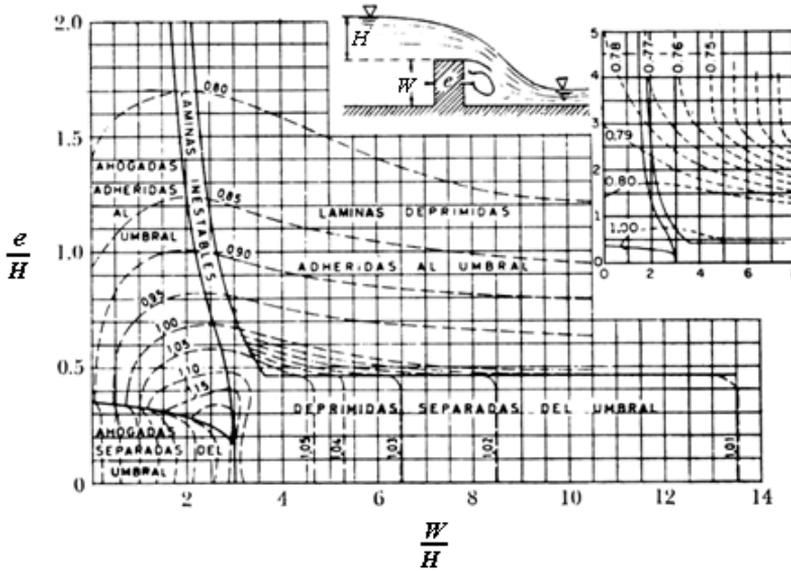


FIGURA 4.11

La gráfica tiene la ventaja adicional de haber sido elaborada para diversas configuraciones de la napa.

La influencia de aguas abajo sobre el coeficiente de descarga, se cuantifica con base en el gráfico (figura 4.12), elaborado también por Domínguez, según los resultados debidos al propio Bazin. A partir de ella, se extrae un segundo coeficiente  $\varepsilon_2$  para corregir la (4.94).

El resultado de Bazin muestra que el coeficiente  $\varepsilon_2$  depende de la relación adimensional:

$$\frac{H - H'}{H} \tag{4.98}$$

Según tabla de datos anexos a la gráfica, el rango de validez del parámetro es:

$$\frac{H - H'}{H} = 1.4, \quad \varepsilon_2 = 1 \tag{4.99}$$

$$\frac{H - H'}{H} = 0.01, \quad \varepsilon_2 = 0.26$$

<sup>228</sup> Ver [4].

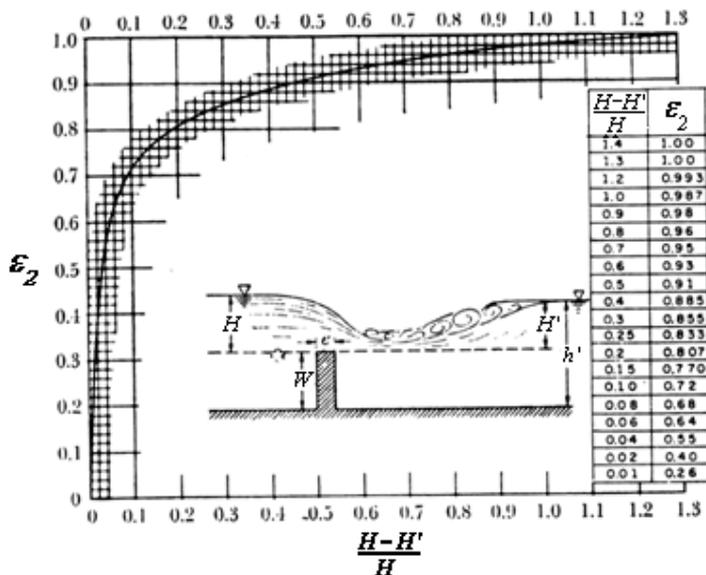


FIGURA 4.12

De esto se sigue que necesariamente:

$$0.01H \leq (H - H') \leq 1.4H$$

Se puede modificar la anterior expresión para expresarla en función de la relación de sumergencia:

$$0.01 \leq \left(1 - \frac{H'}{H}\right) \leq 1.4$$

De acuerdo con la (4.87):

$$0.01 \leq (1 - S) \leq 1.4$$

Después de reorganizar convenientemente:

$$-0.4 \leq S \leq 0.99 \tag{4.100.}$$

Este resultado lleva a concluir que una relación de sumergencia negativa tiene influencia en vertederos rectangulares de pared gruesa. Esto no sucede en los de pared delgada.

Un grado de sumergencia negativo equivale a tener una carga de aguas abajo negativa ( $H' < 0$ ). Es decir, localizada por debajo de la cresta.

Es interesante establecer una relación que sirva para estimar el valor límite que debe tomar la profundidad de aguas abajo para no perturbar el coeficiente de descarga.

La (4.100) indica que la perturbación cesa cuando:

$$S < -0.4 \quad (4.101.)$$

De acuerdo con la (4.54):

$$H' = h' - W$$

Que es equivalente a:

$$\frac{H'}{H} = \frac{h'}{H} - \frac{W}{H}$$

O también a:

$$S = \frac{h'}{H} - \frac{W}{H}$$

Se debe ahora despejar la profundidad de aguas abajo:

$$h' = W + S \times H$$

Después de substituir la (4.101) en ésta se llega finalmente a la relación buscada:

$$h' < W - 0.4H \quad (4.102.)$$

Existe en la literatura un procedimiento alternativo, debido también a Domínguez, el cual permite cuantificar el coeficiente de descarga de vertederos de pared gruesa. Parte de las siguientes suposiciones:

- i)  $\frac{e}{H} > 3$
- ii) Ausencia de contracciones laterales.
- iii) Inexistencia de una influencia de aguas abajo.
- iv) Napa completamente aireada.

Las hipótesis iii) y iv) conducen inevitablemente a una condición de salto hidráulico (figuras 1.5 y 1.31).

El salto hidráulico, al cual se ha hecho repetida referencia aquí, guarda una cierta similitud con el vertedero de pared gruesa. Los diferencia la condición de entrada, que en el salto hidráulico puede extenderse indefinidamente hacia aguas arriba, mientras que en el vertedero, no<sup>229</sup>.

---

<sup>229</sup> Se trata evidentemente de un caso especial de escalón negativo. Ver nota 141.

En el extremo de aguas abajo del vertedero donde se proyecta el chorro libre, se configura una profundidad inferior a la crítica, de suerte que la sección crítica se halla, en realidad, ubicada más aguas arriba. Pruebas efectuadas por Hunter Rouse, la sitúan entre  $3y_c$  y  $4y_c$ , a partir del extremo de aguas abajo. El desfase es atribuible a la hipótesis de distribución hidrostática de presiones introducida al derivar la ecuación (3.12) para el cálculo de la profundidad crítica.

En cuanto al valor de la profundidad en el extremo aguas abajo, equivale a  $0.75y_c$ <sup>230</sup>, en canales horizontales o muy cercanos a esa condición.

El principio de conservación de la energía (que en este caso debe tomar en cuenta pérdidas hidráulicas) se escribe entre la sección anterior a la cresta donde la corriente es subcrítica y la sección crítica, que se supone localizada donde termina el vertedero<sup>231</sup>. No se incluye, inicialmente, la velocidad de aproximación (figura 4.13):

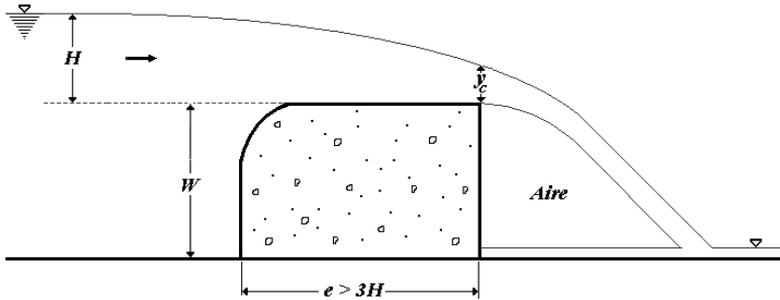


FIGURA 4.13

$$H + W = W + E_c + (h_f + h_e)$$

Después de simplificar y expresar la energía crítica en función de la profundidad crítica (ecuación 3.15):

$$H = \frac{3}{2} y_c + (h_f + h_e)$$

Por analogía con la clásica ecuación de Darcy, las pérdidas por fricción y entrada pueden expresarse en términos de la altura cinética crítica y de unos coeficientes de pérdida:

$$h_f = K_f \frac{V_c^2}{2g}$$

$$h_e = K_e \frac{V_c^2}{2g}$$

<sup>230</sup> Ver [5].

<sup>231</sup> A pesar de lo expresado previamente. La desviación la asume, en consecuencia, el coeficiente de descarga.

Después de sustituirlas en la expresión para la carga:

$$H_e = \frac{3}{2}y_c + (K_e + K_f)\frac{V_c^2}{2g}$$

Con base en la (3.5):

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{y_c}{2}$$

La ecuación de la carga se transforma en:

$$H = \left[ \frac{3}{2} + \frac{1}{2}(K_e + K_f) \right] y_c$$

De aquí se despeja la profundidad crítica:

$$y_c = \frac{H}{\left[ \frac{3}{2} + \frac{1}{2}(K_e + K_f) \right]}$$

De acuerdo con la (3.12)<sup>232</sup>:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Después de igualar las dos expresiones para la profundidad crítica y despejar para el caudal se llega a:

$$Q = \frac{\sqrt{2g}BH^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(K_e + K_f)\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.103.)$$

Por analogía con la (4.58) se define:

$$m_{RG} = \frac{I}{\sqrt{2}\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(K_e + K_f)\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.104.)$$

---

<sup>232</sup> Se ha asumido valor de  $I$  para el coeficiente de Coriolis. Como siempre, cualquier posible discrepancia queda considerada en el coeficiente de descarga.

Como coeficiente de vertedero rectangular de pared gruesa. Luego la (4.103) queda:

$$Q = m_{RG} \sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (4.105.)$$

Domínguez propuso estimar el coeficiente de pérdida friccional por medio de la siguiente expresión empírica:

$$K_f = 0.008 \frac{e}{y_c} \quad (4.106.)$$

De esta manera, la (4.104) se convierte en:

$$m_{RG} = \frac{l}{\sqrt{2} \left[ \frac{3}{2} + \frac{K_e}{2} + 0.004 \frac{e}{y_c} \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.107.)$$

Al expresar la profundidad crítica en términos del caudal (ecuación 3.12), el coeficiente de vertedero se transforma en:

$$m_{RG} = \frac{l}{\sqrt{2} \left[ \frac{3}{2} + \frac{K_e}{2} + 0.009 \left( \frac{B}{Q} \right)^{\frac{2}{3}} e \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.108.)$$

Éste alcanza su valor máximo para condiciones ideales ( $K_e=K_f=0$ ):

$$m_{RG} = \frac{l}{\sqrt{2} \left[ \frac{3}{2} \right]^{\frac{3}{2}}} = 0.385$$

Correspondiente a un coeficiente de descarga (ecuación 4.59):

$$C_D = \frac{3}{2} \times 0.385 = 0.578$$

En el caso de un vertedero con la entrada redondeada al y si  $e/H \rightarrow 3$  se obtienen valores un poco inferiores.

Una vez se afecta la (4.108) por el coeficiente  $K_{RV}$  (ecuación 4.65), queda habilitada para considerar el efecto de la velocidad de aproximación:

$$m_{RGV} = \frac{1 + \frac{3}{2} m_R^2 \left(\frac{B}{b}\right)^2 \left(\frac{H}{W+H}\right)^2}{\sqrt{2} \left[ \frac{3}{2} + \frac{K_e}{2} + 0.009 \left(\frac{B}{Q}\right)^{\frac{2}{3}} e \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.109.)$$

Domínguez aproximó el coeficiente  $m_R$  con base en la (4.59). Utilizó allí el valor mínimo del coeficiente de descarga según la ecuación de Rehbock (4.76):

$$m_R = \frac{2}{3} \times 0.62 = 0.413$$

Después de substituir este resultado en la (4.109), ésta se transforma finalmente en:

$$m_{RGV} = \frac{1 + 0.26 \left(\frac{H}{W+H}\right)^2}{\sqrt{2} \left[ \frac{3}{2} + \frac{K_e}{2} + 0.009 \left(\frac{B}{Q}\right)^{\frac{2}{3}} e \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.110.)$$

Al considerar conjuntamente la (4.57) y la (4.59), se concluye que:

$$C_R = \sqrt{2g} m_R$$

Ésta, y la (4.108), producen la ecuación para el cálculo del coeficiente  $C_R$  en vertederos de pared gruesa.

$$C_{RG} = \frac{\sqrt{g}}{\left[ \frac{3}{2} + \frac{K_e}{2} + 0.009 \left(\frac{B}{Q}\right)^{\frac{2}{3}} e \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (4.111.)$$

Finalmente, el mismo coeficiente se puede reformular para considerar la velocidad de aproximación.

$$C_{RGV} = \frac{1 + 0.26 \left(\frac{H}{W+H}\right)^2}{\left[ \frac{3}{2} + \frac{K_e}{2} + 0.009 \left(\frac{B}{Q}\right)^{\frac{2}{3}} e \right]^{\frac{3}{2}}} \sqrt{g} \quad (4.112.)$$

$K_e = 0$  en un vertedero rectangular de pared gruesa y entrada redondeada (figura 4.13). En caso de una entrada en arista viva, la pérdida depende del parámetro adimensional  $W/H$ . Para evaluarla, es preciso recurrir a la siguiente expresión empírica elaborada por el autor con base una tabla preparada por Sotelo<sup>233</sup>:

$$K_e = -0.0857\left(\frac{W}{H}\right)^2 + 0.3329\left(\frac{W}{H}\right) + 0.0076$$

Cuya validez queda limitada al siguiente rango del parámetro adimensional:

$$2.04 \leq \left(\frac{W}{H}\right) \leq 0.162$$

Esto permite establecer, así mismo, los valores extremos del coeficiente de pérdida por entrada:

$$\frac{W}{H} = 2.04, \quad K_e = 0.33$$

$$\frac{W}{H} = 0.162, \quad K_e = 0.056$$

0.33 es el valor máximo (clásico) que puede alcanzar el coeficiente de pérdida hidráulica por entrada, en este tipo de vertederos. En la medida que la carga aumenta con referencia a la altura del vertedero, el coeficiente baja, como se infiere del otro valor extremo.

#### EJEMPLO 4.3

Calcular el caudal que pasa a través de un vertedero con un espesor de pared  $e = 1.25 \text{ m}$ . Emplear el conjunto de datos citados en el numeral a. del ejemplo 4.2.

SOLUCIÓN

Inicialmente se debe conocer el funcionamiento del vertedero:

$$\frac{e}{H} = \frac{1.25}{0.50} = 2.5 > 0.67$$

Se trata de un vertedero de pared gruesa. Ya que  $e/H < 3$ , el procedimiento de Domínguez no se puede utilizar aquí. Se acude entonces al de Bazin.

Según este método, se parte de un vertedero rectangular de borde delgado, idealizado como se indica en la solución de la parte a. del ejemplo 4.2.

En tal caso:

---

<sup>233</sup> Ver [3].

$$C_{D(0)} = 0.626$$

Se debe corregir este resultado, con base en las influencias de aguas abajo.

$$i) h' = 1.8 \text{ m}$$

De la (4.54):

$$H' = h' - W = 1.8 - 2 = -0.2 \text{ m}$$

$$H - H' = 0.5 - (-0.2) = 0.7 \text{ m}$$

$$\frac{H - H'}{H} = \frac{0.7}{0.5} = 1.4$$

De la tabla anexa a la figura 4.12, se concluye que:

$$\varepsilon_2 = 1.0$$

Por consiguiente, la influencia de aguas abajo no interfiere con la descarga.

Como  $e/H < 3$  se debe recurrir a la (4.96):

$$\varepsilon_1 = 0.7 + \frac{0.185}{e/H} = 0.7 + \frac{0.185}{2.5} = 0.774$$

Se puede utilizar alternativamente la figura 4.11 con:

$$\frac{W}{H} = \frac{2}{0.5} = 4$$

Y se alcanza el mismo resultado.

De la (4.57):

$$C_R = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g} = \frac{2}{3} \times 0.626 \times \sqrt{2g} = 1.849$$

De la (4.92), con los cálculos anteriores y  $K_{RGV} = 1$ , se determina el caudal:

$$Q = \varepsilon_1 \varepsilon_2 K_{RGV} C_R B H^{\frac{3}{2}} = 0.774 \times 1 \times 1.849 \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 1.012 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$C_D = \frac{3 \times 1.012}{2 \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{2g}} = 0.485$$

$$K_{RVG} = \left[ 1 + \frac{2}{3} \times 0.485^2 \times \left( \frac{2}{2} \right)^2 \times \left( \frac{0.5}{2+0.5} \right)^2 \right] = 1.006$$

Finalmente, el caudal modificado por  $K_{RVG}$ :

$$Q = 1.006 \times 1.012 = 1.018 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}.$$

ii)  $h' = 2.3$

De la (4.54):

$$H' = h' - W = 2.3 - 2 = 0.3 \text{ m}$$

$$H - H' = 0.5 - 0.3 = 0.2 \text{ m}$$

$$\frac{H - H'}{H} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$$

De la tabla anexa a la figura 4.12, se concluye que:

$$\varepsilon_2 = 0.885$$

$\varepsilon_l$  es el mismo de la parte i), porque la relación adimensional,  $W/H$ , no se modificó.

$$\varepsilon_l = 0.774$$

Las condiciones del vertedero delgado permanecen invariables. De manera que el coeficiente  $C_R$  es así mismo el establecido en la parte i).

$$C_R = 1.849$$

De la (4.92) con  $K_{RVG} = 1$  se calcula el caudal:

$$Q = \varepsilon_l \varepsilon_2 K_{RVG} C_R B H^{\frac{3}{2}} = 0.774 \times 0.885 \times 1.849 \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} = 0.896 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$C_D = \frac{3 \times 0.896}{2 \times 2 \times 0.5^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{2g}} = 0.429$$

$$K_{RVG} = \left[ 1 + \frac{2}{3} \times 0.429^2 \times \left( \frac{2}{2} \right)^2 \times \left( \frac{0.50}{2+0.50} \right)^2 \right] = 1.005$$

Finalmente, el caudal modificado por  $K_{RVG}$

$$Q = 1.005 \times 0.896 = 0.9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Los resultados para las diferentes situaciones de los vertederos de los ejemplos 4.2 y 4.3, se resumen en la siguiente tabla. Se adjuntan además los coeficientes de descarga equivalentes, así como los correspondientes coeficientes de vertedero<sup>234</sup>.

$b$ (m)	$H$ (m)	$B$ (m)	$W$ (m)	$E$ (m)	$N$	$h'$ (m)	$Q$ ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )	$C_D$	$m_R$
2.0	0.50	2.0	2.0	0.01	0	1.80	1.321	0,632	0,422
2.0	0.50	2.0	2.0	0.01	0	2.30	1.114	0,534	0,356
3.0	0.50	2.0	2.0	0.01	1	1.80	1.280	0,613	0,409
3.0	0.50	2.0	2.0	0.01	2	1.80	1.247	0,597	0,398
3.0	0.50	2.0	2.0	0.01	1	2.30	1.083	0,519	0,346
3.0	0.50	2.0	2.0	0.01	2	2.30	1.056	0,505	0,337
2.0	0.50	2.0	2.0	1.25	0	1.80	1.018	0,488	0,325
2.0	0.50	2.0	2.0	1.25	0	2.30	0.900	0,431	0,287

#### 4.4.4.2 COEFICIENTE DE DESCARGA DE UN VERTEDERO TRIANGULAR

El procedimiento es bastante similar al ya presentado para un vertedero rectangular, aunque su aplicación es más simple. Por otra parte, sólo se discute acá el caso del vertedero de pared delgada. Se puede resumir el método en los siguientes pasos:

1. El coeficiente de descarga sólo depende, inicialmente, de la carga y del ángulo del vértice y es independiente de la altura del vertedero. Se trata del ya citado coeficiente de descarga básico,  $C_{D(\theta)}$ . Se consigue en la figura 4.14 elaborada por el laboratorio de hidráulica de la Universidad Católica de Chile<sup>235</sup>. Incluye curvas para cinco tipos de vertedero triangular. Relacionan el valor numérico de la carga con el coeficiente de descarga. La línea punteada une allí los puntos de cada curva donde se alcanza un coeficiente de descarga constante (para  $\theta = 90^\circ$  corresponde a  $C_D = 0.585$ ). Por ello, fue necesario elaborar el gráfico hasta un valor de la carga ligeramente superior a  $0.25 \text{ m}$ .

2. El efecto de profundidad de aguas abajo puede estimarse por medio de la siguiente ecuación:

$$K_{h'\theta} = \sqrt{1-S} \left[ 1 + \frac{S}{2} + \frac{3}{8} S^2 \right] \quad (4.113.)$$

Donde  $S$  es la relación de sumergencia. Es válida para  $S \geq 0$ .

3. La influencia del ancho canal de aproximación,  $K_{bc}$ , se determina con base en la figura 4.15.

<sup>234</sup> En la tabla, para aquellos casos en que  $N \neq 0$ , debe tenerse en cuenta que  $b = 3 \text{ m}$ . Por otra parte, las dos últimas columnas han sido calculadas con las expresiones (4.83) y (4.59) respectivamente.

<sup>235</sup> Ver [3].

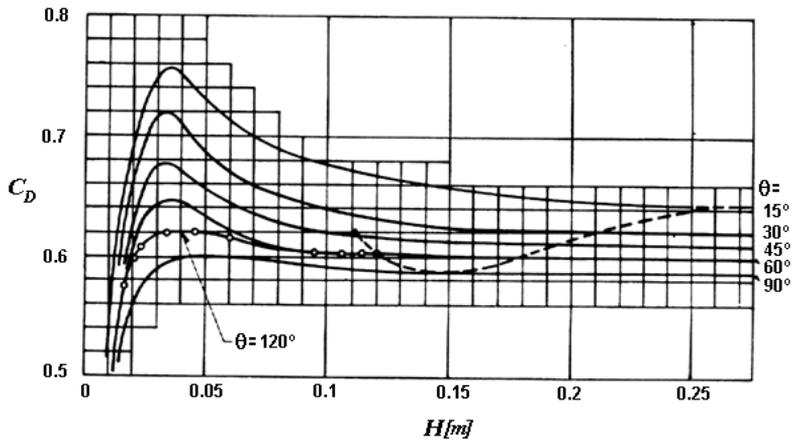


FIGURA 4.14

En la gráfica se emplea el ancho  $b_c$  del canal de aproximación, medido a la altura de la cresta del vertedero. En un vertedero de  $45^\circ$  se nota esta influencia cuando el ancho del canal de aproximación es inferior a  $2.75H$ , mientras que en el de  $90^\circ$ , para valores inferiores a  $5H$ .

Lo establecido en los anteriores puntos permite concluir que el coeficiente de descarga de un vertedero triangular de pared delgada se calcula mediante la expresión:

$$C_D = K_{bc} K_{h'\theta} C_{D(o)} \quad (4.114.)$$

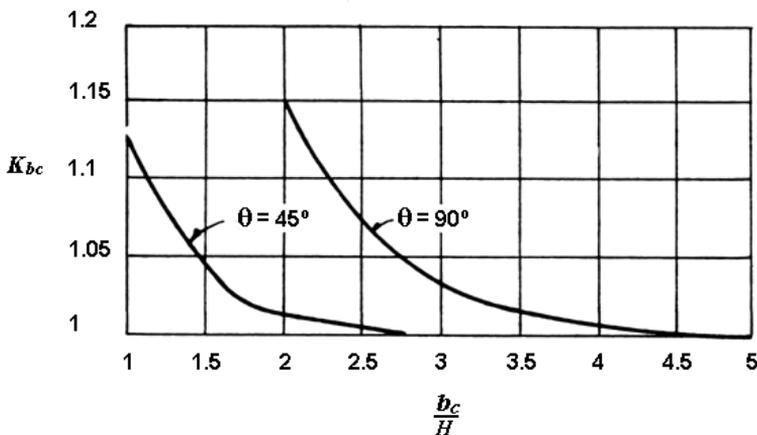


FIGURA 4.15

#### 4.4.5 OPERACIÓN DE UN VERTEDERO COMO CONTROL HIDRÁULICO

Cuando  $H < h'$  la corriente llega a ser subcrítica tanto aguas arriba como aguas abajo y el vertedero deja de funcionar como control de hidráulica (y servir como aforador). Es más, el

término mismo de vertedero pierde su sentido y el funcionamiento es similar al de los escalones de la figura 3.9<sup>236</sup>. Se trata también de una situación similar a la citada en la sección 4.1.1 (apartado 2).

En vertederos de pared gruesa el funcionamiento como tal se pierde para valores del parámetro  $e/H$  superiores a  $12^{237}$ .

#### 4.4.6 CONCLUSIONES

1. La determinación de la ecuación de calibración para una compuerta o vertedero depende completamente de establecer el coeficiente de descarga. Los procedimientos ilustrados aquí permiten alcanzar uno aproximado, con las limitaciones originadas en la incomprensión de algunos aspectos de la operación de las estructuras y en los diversos procedimientos que sirven para cuantificar una u otra variable ligada al coeficiente de descarga. En este sentido un coeficiente de descarga estimado por estas vías no define de manera completa la relación carga caudal. Por eso lo más aconsejable es hacerlo, siempre que sea posible, a partir de experimentación directa en laboratorio o in situ.

2. El procedimiento utilizado para hallar el coeficiente de descarga se torna en algunas ocasiones en indirecto pues depende del caudal. De modo que hay que esperar a conocerlo antes de poder determinar el coeficiente de descarga equivalente.

3. La poca variabilidad del coeficiente de descarga en los vertederos triangulares los hace muy adecuados para el aforo de caudales inferiores a  $30 \text{ ls}^{-1}$  y con cargas comprendidas entre  $6$  y  $60 \text{ cm}$ . Para caudales mayores se aconseja el empleo del rectangular aunque es posible usar también triangulares, hasta  $400 \text{ ls}^{-1}$ . La razón principal es que se resulta conveniente procurar cargas altas en beneficio de la precisión de la medida.

#### 4.5 EJERCICIOS PROPUESTOS

En los ejercicios que se presentan a continuación, supóngase que: 1) El flujo es permanente. 2) Se puede ignorar cualquier tipo de pérdida hidráulica, a no ser que se dé indicación en contrario<sup>238</sup>. Así mismo, asúmase el valor del coeficiente de Coriolis. Procédase en forma juiciosa.

4.5.1 Demostrar que si el caudal que pasa a través de una sección transversal de un canal es un máximo, se verifica la siguiente igualdad:

$$\frac{\alpha V^2}{gD} = 1$$

---

<sup>236</sup> Para este caso particular, resulta interesante contrastar los funcionamientos representados en las figuras 3.14 y 3.9.

<sup>237</sup> Ver [6].

<sup>238</sup> Se hace referencia, en este caso, a las zonas del canal aguas arriba y aguas abajo de las estructuras de control del flujo, pues el coeficiente de descarga de éstas involucra el cálculo de las pérdidas hidráulicas.

4.5.2 En un canal trapezoidal se ha definido una sección crítica. Se pide dibujar la curva de calibración de la sección (mínimo 10 puntos). Incluir tabla y dibujo.

Datos:

$$b = 6 \text{ m}$$

$$z = 0.5$$

4.5.3 Derivar la ecuación (4.43) con base en la (4.42).

4.5.4 Se tiene una compuerta vertical que opera con una apertura  $a$ , sobre un canal rectangular de ancho  $b$ . Si el canal transporta un caudal  $Q$  y la compuerta descarga en forma libre, demostrar que la profundidad aguas arriba de la compuerta, se puede calcular por medio de la expresión:

$$y_2 = \frac{0.212Q^{1.813}}{b^{1.813} a^{1.719}}$$

Ésta se empleó para la solución del ejemplo 4.1.

4.5.5 Es conocido que en una compuerta es posible dar una relación entre un  $C_D$  y el parámetro  $y_2/a$ . Obtener otra que relacione  $y_c/a$  con  $C_D$ .

4.5.6 Repetir el procedimiento del ejercicio 4.5.4 para deducir una ecuación que evalúe la apertura de una compuerta, cuando se conocen la profundidad de aguas arriba, el caudal y el ancho del canal.

4.5.7 En un canal rectangular, horizontal, se ha instalado una compuerta vertical cuya apertura es  $a$ . En el sitio, justamente, donde se forma la sección contraída, el canal horizontal cambia a una pendiente negativa. Se ha determinado la profundidad del flujo,  $y_d$ , en este canal, en un punto  $10 \text{ m}$  por debajo del fondo del canal horizontal. Se pide calcular:

- El caudal que transporta el canal.
- La profundidad aguas arriba de la compuerta.
- La profundidad en la sección contraída.

Datos:

$$b = 4 \text{ m}$$

$$a = 0.38 \text{ m}$$

$$y_d = 0.056 \text{ m}$$

4.5.8 Existe una compuerta plana vertical en un canal rectangular y horizontal. En un determinado punto, un poco más abajo de ésta, el canal rectangular debe atravesar una montaña mediante un tubo de diámetro  $d_o = b$ .

Cuál debe ser la apertura que se le debe suministrar a la compuerta, para formar flujo crítico a la entrada del tubo.

Datos:

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

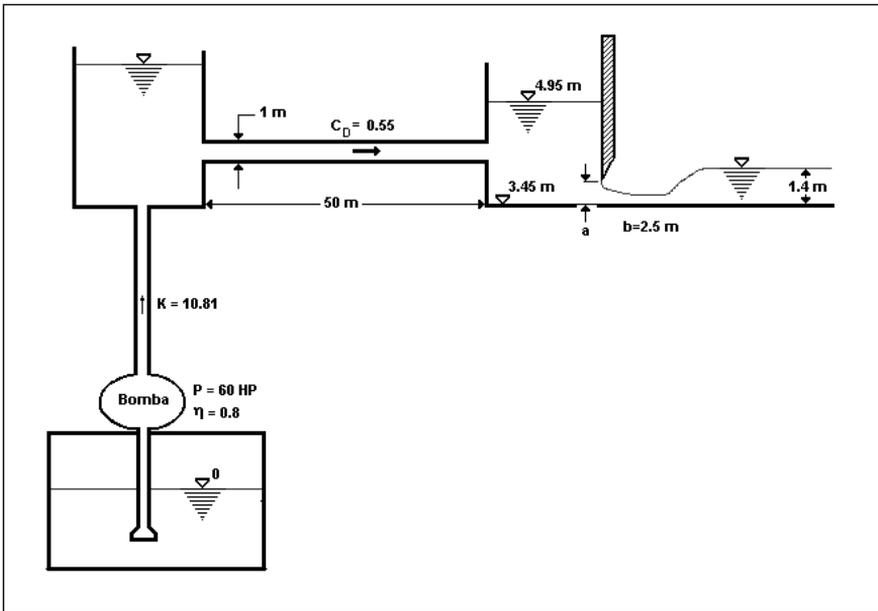
$$b = 3 \text{ m}$$

Suponer que la profundidad contraída de la compuerta, se configura en el punto donde se da el cambio de sección transversal.

4.5.9 Para el sistema mostrado en la figura, determínese el valor  $a$  de la apertura de la compuerta.

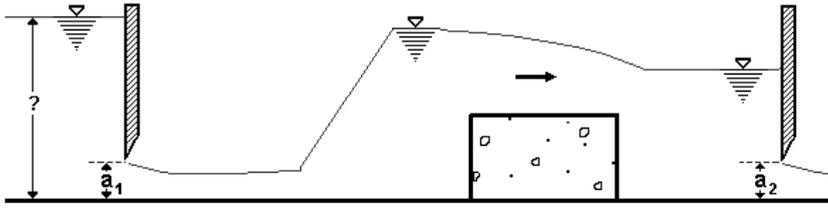
Tener en cuenta que:

1.  $K$  es un coeficiente global para evaluar pérdidas en las dos tuberías del bombeo.
2. El  $C_D$  suministrado permite analizar la tubería como orificio. Para eso, la descarga de éste debe considerarse como sumergida<sup>239</sup>.



4.5.10 En el extremo de aguas abajo de un canal rectangular horizontal,  $b$ , existe una compuerta que descarga de manera libre con una apertura,  $a_2$ . Hacia la zona de aguas arriba se halla construido un vertedero ( $w, e, b$ ), y más arriba otra compuerta que tiene una apertura  $a_1$ . Considerar que la distancia horizontal entre las estructuras es despreciable. Determinar la profundidad,  $y_2$ , de la compuerta situada agua arriba.

<sup>239</sup> Ver [3].



Datos:

$$Q = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 4.5 \text{ m}$$

$$a_1 = 0.19 \text{ m}$$

$$W = 0.75 \text{ m}$$

$$e = 0.5 \text{ m}$$

$$a_2 = 0.23 \text{ m}$$

4.5.11 En un canal rectangular horizontal se localizan dos estructuras de control: aguas abajo una compuerta y aguas arriba un vertedero. En un instante dado, el nivel de aguas arriba del vertedero ha alcanzado el de los muros del canal,  $h_m$ , y está apunto de desbordarse. Calcular el caudal que transporta este canal.

Datos:

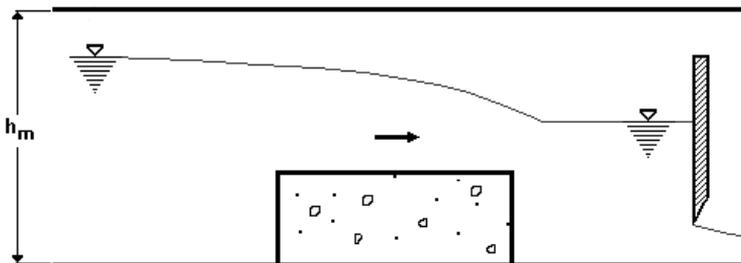
$$b = 2 \text{ m}$$

$$a = 0.25 \text{ m}$$

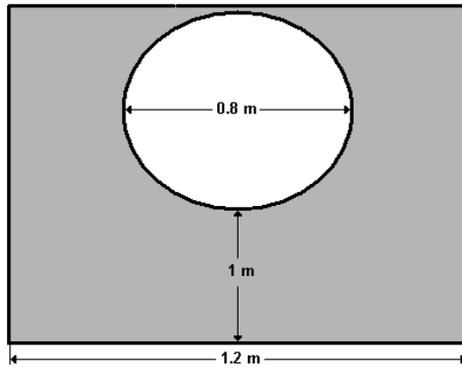
$$W = 0.6 \text{ m}$$

$$e = 0.5 \text{ m}$$

$$h_m = 0.9 \text{ m}$$



4.5.12 Se tiene un vertedero circular ubicado dentro de un canal rectangular.



- Construir la curva de calibración del vertedero. Adjuntar tabla con diez puntos.
- Calcular el máximo caudal que puede pasar a través del vertedero.
- Para el valor hallado en b. determinar la velocidad sobre la cresta del vertedero y en el canal de aproximación.

Datos:

$$d_o = 0.8 \text{ m}$$

$$b = 1.2 \text{ m}$$

Nota: Es claro que al no haberse suministrado elementos conceptuales sobre el vertedero circular, se debe trabajar con consideraciones energéticas e ignorar además las pérdidas hidráulicas.

4.5.13 Un vertedero triangular se halla localizado dentro de un canal rectangular cuyos muros tienen una altura  $h$ .

- Calcular el caudal máximo que pasa por el vertedero, si se supone que la descarga es libre.
- Cuantificar el caudal máximo si  $h' = 1.05 \text{ m}$ .

Datos:

$$b = 1.5 \text{ m}$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$W = 1 \text{ m}$$

$$e = 0.002 \text{ m}$$

$$h = 1.20 \text{ m}$$

4.5.14 Demostrar que la ecuación de un vertedero trapezoidal  $(B,z)$  simétrico, se puede escribir de la siguiente forma:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left[ C_{D_r} + \frac{4}{5} \frac{H}{b} C_{D_\theta} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] BH^{\frac{3}{2}}$$

Donde  $\frac{\theta}{2}$  simboliza el ángulo agudo que hace un lado inclinado del vertedero con la vertical, o también:

$$\tan \frac{\theta}{2} = z$$

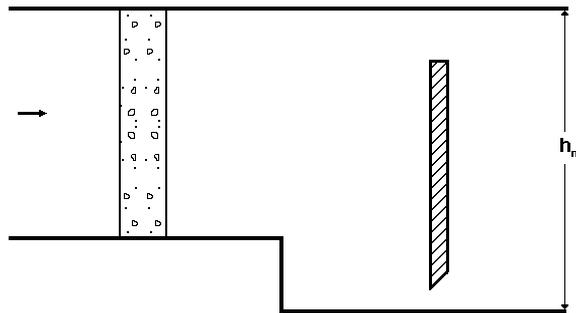
Es necesario, inicialmente, deducir la ecuación de un orificio grande trapezoidal.

4.5.15 Dentro de un canal rectangular se han construido tres estructuras: compuerta,  $a$ , escalón negativo,  $\Delta Z$  y pila de puente,  $t$ . Los muros del canal, en la zona de la compuerta, tienen una altura  $h_m$ .

La compuerta actúa como control y su descarga se produce de manera libre.

Suponer valores adecuados para  $Q$ ,  $b$ ,  $\Delta Z$ ,  $h_m$  y  $t$ .

- Con el máximo valor admisible de  $a$ , calcular la profundidad dentro de la pila, así como sobre el escalón.
- Para qué apertura en la compuerta, se desbordaría el flujo aguas arriba de la pila.



#### REFERENCIAS

- [1] J. M. De Azevedo Netto & G. Alvarez (1975): *Manual de Hidráulica*; Harla, Méjico.
- [2] F. M. Henderson (1966): *Open Channel Flow*; Macmillian Inc., New York.
- [3] G. Sotelo D. (1977): *Hidráulica General, Volumen I*; Limusa, Méjico.
- [4] Francisco J. Domínguez G. (1959): *Hidráulica*; Edit. Universitaria, Santiago de Chile.
- [5] Walther Graf (1968): *Fluvial Hydraulics*; John Wiley and Sons, New York.
- [6] Frank French (1985): *Hidráulica de Canales Abiertos*; Mc Graw Hill, New York.

# 5.

## PRINCIPIO DE MOMENTUM EN HIDRÁULICA DE CANALES

Para acometer la solución de algunos problemas en hidráulica de canales ha bastado hasta este punto con la utilización conjunta del principio de continuidad y del principio de conservación de la energía.

Un tercer principio, el de conservación del momentum lineal, debe sumárseles cuando se requiere calcular fuerzas de interacción entre el agua y una estructura hidráulica. Por ejemplo, la fuerza que es necesario suministrarle para mantenerla en reposo. Este principio resulta, así mismo, indispensable para deducir expresiones de origen teórico, tales como la ecuación del resalto hidráulico y la del flujo uniforme (capítulo 6).

La presentación estándar de la ecuación de conservación de momentum lineal, como se usa en la hidráulica de tuberías, se modifica en la de canales cuando se introduce la llamada función de momentum.

El capítulo se encuentra dividido en dos partes. La primera se ocupa de la función de momentum. La segunda del resalto hidráulico.

El problema general del resalto hidráulico es amplio y complejo. Para los casos más generales se dispone de soluciones de carácter aproximado, pero el tratamiento llega a ser relativamente simple cuando se tiene un canal horizontal. Éste es el enfoque que prevalecerá en el capítulo 5. Por tanto, su estudio en canales de pendiente positiva o negativa queda fuera del alcance de este libro; así mismo los aspectos más avanzados de las estructuras hidráulicas que disipan energía con concurso de un resalto hidráulico. En tales casos se deberá consultar la literatura especializada.

## 5.1 ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM

El principio de conservación del momentum lineal se usa para evaluar fuerzas actuantes<sup>240</sup> entre fluido y sólido<sup>241</sup>.

En el caso de un volumen de control finito y un fluido incomprensible, la ecuación asociada a este principio exhibe la forma general<sup>242</sup>:

$$\beta\rho \sum_{i=1}^m \left( Q\vec{V} \right)_i + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \beta \nabla_c \vec{V} \right) = \vec{F}_I + \vec{F}_E \quad (5.1.)$$

El miembro izquierdo aloja la componente inercial de la expresión. En éste aparece el producto  $\beta\rho QV$ , que representa el flujo de cantidad de movimiento lineal que ingresa o egresa del volumen de control, en cada instante. Por tanto, se designa a este término flujo neto e instantáneo de cantidad de movimiento lineal.

A su vez,  $\beta\rho \nabla_c V$  simboliza el contenido interior instantáneo de cantidad de movimiento. Por ello, se denomina variación instantánea del contenido interior de cantidad de movimiento<sup>243</sup> a la derivada temporal de esta componente inercial.

El miembro derecho contiene las resultantes de las fuerzas internas y externas actuantes sobre el volumen de control. La interna está conformada por la fuerza resultante de presión (tensión axial) y de resistencia al flujo (tensión de corte). La externa, por su parte, por el peso del volumen de control (fuerza gravitatoria)<sup>244</sup> y por la fuerza de fijación, que se encarga de mantener el volumen de control en reposo<sup>245</sup>. Todas se aplican sobre la superficie de control, excepto la gravitatoria, que lo hace en el centro de masa del volumen de control.

Cuando se trata de aplicaciones de índole estacionaria, la expresión (5.1) se transforma simplemente en:

$$\beta\rho \sum_{i=1}^m \left( Q\vec{V} \right)_i = \vec{F}_I + \vec{F}_E \quad (5.2.)$$

En la hidráulica de canales, la (5.2) se puede simplificar aún más, en virtud de la hipótesis de flujo unidimensional (corriente lineal). En tal situación, las componentes de inercia vertical y transversal se anulan; de esta manera, resulta posible analizar el problema en condición estática para las citadas componentes. Por ello, la (5.2) cobra sentido únicamente

<sup>240</sup> Se le conoce también, justamente por esta razón, como *método de las fuerzas*.

<sup>241</sup> En el caso de la hidráulica de canales, se trataría de una estructura hidráulica, como una compuerta o un vertedero.

<sup>242</sup> Se supone que su superficie de control puede contener un total de  $m$  entradas y salidas.

<sup>243</sup> Se hace notoria la presencia del coeficiente de Boussinesq en ambos términos (ver sección 1.2.2.5).

<sup>244</sup> Debe considerar, además del peso del líquido, el de la parte sólida del volumen de control.

<sup>245</sup> Sólo actúa cuando el volumen de control incluye una parte sólida.

en la dirección tangencial de la corriente (eje  $s$ ). En consecuencia, basta con utilizar la representación escalar:

$$\beta\rho \sum_{i=1}^m (QV_s)_i = F_{I_s} + F_{E_s} \quad (5.3)$$

## 5.2 FUNCIÓN DE MOMENTUM

### 5.2.1 DEFINICIÓN

Una adecuada manipulación de la (5.3), conduce a la definición de otra función útil para la hidráulica de canales.

Su obtención parte de las siguientes suposiciones:

1. El volumen de control tiene una entrada y una salida. Esto equivale a asignar  $m = 2$  en la sumatoria de la (5.3).
2. El canal tiene pendiente pequeña.
3. La corriente experimenta una distribución hidrostática de presiones.
4. Así mismo, y para facilitar la comprensión del procedimiento, la parte sólida del volumen de control será simbolizada por una compuerta. No obstante, el resultado podrá extenderse cómodamente a cualquier otro tipo de estructura.

En la figura 5.1, se presenta la idealización del volumen de control. Se halla delimitado aguas arriba por la profundidad característica de la compuerta, y aguas abajo, por la profundidad contraída de ésta. Se destacan allí los siguientes elementos:

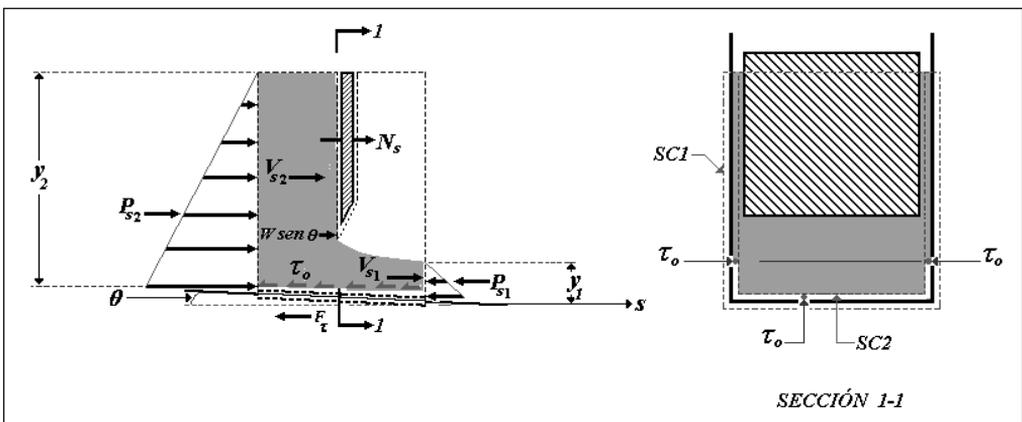


FIGURA 5.1

1. Dos tipos posibles de superficies de control:

La superficie  $SC1$  que rodea el canal por su cara externa.

La superficie  $SC2$  que envuelve al canal por su parte interna.

2. Las velocidades de entrada y salida del volumen de control,  $V_{si}$ .

3. La distribución de lineal de presiones, actuante sobre las superficies de control extremas. Así mismo, la fuerza resultante sobre cada una,  $P_{si}$ .

4. La distribución de tensiones de corte,  $\tau_o$ . Se ejerce sobre la interfase que conforman el contorno sólido y el líquido. Su resultante se designa  $F_\tau$ .

5. La componente tangencial de la fuerza gravitatoria,  $W_s$ .

6. La fuerza de fijación  $N_s$ . Se asume positiva.

En esencia, ambas clases de superficie toman en cuenta idénticos elementos cinemáticos y cinéticos. Se diferencian, no obstante, en que se excluye la  $F_\tau$ , al emplear la  $SC1$ . Mientras que al hacer uso de la  $SC2$ , queda fuera la  $N_s$ .

Por tanto:

*La utilización de una u otra clase de superficie de control elimina el uso de la fuerza interna o de la externa, según el caso.*

Cada tipo de definición de superficie de control tiene una aplicación específica, coherente con lo expuesto arriba:

$SC1$ , para la cuantificación de la fuerza de fijación,  $N_s$ .

$SC2$ , para la determinación de la tensión de corte,  $\tau_o$ . Esta metodología ya fue utilizada en la hidráulica de tuberías, como parte de la deducción de la ecuación de Darcy.

Con base en todo lo expuesto, la (5.3) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\beta\rho Q \sum_{i=1}^2 V_{si} = W_s + P_{s_2} - P_{s_1} + \left[ N_{s(1)} - F_{\tau s(2)} \right] \quad (5.4)$$

En la (5.4), aparece el caudal fuera de la sumatoria, en virtud de la continuidad. Por otra parte, la fuerza de fijación y la resultante de corte han sido ubicadas entre corchetes, para

significar que se debe seleccionar sólo una, en función de la clase de superficie de control elegida (se halla denotada por el subíndice entre paréntesis).

Conforme a todo lo expuesto, los términos de la (5.4) se reemplazan convenientemente<sup>246</sup>:

$$\beta\rho Q \sum_{i=1}^2 V_{s_i} = \beta\rho Q (V_1 - V_2) \quad (5.5)$$

De acuerdo con la hidrostática la fuerza que resulta de una distribución de presiones admite expresarse para una superficie plana de la siguiente manera:

$$P_{s_2} = \gamma A_2 \bar{\zeta}_2$$

$$P_{s_1} = \gamma A_1 \bar{\zeta}_1$$

Donde,  $\bar{\zeta}$  representa otra propiedad geométrica de la sección hidráulica, llamada *profundidad del centroide, CG*, (figura 5.2).

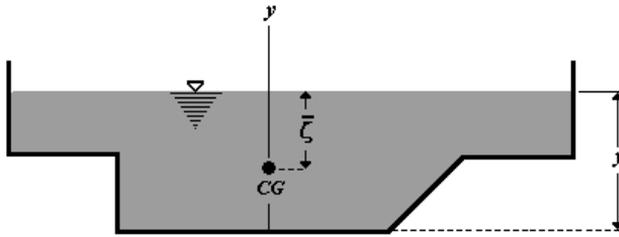


FIGURA 5.2

La profundidad del centroide se evalúa mediante la expresión general:

$$\bar{\zeta} = y - \frac{I}{A} \iint_A y dA \quad (5.6)$$

La resultante de fuerzas de presión es, por consiguiente:

$$P_{s_2} - P_{s_1} = \gamma A_2 \bar{\zeta}_2 - \gamma A_1 \bar{\zeta}_1 \quad (5.7)$$

La fuerza gravitatoria puede formularse del siguiente modo:

$$W_s = W_s \text{sen} \theta \quad (5.8)$$

<sup>246</sup> Se prescinde del subíndice  $s$  de aquí en adelante. Se supone entonces que todas las variables se aplican en la dirección paralela al fondo.

Después de substituir las ecuaciones (5.7), (5.5) y (5.8) en la (5.4), se llega a:

$$\beta\rho QV_1 - \beta\rho QV_2 = \gamma A_2 \bar{\zeta}_2 - \gamma A_1 \bar{\zeta}_1 + W \operatorname{sen} \theta + [N_{(1)} - F_{\tau_{(2)}}]$$

Según la continuidad:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1}, \quad V_2 = \frac{Q}{A_2}$$

Al ser reemplazadas en la anterior, la transforman en:

$$\frac{\beta\rho Q^2}{A_1} - \frac{\beta\rho Q^2}{A_2} = \gamma(A_2 \bar{\zeta}_2 - A_1 \bar{\zeta}_1) + W \operatorname{sen} \theta + [N_{(1)} - F_{\tau_{(2)}}]$$

Una vez se dividen ambos miembros entre el peso específico  $\gamma$  se obtiene:

$$\frac{\beta Q^2}{gA_1} - \frac{\beta Q^2}{gA_2} = A_2 \bar{\zeta}_2 - A_1 \bar{\zeta}_1 + \frac{W \operatorname{sen} \theta + [N_{(1)} - F_{\tau_{(2)}}]}{\gamma}$$

La ecuación se reorganiza convenientemente al trasladar las componentes de presión al miembro izquierdo:

$$\left( \frac{\beta Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{\zeta}_1 \right) - \left( \frac{\beta Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{\zeta}_2 \right) = \frac{W \operatorname{sen} \theta + [N_{(1)} - F_{\tau_{(2)}}]}{\gamma} \quad (5.9)$$

Con base en este resultado se pueden introducir las siguientes definiciones:

$$F_E = \frac{W \operatorname{sen} \theta + [N_{(1)} - F_{\tau_{(2)}}]}{\gamma} \quad (5.10)$$

Denominada *fuerza específica*. Se trata de una resultante parcial de las fuerzas actuantes sobre el volumen de control, pues exceptúa la de presión. Además, las presenta reducidas en el peso específico del líquido. Por ello, sus dimensiones son las de volumen [ $l^3$ ].

Téngase en cuenta que la (5.10), exhibida así, tiene un carácter algo simbólico, pues la  $N_{(1)}$  y la  $N_{(2)}$  no pueden aparecer simultáneamente en la (5.9). Existen, en consecuencia, dos versiones de la fuerza específica, conforme al tipo de superficie de control empleada:

$$F_{E_{(1)}} = \frac{W \operatorname{sen} \theta + N_{(1)}}{\gamma} \quad (5.11)$$

$$F_{E_{(2)}} = \frac{W \operatorname{sen} \theta - F_{\tau_{(2)}}}{\gamma} \quad (5.12.)$$

Así mismo, para los términos del miembro izquierdo de la (5.9):

$$M_1 = \left( \frac{\beta Q^2}{g A_1} + A_1 \bar{\zeta}_1 \right) \quad (5.13.)$$

$$M_2 = \left( \frac{\beta Q^2}{g A_2} + A_2 \bar{\zeta}_2 \right) \quad (5.14.)$$

La (5.13) y la (5.14) representan la resultante (por unidad de peso específico) de las fuerzas de inercia y de presión, en los extremos del volumen de control. Sus dimensiones son, evidentemente, las de volumen [ $l^3$ ].

Ésta se define, en general, a lo largo de un volumen de control, como:

$$M = \left( \frac{\beta Q^2}{g A} + A \bar{\zeta} \right) \quad (5.15.)$$

Un problema hidráulico típico, requiere del conocimiento previo del caudal, coeficiente de Boussinesq<sup>247</sup>, geometría de la sección transversal (sus parámetros) y control hidráulico. Esto lleva a concebir la (5.15), como una función de la profundidad (únicamente):

$$M = M(y)$$

Esta función se conoce como *función de momentum*.

Resulta interesante compararla con la expresión para la energía específica:

$$E = \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} + y$$

Las componentes de ambas guardan cierta analogía:

$\frac{\beta Q^2}{gA}$  con  $\frac{\alpha Q^2}{2gA^2}$ ; por ello tiene un carácter cinético. Es, por ende, la componente cinética de la función de momentum.

$A \bar{\zeta}$  con  $y$ ; su naturaleza es potencial. Se trata, por tanto, de la componente potencial de la función de momentum.

---

<sup>247</sup> En esta aproximación. Coeficiente de Coriolis, en la de energía.

Las ecuaciones (5.11), (5.12), (5.13) y (5.14) substituidas en la (5.9) producen, finalmente:

$$M_1 - M_2 = F_{E(k)} \quad (5.16.)$$

(k) toma un valor conveniente, según el tipo de superficie de control elegido. O en forma más reducida:

$$\Delta M = F_{E(k)} \quad (5.17.)$$

La (5.16) o la (5.17), constituyen la versión de la ecuación de conservación de momentum lineal empleada en la hidráulica de canales y para un volumen de control que tiene una entrada y una salida.

## 5.2.2 FORMAS PARTICULARES DE LA FUNCIÓN DE MOMENTUM

Se consiguen al reemplazar las propiedades geométricas y la profundidad del centroide, en la (5.15). La función obtenida, se presenta después en forma de función polinómica.

### 5.2.2.1 RECTANGULAR

$$\bar{\zeta} = \frac{y}{2}$$

$$M = \frac{\beta Q^2}{gby} + \frac{1}{2}by^2 \quad (5.18.)$$

$$y^3 - \frac{2M}{b}y + \frac{2\beta q^2}{g} = 0 \quad (5.19.)$$

### 5.2.2.2 TRIANGULAR

$$\bar{\zeta} = \frac{y}{3}$$

$$M = \frac{\beta Q^2}{gzy^2} + \frac{1}{3}zy^3 \quad (5.20.)$$

$$y^5 - 3My^2 + \frac{3\beta Q^2}{gz} = 0 \quad (5.21.)$$

### 5.2.2.3 TRAPEZOIDAL

$$\bar{\zeta} = \frac{y}{3} \frac{2b+T}{b+T} = \frac{y}{3} \frac{2b+b+2zy}{b+b+2zy} = \frac{y}{3} \frac{3b+2zy}{2b+2zy} = \frac{y}{6} \frac{3b+2zy}{b+zy}$$

$$M = \frac{\beta Q^2}{g(b + zy)y} + \frac{3b + 2zy}{6} y^2 \quad (5.22.)$$

$$2z^2 y^5 + 5bzy^4 + 3b^2 y^3 - 6Mzy^2 - 6Mby + \frac{6\beta Q^2}{g} \quad (5.23.)$$

El resto de las secciones exhiben expresiones más complejas del centroide, las cuales impiden lograr polinomios similares a los ya deducidos.

### 5.2.3 CURVA DE LA FUNCIÓN DE MOMENTUM

La analogía declarada entre la función de momentum y la de energía, permite utilizar lo establecido en la sección 2.3.2.3, para trazar ahora la curva de la función de momentum.

1. Existen dos raíces positivas, subcrítica,  $y_2$  y supercrítica,  $y_1$ , que satisfacen a  $M$  en las expresiones (5.19), (5.21) y (5.23). Se les denomina indistintamente *profundidades secuentes*<sup>248</sup> o *conjugadas*.

2. Tiene una asíntota horizontal:

En las ecuaciones (5.18), (5.20) y (5.22):

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} M(y) = +\infty$$

Carece de una asíntota inclinada.

3. La función tiene un punto de mínima,  $C$ . Éste corresponde al estado crítico. Por consiguiente, su profundidad es la crítica,  $y_c$  y la función de momentum alcanza allí su valor mínimo,  $M_c$ .

El procedimiento que lleva a producir una prueba formal de lo afirmado arriba, parte de anular la primera derivada de la (5.15):

$$\frac{dM}{dy} = 0$$

Al substituir la (5.15) en ella, queda:

$$\frac{d}{dy} \left( \frac{\beta Q^2}{gA} + A\bar{\zeta} \right) = 0$$

Después de efectuar la derivada:

---

<sup>248</sup> Profundidad secuente se emplea específicamente para designar las profundidades del resalto hidráulico.

$$\frac{\beta Q^2}{g} \frac{dA^{-1}}{dy} + \frac{d(A\bar{\zeta})}{dy} = 0$$

Al desarrollar la derivada del segundo término del miembro izquierdo, se obtiene una nueva expresión:

$$-\frac{\beta Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + \bar{\zeta} \frac{dA}{dy} + A \frac{d\bar{\zeta}}{dy} = 0$$

Con base en la (5.6), la anterior ecuación se transforma en la siguiente:

$$-\frac{\beta Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + \left( y - \frac{1}{A} \int_A y dA \right) \frac{dA}{dy} + A \frac{d}{dy} \left( y - \frac{1}{A} \int_A y dA \right) = 0$$

En seguida, se realiza la derivada de la suma:

$$-\frac{\beta Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + y \frac{dA}{dy} - \frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \int_A y dA + A - A \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{A} \int_A y dA \right) = 0 \quad (5.24.)$$

Se requiere ahora operar con los términos integrales, para lograr la simplificación de la anterior expresión. Se aborda inicialmente la segunda. Para comenzar, se efectúa el proceso de derivación del producto:

$$A \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{A} \int_A y dA \right) = A \left[ \frac{1}{A} \frac{d}{dy} \int_A y dA - A^{-2} \frac{dA}{dy} \int_A y dA \right]$$

Como  $dA = Tdy$  (ver figura 3.1), entonces:

$$= A \left[ \frac{1}{A} \frac{d}{dy} \int_A y T dy - \frac{T dy}{A dy} \left( \frac{1}{A} \int_A y dA \right) \right]$$

La derivada de una integral elimina el signo de integración. La integral a la derecha se substituye por  $y - \bar{\zeta}$  (ver ecuación 5.6):

$$= A \left[ \frac{1}{A} (yT) - \frac{y - \bar{\zeta}}{D} \right] \bar{\zeta}$$

Para finalizar, debe realizarse un pequeño proceso algebraico:

$$\begin{aligned}
&= yT - A \frac{y - \bar{\zeta}}{D} \bar{\zeta} \\
&= yT - T(y - \bar{\zeta}) \\
&= yT - Ty + T\bar{\zeta}
\end{aligned}$$

Se ha probado finalmente que:

$$A \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{A} \int_A y dA \right) = T\bar{\zeta} \quad (5.25.)$$

Ahora la restante integral, con las substitutiones  $dA = Tdy$  y la mencionada  $y - \bar{\zeta}$  se transforma en:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \int_A y dA &= \frac{Tdy}{dy} (y - \bar{\zeta}) \\
&= T(y - \bar{\zeta})
\end{aligned}$$

Luego:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dy} \int_A y dA = Ty - T\bar{\zeta} \quad (5.26.)$$

Después de reemplazar la (5.25) y la (5.26) en la (5.24) se consigue:

$$-\frac{\beta V^2}{g} \frac{Tdy}{dy} + y \frac{Tdy}{dy} - Ty + T\bar{\zeta} + A - T\bar{\zeta} = 0$$

La expresión se puede reducir a:

$$-\frac{\beta V^2}{g} T + A = 0$$

Equivalente a:

$$-\frac{\beta V^2}{g} \frac{T}{A} + 1 = 0$$

O también:

$$\frac{\beta V^2}{gD} = 1$$

El miembro izquierdo es un número de Froude elevado al cuadrado:

$$F^2 = 1$$

Finalmente:

$$F = 1$$

Este resultado basta para probar que el punto *C* corresponde al estado crítico.

La curva se traza en un sistema de ejes, con la función de momentum en las abscisas y la profundidad en las ordenadas. Una curva típica tiene la forma mostrada en la figura 5.3. Por lo expuesto antes, resulta factible afirmar que se trata de una hipérbola que posee las dos ramas acostumbradas; la supercrítica,  $M_1$ , que sigue la asíntota horizontal, y la subcrítica,  $M_2$ . Por tanto,  $M_1$  es la función de momentum asociada al flujo supercrítico y la  $M_2$  al subcrítico<sup>249</sup>. Puede decirse, para más claridad, que son los valores que asume la función  $M$  cuando en ella se substituyen la profundidad supercrítica y subcrítica, respectivamente.

$$M_1 = M(y_1)$$

$$M_2 = M(y_2)$$

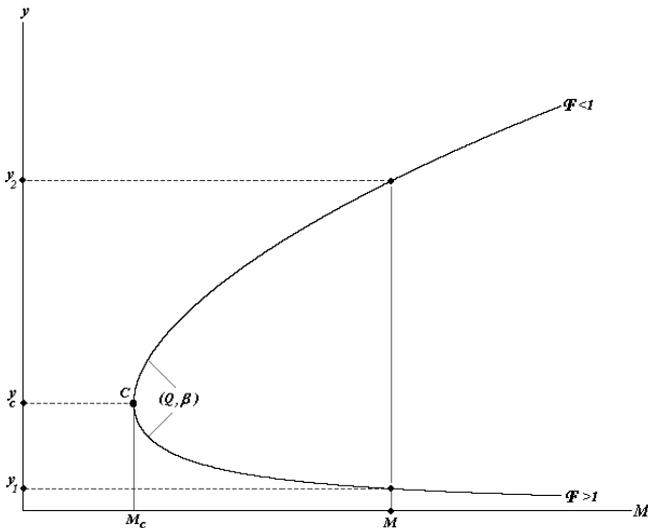


FIGURA 5.3

<sup>249</sup> Por la misma razón, y al igual de lo que sucede con la función de energía específica,  $M_1$  es marcadamente supercrítica, mientras  $M_2$  lo es subcrítica.

De esto se sigue que  $M_1$  queda determinada por un control hidráulico aguas arriba y  $M_2$  por otro de aguas abajo.

Como en el caso de la función de energía específica, las dos profundidades representan una posibilidad, y de ninguna manera pueden verificarse en forma simultánea, en la misma sección transversal.

Lo que sí se observa en la práctica, es la aparición de  $M_1$  y  $M_2$ , en los extremos opuestos de un volumen de control, como en la compuerta utilizada aquí. Esta situación se muestra en la figura 5.4, para una compuerta que actúa sobre un canal horizontal ( $W_s = 0$ ).

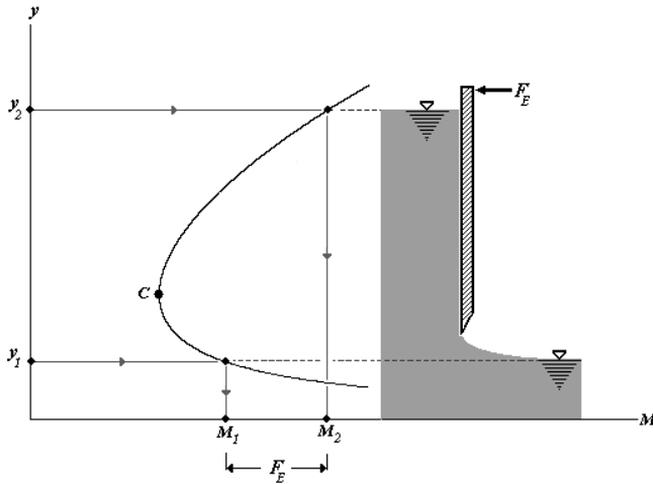


FIGURA 5.4

Se ilustra en la figura allí un procedimiento gráfico, que permite determinar la fuerza de fijación necesaria para mantener una compuerta en reposo. Esto es, la fuerza que suministra el mecanismo montante, para impedir que la estructura sea arrastrada por la corriente.

Para este propósito, se requiere definir un volumen de control, con superficie de control del tipo 1. En consecuencia, la fuerza específica se evalúa mediante la (5.11):

$$F_{E(1)} = \frac{0 + N_s}{\gamma}$$

La fuerza incógnita, como es de uso habitual en la mecánica, se supone positiva, y el resultado confirma, o no, el sentido elegido.

En el caso en estudio, la intuición conduce a proponer que la fuerza sea negativa, es decir, a asignarle el sentido del contraflujo. Luego, de la (5.16):

$$M_1 - M_2 = -\frac{N_s}{\gamma}$$

La diferencia entre ambas funciones de momentum es negativa. Por consiguiente:

$$M_2 > M_1$$

En la figura 5.4 se ha representado este resultado: la  $M_2$  se ubica a la derecha de la  $M_1$ , y la  $F_E$  corresponde a la diferencia entre ambas.

El gráfico utilizado es análogo al ya empleado para la energía específica (figuras 3.2 y 3.3). El papel de  $F_E$  equivale allí a  $\lambda$ .

La figura 5.4 sirve para entender cómo mediante la operación de la compuerta, se fijan los valores de las funciones de momentum supercrítica y subcrítico (compárese con las ecuaciones 3.26 a 3.29):

$$a \downarrow \Rightarrow$$

$$\text{i) } y_1 \downarrow \Rightarrow M_1(a) \uparrow \quad (5.27.)$$

$$y_2 \uparrow \Rightarrow M_2(a) \uparrow$$

$$a \uparrow \Rightarrow$$

$$\text{ii) } y_1 \uparrow \Rightarrow M_1(a) \downarrow \quad (5.28.)$$

$$y_2 \downarrow \Rightarrow M_2(a) \downarrow$$

### EJEMPLO 5.1

Se tiene un canal rectangular horizontal con condiciones aguas arriba conocidas<sup>250</sup>. Aguas abajo existe un puente cuya pila es cuadrada y tiene un espesor de  $t$ . Calcular la fuerza ejercida por el agua sobre la pila. Suponer que las pérdidas hidráulicas son despreciables.

Datos:

$$y_2 = 0.5 \text{ m}$$

$$b_2 = 2 \text{ m}$$

$$V_2 = 1 \text{ ms}^{-1}$$

$$t = 0.5 \text{ m}$$

---

<sup>250</sup> Para mantener coherencia con los índices utilizados en la ecuación de conservación del momentum, en esta aplicación se mantiene el índice (2) para la sección de aguas arriba.

## SOLUCIÓN

El problema se resuelve por medio de una aplicación de la ecuación de conservación de momentum (5.9):

$$\left( \frac{\beta Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{\zeta}_1 \right) - \left( \frac{\beta Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{\zeta}_2 \right) = \frac{W \sin \theta + [N_{(1)} - F_{\tau(2)}]}{\gamma}$$

La superficie de control por utilizar es de tipo 1, la cual es la indicada para estimar la fuerza que tiene que suministrarle la cimentación a la pila, para que la corriente no la arrastre. Esta fuerza, sin duda, compensa el desbalance resultante entre las funciones de momentum de la entrada y la salida. La reacción a esta fuerza es la que ejerce el flujo sobre la pila. En consecuencia:

$$F_{\text{agua/pila}} = -N$$

Se va a suponer que los coeficientes de Coriolis y Boussinesq equivalen a uno<sup>251</sup>.

Con base en las mencionadas suposiciones, en los datos del problema, y en la condición de canal rectangular, la expresión anterior se transforma en:

$$\left( \frac{Q^2}{gb_1 y_1} + \frac{1}{2} b_1 y_1^2 \right) - \left( \frac{Q^2}{gb_2 y_2} + \frac{1}{2} b_2 y_2^2 \right) = \frac{N}{\gamma} \quad (1)$$

Las condiciones aguas arriba (2) se conocen y el caudal se calcula a partir de ellas mismas, y de la ecuación de continuidad:

$$Q = V_2 b_2 y_2 = 1 \times 2 \times 0.5 = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

El caudal permite conocer el régimen en la zona de aguas arriba:

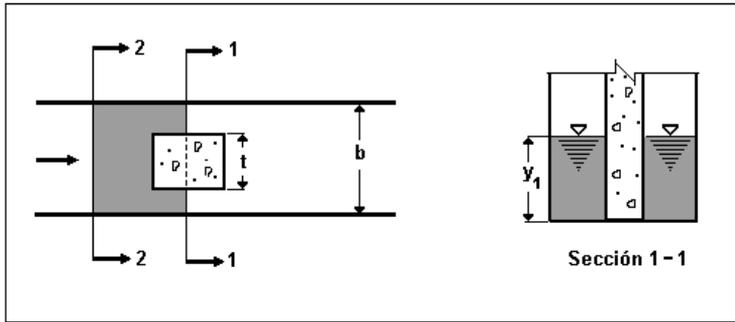
$$F_2 = 0.452$$

De aquí se desprende que el flujo de aguas arriba es subcrítico. Se sigue que éste tiene que ser subcrítico o crítico (en el límite) en la pila (ver sección 3.4).

Se procede ahora a delimitar el volumen de control sobre el que se validará la expresión de momentum. Queda limitado por la referida condición de aguas arriba y por la sección que presenta la máxima aceleración, esto es, el interior de la pila (sección 1-1 de la figura adjunta).

---

<sup>251</sup> Se trata de un procedimiento usual cuando se les desconoce y no se consigue determinárseles en forma independiente. El canal debe ser grande para validar esta suposición (ver sección 1.2.2.5).



Con lo establecido y la última precisión se puede pasar a continuación a calcular la profundidad del flujo en la pila.

En la sección de aguas abajo la corriente se bifurca y en principio parecería imposible evitar considerar un volumen de control con dos salidas. No obstante, la ausencia de pérdidas hidráulicas y la presunción que la pila se halla centrada en el canal permiten pensar que se conforman flujos simétricos en ambos lados de ella. Este hecho faculta para trabajar con una sección equivalente, cuyo ancho se evalúa así:

$$b_1 = b_2 - t$$

Para estimar la profundidad dentro de la pila, se utiliza el principio de conservación de la energía, que en este caso por ser el canal horizontal, se reduce a:

$$E_2 = E_1$$

$$E_2 = 0.5 + 1 \times \frac{I^2}{2g \times (2 \times 0.5)^2} = 0.551 \text{ m}$$

En consecuencia, también:

$$E_1 = 0.551 \text{ m}$$

Antes de proceder a calcular la profundidad es necesario verificar si la corriente resulta chocada por el estrechamiento de la pila. Para ello se halla la energía crítica allí:

$$E_{c_1} = 1.5 y_{c_1} = 1.5 \times 0.356 = 0.534 \text{ m}$$

Una comparación entre los dos últimos resultados, sirve para concluir que:

$$E_1 > E_{c_1}$$

Por tanto, no se presenta un choque hidráulico.

Para calcular  $y_1$  se resuelve la ecuación  $E_1 = 0.551 \text{ m}$ . Según el concepto de accesibilidad del flujo la raíz válida debe ser la subcrítica:

$$y_1 = 0.426 \text{ m}$$

Con todos los valores conocidos resta por reemplazar en la ecuación de conservación de momentum lineal (1):

$$\left( \frac{I^2}{(1.5 \times 0.426)g} + \frac{1}{2} \times 1.5 \times 0.426^2 \right) - \left( \frac{I^2}{(2 \times 0.5)g} + \frac{1}{2} \times 2 \times 0.5^2 \right) = \frac{N}{\gamma}$$

$$\frac{N_s}{\gamma} = 0.296 - 0.352 = -0.0562 \text{ m}^3$$

En el agua:

$$\gamma = 1000 \text{ kfm}^{-3}$$

Luego:

$$N = -0.0562 \times 1000 = -56.2 \text{ kf}$$

$$N = 56.2 \text{ kf} \leftarrow$$

Finalmente:

$$F_{\text{agua/pila}} = 56.2 \text{ kf} \rightarrow$$

## 5.3 RESALTO HIDRÁULICO

### 5.3.1 DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS

A lo largo de los anteriores capítulos se ha hecho una mención esporádica del fenómeno del resalto hidráulico. En especial en el capítulo 3 al introducir el concepto de choque hidráulico. Se decía allí que la producción del choque requiere del establecimiento de un control hidráulico adicional. Con ello, se forma un resalto hidráulico en el tramo comprendido entre los dos controles hidráulicos (figuras 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13).

En aquellas nociones reside el elemento clave para ensayar una definición de resalto hidráulico:

*Un resalto hidráulico es el fenómeno hidráulico formado como consecuencia de la existencia de dos controles hidráulicos que ejercen su influencia simultáneamente. Es pues, el medio que permite hacer la transición entre una*

*corriente supercrítica y una subcrítica, o también, resolver el conflicto entre un control hidráulico subcrítico y uno supercrítico.*

El resalto hidráulico presenta las siguientes características:

1. El cuerpo del resalto hidráulico queda delimitado por las paredes y fondo del canal, la superficie libre y las secciones transversales extremas de aguas arriba y abajo (figura 5.5).

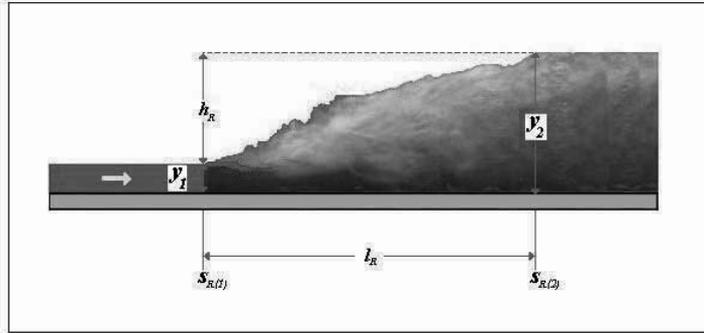


FIGURA 5.5

La sección de aguas arriba es la supercrítica (entrada al resalto hidráulico) y se identifica por la profundidad  $y_1$ . La de aguas abajo (salida del resalto hidráulico) por la profundidad  $y_2$ <sup>252</sup>.

Ambas profundidades sirven para definir una altura del resalto hidráulico  $h_R$  (figura 5.5).

$$h_R = y_2 - y_1 \quad (5.29.)$$

2. El encuentro entre el flujo supercrítico y el subcrítico se desarrolla de manera poco tranquila. El chorro supercrítico arremete contra la corriente subcrítica impuesta desde abajo y se difunde en ella. Ocurren, por consiguiente, colisiones entre las partículas de velocidad alta y las de velocidad baja. El resultado es la aparición de pequeños vórtices que recorren continuamente la masa de líquido comprometida en el choque. El panorama que se observa es el de una continua agitación.

Esta descripción, se acerca bastante a la que se hace para la turbulencia habitual (originada en la inestabilidad del régimen laminar y en la irregularidad de la pared). Por tanto, podría pensarse que un resalto hidráulico induce otro tipo de turbulencia (cabría llamarla *turbulencia por impacto*) que se adiciona a la usual. Ésta es la explicación física al desgaste energético adicional de la corriente supercrítica entrante al resalto hidráulico.

<sup>252</sup> Ésta es la notación más utilizada en la literatura. Esto explica porqué se decidió en esta obra, desde un principio, aplicar los subíndices 1 y 2 para denotar el flujo supercrítico y el subcrítico, respectivamente.

3. Se incorpora aire dentro de la masa líquida del resalto hidráulico. Se le observa lleno de pequeñas burbujas, que en conjunto le confieren una tonalidad especial, que contrasta con la del resto de la corriente.

4. Los fenómenos físicos descritos en 2. y 3. son los responsables del aspecto característico del cuerpo del resalto hidráulico, sobre todo si se mira lateralmente. Desde esta misma vista, aparece claramente perfilada la apariencia inclinada de la superficie libre. Este hecho lleva a concluir que el flujo se comporta allí como rápidamente variado, y por ello, a afirmar que es abrupto el cambio del régimen (figura 5.5).

5. En cuanto a su superficie libre presenta una forma y textura coherentes con la violencia del fenómeno. No se muestra como una superficie plana, por el contrario, es irregular, llena de protuberancias y depresiones, que cambian continuamente de lugar, aspecto, etc. Así mismo, oscila continuamente con un movimiento tridimensional, de suerte que la corriente es allí inevitablemente transitoria. Tiene, pues, características de onda estacionaria.

La amplia gama de factores envueltos en el fenómeno, impide determinar la forma de la superficie libre, mediante algún método analítico.

6. En fin, el cuerpo del resalto hidráulico exhibe unas características que permiten diferenciarlo del resto del flujo. Con base en ello se puede establecer, de manera aproximada, la coordenada de la sección de entrada,  $s_{R(1)}$  y de salida  $s_{R(2)}$  (figura 5.5). Es de anotar que resulta más simple percibir donde finaliza, dada la tranquilidad relativa de la zona de aguas abajo.

La longitud del resalto hidráulico ( $l_R$ ) es pues la distancia entre la sección de entrada y salida:

$$l_R = s_{R2} - s_{R1} \quad (5.30)$$

La determinación de esta longitud es un hecho aproximado, dada la naturaleza oscilante del resalto hidráulico.

### 5.3.2 ECUACIÓN DEL RESALTO HIDRÁULICO

Se denomina ecuación de resalto hidráulico a la expresión que vincula funcionalmente las profundidades  $y_1$ ,  $y_2$ .

Para deducirla se parte de las siguientes hipótesis:

i) La longitud del resalto hidráulico se considera suficientemente amplia, como para aceptar que la distribución de presiones es la hidrostática, a la entrada y salida de éste. Así mismo, que es suficientemente pequeña para asumir despreciable la pérdida hidráulica friccional. De este modo, se supone que la única pérdida hidráulica es la debida a la ya referida turbulencia de impacto.

ii) Como se carece de una expresión independiente para la evaluación de esta pérdida hidráulica<sup>253</sup>, resulta inaplicable aquí el principio de conservación de la energía, el cual más bien se reserva para cuantificarla.

iii) Acorde con lo planteado, se vuelve imperativo el empleo del principio de conservación del momentum lineal, en la deducción de la ecuación del resalto hidráulico. Esta aplicación del principio ha sido ya utilizada y probada en otras situaciones similares de la mecánica, como es el caso de choques entre cuerpos rígidos.

iv) Se asume una distribución uniforme de velocidades, tanto a la entrada como a la salida del resalto hidráulico. De esto se sigue que  $\beta=1$ .

Supóngase a continuación que se produce un resalto hidráulico en un canal inclinado como el de la figura 5.6. Se puede determinar un comienzo y un fin de éste, y con base en ello, demarcar un volumen de control, cuya superficie de control tiene que ser del tipo 2.

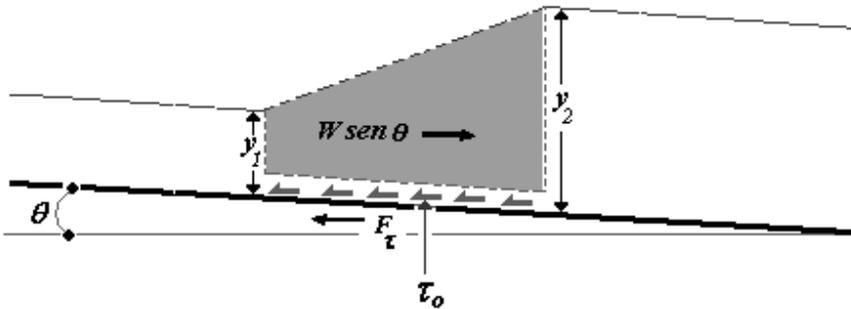


FIGURA 5.6

De esta manera, la ecuación de conservación de momentum lineal asociada al volumen de control es la (5.16)<sup>254</sup>:

$$M_2 - M_1 = F_{E(2)}$$

De acuerdo con la (5.12):

$$F_{E(2)} = \frac{W \text{sen} \theta - F_\tau}{\gamma}$$

Luego:

$$M_2 - M_1 = \frac{W \text{sen} \theta - F_\tau}{\gamma}$$

<sup>253</sup> La ecuación de Darcy lo es en el caso de la hidráulica de tuberías.

<sup>254</sup> Al escribirla, se toma en cuenta que el flujo supercrítico ocupa ahora la entrada al volumen de control y el subcrítico la salida. Esto es, posiciones opuestas a las representadas en la Fig. 5.6, que dio origen a la ecuación (5.16). No obstante, el efecto predicho se mantiene intacto, ya que la función de momentum de aguas abajo es aún positiva, como en la expresión (5.16).

Conforme a la hipótesis i), se verifica que:

$$F_{\tau} \approx 0$$

Por tanto, la conservación del momentum para el resalto hidráulico se reduce a:

$$M_2 - M_1 = \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\gamma} \quad (5.31.)$$

La (5.31) es la ecuación de un resalto hidráulico formado dentro de un canal de pendiente negativa. Constituye la más general para este tipo de fenómeno<sup>255</sup>.

Si ahora se supone que el canal es horizontal, se tiene que:

$$\frac{W \operatorname{sen} \theta}{\gamma} = 0$$

Así, la (5.31) queda simplemente en:

$$M_1 = M_2 \quad (5.32.)$$

Conocida como ecuación de un resalto hidráulico horizontal<sup>256</sup>.

La interpretación hidráulica de ambas versiones, lleva a concluir:

*Un resalto hidráulico se crea donde se configura el equilibrio dinámico entre una corriente subcrítica y otra supercrítica.*

Cualquier rotura de éste, induce el desplazamiento, o *barrido del resalto hidráulico*, hacia aguas abajo ( $RH \rightarrow$ ) o aguas arriba ( $\leftarrow RH$ ). Así:

Se barre hacia aguas arriba, si:

$$M_2 > M_1 + \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\gamma}$$
$$M_2 > M_1 \quad (5.33.)$$

Mientras que en sentido aguas bajo, en caso de que:

$$M_1 > M_2 - \frac{W \operatorname{sen} \theta}{\gamma}$$

---

<sup>255</sup> Se le conoce también como ecuación del *resalto hidráulico clásico*.

<sup>256</sup> La situación descrita por la (5.32) se ilustra en forma gráfica en las figuras 5.3 y 5.7. A una misma función de momentum le corresponden dos profundidades, las del resalto hidráulico. Por ello, se les puede designar en la situación indicada, *profundidades secuentes*.

$$M_1 > M_2 \quad (5.34.)$$

De esto se sigue que:

*La operación de un control hidráulico debe generar el barrido del resalto hidráulico, hasta un punto del canal donde se restituya el equilibrio dinámico.*

Por ejemplo, supóngase que en un canal horizontal operan dos compuertas, y se ha formado un resalto hidráulico (ejemplo 4.1). El funcionamiento de cada compuerta produce un barrido del resalto hidráulico, que puede ser explicado de acuerdo con las ecuaciones (5.27), (5.28), (5.33) y (5.34):

i) Se cierra la compuerta de aguas abajo:

$$M_2 \uparrow \Rightarrow$$

$$M_2 > M_1 \Rightarrow$$

$$\leftarrow RH$$

ii) Se abre la compuerta de aguas abajo:

$$M_2 \downarrow \Rightarrow$$

$$M_2 < M_1 \Rightarrow$$

$$RH \rightarrow$$

iii) Se cierra la compuerta de aguas arriba:

$$M_1 \uparrow \Rightarrow$$

$$M_1 > M_2 \Rightarrow$$

$$RH \rightarrow$$

iv) Se abre la compuerta de aguas arriba:

$$M_1 \downarrow \Rightarrow$$

$$M_1 < M_2 \Rightarrow$$

$$\leftarrow RH$$

*Con base en todo lo expuesto cabe afirmar que para cada profundidad secuente existe sólo otra de ellas (subcrítica o supercrítica, según el caso) que satisface la ecuación del resalto hidráulico. En otras palabras: un par de profundidades secuentes induce un resalto hidráulico y sólo uno, el cual ocupa un sector específico del canal ( $s_R, l_R$ ). El cambio de cualquier profundidad secuente implica, inevitablemente, la formación de un nuevo resalto hidráulico, en el sitio donde sea posible reestablecer el equilibrio dinámico.*

### 5.3.2.1 ECUACIONES PARTICULARES DEL RESALTO HIDRÁULICO

Las expresiones (5.31) y (5.32) permiten estimar una de las profundidades secuentes cuando se conoce la otra. La aplicación de la (5.31) exige conocer el peso del volumen de líquido contenido en la zona del resalto hidráulico. Este problema, llamado *resalto hidráulico en canales inclinados*, ha sido objeto de prolija investigación, pero queda fuera del alcance de este libro. Por esta razón, el tratamiento subsiguiente y las aplicaciones prácticas quedarán restringidos a canales horizontales o de pendiente muy próxima a cero. En este sentido, es preciso advertir que su empleo para estas últimas, induce un error que se incrementa con el aumento de la pendiente.

A partir de esto, se procede a continuación a deducir ecuaciones explícitas del resalto hidráulico, basadas en tipos específicos de secciones transversales y en la medida que su complejidad lo admita.

#### ECUACIÓN DE RESALTO HIDRÁULICO EN UN CANAL RECTANGULAR

De la (5.18) en la (5.32) y acorde a la hipótesis iv), se tiene:

$$\frac{Q^2}{gby_1} + \frac{1}{2}by_1^2 = \frac{Q^2}{gby_2} + \frac{1}{2}by_2^2$$

Después de separar las componentes potencial y cinética:

$$\frac{b}{2}(y_1^2 - y_2^2) = \frac{Q^2}{gb} \left( \frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1} \right)$$

Que resulta equivalente a:

$$\frac{b}{2}(y_1 - y_2)(y_1 + y_2) = \frac{Q^2}{gb} \left( \frac{y_1 - y_2}{y_1 y_2} \right)$$

Al simplificar queda:

$$\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \frac{Q^2}{gb^2} \left( \frac{1}{y_1 y_2} \right) \tag{5.35.}$$

O también:

$$\frac{I}{2}(y_1 + y_2) = \frac{Q^2}{gb^2 y_2^3} \left( \frac{y_2^2}{y_1} \right)$$

El primer factor del miembro derecho es el número de Froude:

$$\frac{Q^2}{gb^2 y_2^3} = \frac{V^2}{gy_2} = F_2^2$$

Al substituir este resultado en la anterior expresión, así como dividirla a ambos lados entre  $1/2$  se llega a:

$$\frac{I}{2} \left( \frac{y_1}{y_2} + \frac{y_2}{y_2} \right) = F_2^2 \left( \frac{y_2}{y_1} \right)$$

Una vez se despeja el número de Froude:

$$\frac{I}{2} \left( \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 + \left( \frac{y_1}{y_2} \right) \right) = F_2^2$$

En seguida de reorganizar un poco, se arriba a la ecuación cuadrática:

$$\left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 + \left( \frac{y_1}{y_2} \right) - 2F_2^2 = 0$$

Cuya solución es:

$$\left( \frac{y_1}{y_2} \right) = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8F_2^2}}{2}$$

Para que la raíz sea positiva (única hidráulicamente admisible), es imprescindible que:

$$\sqrt{1 + 8F_2^2} > 0$$

En consecuencia, se desecha el signo negativo que precede al radical, y así la expresión buscada es:

$$\left( \frac{y_1}{y_2} \right) = \frac{I}{2} \left( \sqrt{1 + 8F_2^2} - 1 \right)$$

O en una presentación más práctica:

$$y_1 = \frac{y_2}{2} \left( \sqrt{I + 8F_2^2} - I \right) \quad (5.36.)$$

Esta ecuación permite calcular la profundidad seciente supercrítica de un resalto hidráulico formado en un canal rectangular, una vez que se conoce la subcrítica.

A través de un procedimiento completamente similar, se deduce la expresión inversa, que hace posible hallar la profundidad seciente subcrítica cuando se tiene la supercrítica:

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left( \sqrt{I + 8F_1^2} - I \right) \quad (5.37.)$$

### ECUACIÓN DE RESALTO HIDRÁULICO EN UN CANAL TRIANGULAR

De un modo semejante se puede arribar a la siguiente ecuación del resalto hidráulico en un canal triangular:

$$\left( \frac{y_1}{y_2} \right)^4 + \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^3 + \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 - \frac{3}{2} F_2^2 \left( \frac{y_1}{y_2} \right) - \frac{3}{2} F_2^2 = 0 \quad (5.38.)$$

Este polinomio de cuarto grado sirve para determinar la profundidad seciente supercrítica cuando se conoce la subcrítica.

No existe una solución en términos de una fórmula explícita para este tipo de polinomios, como sí sucede para la ecuación cuadrática, y aún para la cúbica. Por tanto, el único camino práctico es mediante un procedimiento numérico, el cual equivale, en resumidas cuentas, a resolver la (5.32).

Se debe obrar de igual manera, para resolver la ecuación del resalto hidráulico en el resto de las secciones transversales<sup>257</sup>.

### 5.3.3 APLICACIONES DEL RESALTO HIDRÁULICO

El resalto hidráulico tiene numerosas aplicaciones en el campo de la ingeniería hidráulica. Las más importantes son:

1. Como disipador de energía. El impacto que crea al resalto hidráulico desvía cantidades de energía hacia la formación de pequeños vórtices, de suerte que el flujo saliente de él registra una disminución en su energía (figura 5.7). Esto es:

$$E_2 < E_1$$

---

<sup>257</sup> En la bibliografía antigua, se incluían gráficos para determinar las profundidades secientes de un resalto hidráulico en canales con diferentes secciones transversales. Hoy en día, con el creciente avance en el cálculo electrónico, este tipo de metodología tiende a caer en desuso.

La energía disipada por el resalto hidráulico puede estimarse de modo indirecto, por medio del principio de conservación de la energía. En el caso de un canal horizontal:

$$\Delta E = E_1 - E_2 \quad (5.39.)$$

La capacidad del resalto hidráulico como disipador de energía, se aprecia mejor si se introduce el concepto de eficiencia disipativa,  $\eta$ . Se define como<sup>258</sup>:

$$\eta = \frac{\Delta E}{E_1} \quad (5.40.)$$

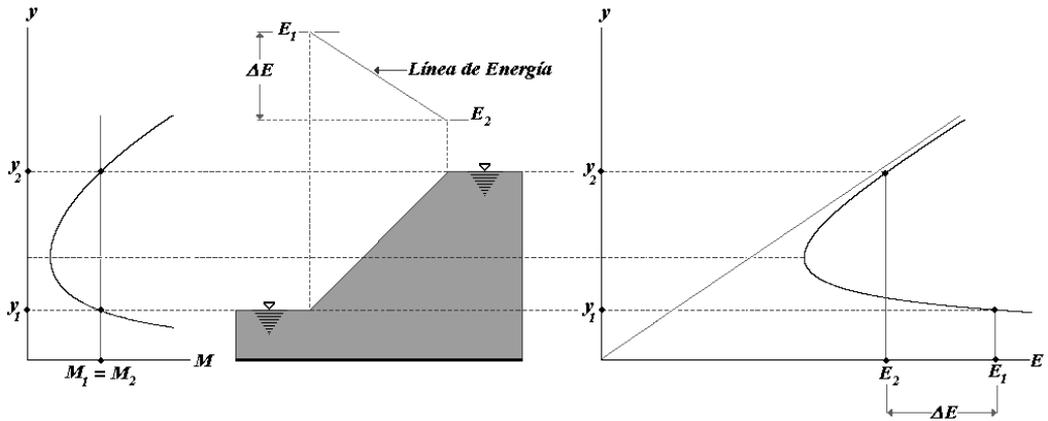


FIGURA 5.7

Vista en esta forma, representa la capacidad que posee el resalto hidráulico, para aniquilar la energía de que disponía la corriente a la entrada de aquel.

De la (5.39):

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1}$$

Acorde a la (5.40):

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \quad (5.41.)$$

O de manera equivalente:

<sup>258</sup> Se conoce también como *porcentaje de energía disipada*.

$$\eta = 1 - \frac{E_2}{E_1} \quad (5.42.)$$

La (5.42) lleva a reformular el principio de conservación de la energía, para aplicarlo directamente a un resalto hidráulico en que se conoce, o se presupone, su eficiencia:

$$E_2 = (1 - \eta)E_1 \quad (5.43.)$$

Es claro que cabe interpretar el término  $(1 - \eta)$  como una medida de la pérdida de energía.

En el caso de un canal rectangular, la pérdida de energía del resalto hidráulico se deja expresar en función de las profundidades secuentes. Para ello se parte de la (5.39) y la (2.44), expresadas para una distribución uniforme de velocidades:

$$\Delta E = y_1 + \frac{Q^2}{2gb^2 y_1^2} - y_2 - \frac{Q^2}{2gb^2 y_2^2}$$

Una vez se agrupan las componentes cinética y potencial:

$$\Delta E = y_1 - y_2 + \frac{Q^2}{2gb^2} \left( \frac{y_2^2 - y_1^2}{y_1^2 y_2^2} \right)$$

El caudal admite otra manera de formularlo, con base en la (5.35):

$$\frac{Q^2}{gb^2} = \frac{y_1 y_2}{2} (y_1 + y_2)$$

Al reemplazar ésta en la anterior, se obtiene:

$$\Delta E = y_1 - y_2 + \frac{y_1 y_2}{4} (y_1 + y_2) \left( \frac{y_2^2 - y_1^2}{y_1^2 y_2^2} \right)$$

En los dos pasos siguientes, se procede a simplificar un poco:

$$\Delta E = \frac{4y_1 y_2 (y_1 - y_2) + (y_1 + y_2)(y_2^2 - y_1^2)}{4y_1 y_2}$$

$$\Delta E = \frac{3y_1^2 y_2 - 3y_2^2 y_1 - y_1^3 + y_2^3}{4y_1 y_2}$$

Finalmente, después de factorizar el numerador, se llega a:

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \quad (5.44.)$$

Que también se puede escribir así, según la (5.29):

$$\Delta E = \frac{h_R^3}{4y_1 y_2}$$

De aquí se desprende que:

*En un canal rectangular, la energía disipada por el resalto hidráulico es proporcional a su altura.*

2. En riegos, para facilitar el tránsito de un flujo de nivel bajo a otro alto. En este sentido, resulta conveniente introducir otro tipo de eficiencia,  $\eta'$ . Se define como la relación entre el cambio de la energía potencial y el de la energía cinética:

$$\eta' = \frac{\frac{y_2 - y_1}{\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}}}{\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}} \quad (5.45.)$$

En el caso de una sección rectangular, esta expresión se deja transformar todavía más.

La (5.35):

$$\frac{I}{2}(y_1 + y_2) = \frac{Q^2}{gb^2} \left( \frac{I}{y_1 y_2} \right)$$

Debidamente manipulada permite expresar las dos cargas cinéticas de la (5.45) en función de las profundidades secuentes.

Para ello, se introduce repetidamente una profundidad en el primer factor del miembro derecho y se dividen entre 2 ambas expresiones resultantes:

$$\frac{I}{4y_1}(y_1 + y_2) = \frac{Q^2}{2gb^2 y_1^2} \left( \frac{I}{y_2} \right)$$

$$\frac{I}{4y_2}(y_1 + y_2) = \frac{Q^2}{2gb^2 y_2^2} \left( \frac{I}{y_1} \right)$$

El primer factor del miembro derecho corresponde a la carga cinética. Luego:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{y_2}{4y_1}(y_1 + y_2)$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{y_1}{4y_2}(y_1 + y_2)$$

En seguida de restar miembro a miembro las dos últimas ecuaciones, se obtiene:

$$\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = \frac{y_2}{4y_1}(y_1 + y_2) - \frac{y_1}{4y_2}(y_1 + y_2)$$

Que es equivalente a:

$$\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = (y_1 + y_2) \left( \frac{y_2}{4y_1} - \frac{y_1}{4y_2} \right)$$

O también:

$$\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = (y_1 + y_2) \left( \frac{y_2^2 - y_1^2}{4y_1y_2} \right)$$

Al ser substituido en la (5.45), este resultado da:

$$\eta' = \frac{y_2 - y_1}{(y_1 + y_2) \left( \frac{y_2^2 - y_1^2}{4y_1y_2} \right)}$$

Una vez se factoriza y se simplifica, se arriba finalmente a la:

$$\eta' = \frac{4y_1y_2}{(y_1 + y_2)^2} \tag{5.46.}$$

3. En los procesos de potabilización del agua, como mezclador de los productos químicos que se adicionan para desinfectarla y flocularla. Se aprovecha la turbulencia de alta escala inducida por el resalto hidráulico, que favorece la repartición homogénea de los aditivos suministrados<sup>259</sup>.

4. Para mejorar la capacidad aeróbica del agua, al recibir cantidades adicionales de oxígeno disuelto (espuma).

---

<sup>259</sup> En este sentido, un resalto hidráulico produce los mismos efectos que una licuadora.

### EJEMPLO 5.2

Calcular la potencia hidráulica que disipa el resalto hidráulico del Ejemplo 4.1, cuya figura se adiciona aquí.

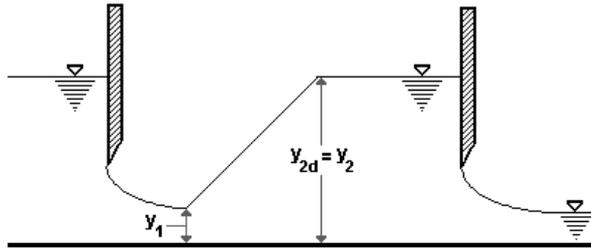
SOLUCIÓN

Los datos por emplear, son los siguientes:

$$Q = 2.5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 4 \text{ m}$$

$$a = 0.2 \text{ m}$$



En aquel ejemplo, se determinó la profundidad aguas arriba de la compuerta de abajo:

$$y_{2d} = 1.437 \text{ m}$$

Esta profundidad se hace equivalente a la secunte subcrítica del resalto hidráulico:

$$y_2 = 1.437 \text{ m}$$

El número de Froude correspondiente es:

$$F_2 = 0.116$$

La (5.36) hace posible calcular la profundidad secunte supercrítica:

$$y_1 = \frac{y_2}{2} \left( \sqrt{1 + 8F_2^2} - 1 \right) = \frac{1.437}{2} \left( \sqrt{1 + 8 \times 0.116^2} - 1 \right) = 0.038 \text{ m}$$

Se requiere ahora evaluar la energía que disipa el resalto hidráulico. Para ello, se deben primero establecer las energías específicas de las dos profundidades secuentes:

$$E_1(0.038) = 14.133 \text{ m}$$

$$E_2(1.437) = 1.446 \text{ m}$$

El resalto hidráulico disipa, en consecuencia, la siguiente energía específica<sup>260</sup> (ecuación 5.39):

$$\Delta E = 14.133 - 1.446 = 12.687 \text{ m}$$

De la expresión (5.40), se obtiene la eficiencia del resalto hidráulico:

$$\eta = \frac{12.687}{14.133} = 0.898^{261}$$

La potencia hidráulica ganada o cedida se define mediante la expresión<sup>262</sup>:

$$P = \gamma QH$$

En el caso del resalto hidráulico, éste cede energía. Se utiliza, por tanto,  $\Delta E$  en lugar de  $H$ :

$$P = \gamma Q \Delta E$$

Después de reemplazar por los valores correspondientes, se obtiene el resultado buscado:

$$P = 9800 \times 2.5 \times 12.687 = 310832 \text{ [ kfm}^{-3} \times \text{m}^3 \text{s}^{-1} \times \text{m} ]} = 310832 \text{ W}$$

Ésta es la potencia que continuamente disipa el resalto hidráulico. Como ayuda para entender su significado, piénsese que ella serviría para mantener encendidas 3108 bombillas de 100 W.

### 5.3.4 TIPOS DE RESALTO HIDRÁULICO

La figura 1.32, o la figura 5.5 representan imágenes bastante idealizadas de un resalto hidráulico. Ello, porque en ambas se observan las siguientes características:

1. Una superficie libre bien definida (se marca el sentido abrupto del resalto hidráulico).
2. Se trata de resaltos hidráulicos cuya ubicación es fija en el canal.
3. Una apreciable diferencia entre las dos profundidades secuentes ( $y_2 \gg y_1$ ). Ésta lleva a una consecuencia interesante:

$$F_1 \gg F_2 \Rightarrow$$

$$\frac{F_1}{F_2} \gg 1$$

---

<sup>260</sup> Con esto propósito se puede también aplicar directamente la (5.44).

<sup>261</sup> Se acostumbra expresarla también en porcentaje. En este caso, 89.8%.

<sup>262</sup> Este concepto se adquiere en los cursos de mecánica de fluidos.

O también, según la definición del número de Froude (ecuación 3.7):

$$\frac{A_2 \sqrt{D_2}}{A_1 \sqrt{D_1}} \gg 1$$

En la situación particular de un resalto hidráulico en canal rectangular, se puede probar que ambos números de Froude están relacionados de acuerdo con la expresión:

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2} = \sqrt{\frac{y_2}{y_1}} \quad (5.47.)$$

Y en la de un canal triangular simétrico:

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2} = \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^{\frac{5}{2}} \quad (5.48.)$$

De ambas se desprende que la superioridad de la profundidad secunte subcrítica con respecto a la supercrítica, garantiza una mayor cantidad de energía disipada por un resalto hidráulico<sup>263</sup>.

Más allá del caso particular citado en la característica 3, queda abierta la posibilidad de formar otros tipos de resalto hidráulico (no tan marcadamente definidos), en función de la intensidad del flujo supercrítico y el subcrítico.

En un esfuerzo por caracterizar los diversos tipos de resalto hidráulico, el U.S Bureau of Reclamation ha propuesto una clasificación para resaltos hidráulicos en canales horizontales. Para ello, usa como criterio el número de Froude de aguas arriba<sup>264</sup>:

$\mathcal{F}_1 = 1$  No se crea un resalto hidráulico.

$1 < \mathcal{F}_1 \leq 1.7$  Aparecen pequeñas olas superpuestas sobre la superficie libre. Se denomina *resalto hidráulico ondular*.

$1.7 < \mathcal{F}_1 \leq 2.5$  Se observa una vorticidad más acentuada en el interior del resalto hidráulico. Sin embargo, la superficie libre de aguas abajo se percibe aún tranquila. La disipación es baja. Se conoce como *resalto hidráulico débil*.

$2.5 < \mathcal{F}_1 \leq 4.5$  El chorro supercrítico presenta oscilaciones. Esto induce alguna inestabilidad; de ahí que se hable de un *resalto hidráulico oscilante*.

<sup>263</sup> Ver la 5.44 en el caso de un resalto hidráulico en un canal rectangular.

<sup>264</sup> Ver [1].

$4.5 < F_1 \leq 9$  El resalto hidráulico se comporta de modo bastante estable. Se le designa, por consiguiente, *resalto hidráulico permanente*. La disipación de energía se sitúa entre un 45% y 70%.

$F_1 > 9$  La disipación de energía alcanza valores de hasta el 85%. Se le llama *resalto hidráulico fuerte*.

Se desprende de esta clasificación, que un resalto hidráulico queda mejor definido en tanto la energía disipada sea más apreciable. Por otra parte, los resaltos hidráulicos citados como ejemplo, al principio de esta sección, se identifican, aproximadamente, con el resalto hidráulico permanente o con el fuerte.

Un importante aporte de esta clasificación, es que permite distinguir en qué clase de resaltos hidráulicos es factible servirse de expresiones empíricas para cuantificar su longitud. Para canales rectangulares y horizontales, Graf<sup>265</sup> cita esta:

$$5 < \frac{l_R}{h_R} < 7 \quad (5.49.)$$

Aplicable en aquellos casos en que el número de Froude supere el valor de 1.7.

Por su parte, Henderson<sup>266</sup> aporta esta otra, aplicable, así mismo, a canales rectangulares y horizontales:

$$l_R = 6.1y_2 \quad (5.50.)$$

Valida para el rango:

$$4.5 < F_1 \leq 13$$

Esto es, para un resalto hidráulico de tipo estable. También para algunos fuertes.

## 5.4 EJERCICIOS PROPUESTOS

En los ejercicios siguientes, supóngase que: 1) El flujo es permanente. 2) Se pueden ignorar las pérdidas hidráulicas, excepto las contempladas en los coeficientes de las estructuras para control de flujo. Se puede, además, suponer los valores de los coeficientes de Coriolis y Boussinosq, en caso de ser necesario.

5.4.1 Se halla ubicada una compuerta en un punto de un canal rectangular horizontal. Hallar la fuerza total que soportan sus guías.

---

<sup>265</sup> Ver [2].

Datos:

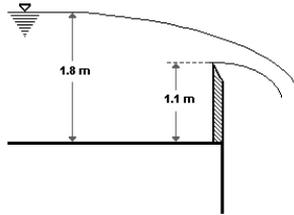
$$Q = 1.5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 2 \text{ m}$$

$$y_2 = 0.595 \text{ m}$$

$$a = 0.23 \text{ m}$$

5.4.2 Se ha instalado un vertedero rectangular para aforos en el extremo de aguas abajo de un canal rectangular. Determinar la fuerza que debe suministrar la cimentación para evitar que el vertedero sea arrastrado por la corriente.



Datos:

$$B = 1 \text{ m}$$

$$b = 1.5 \text{ m}$$

$$e = 0.10 \text{ m}$$

5.4.3 Fluye agua a través de un canal rectangular. Se ha colocado allí un escalón positivo de altura  $\Delta Z$ . Si el ancho del canal es constante, probar que la fuerza por unidad de ancho que ejerce el agua sobre el escalón, está dada por la expresión:

$$F_{\text{agua/escalón}} = \frac{\gamma (1-r)^3 + 4r\Delta Z'}{2(1+r)} y_2^2$$

En donde  $\Delta Z' = \Delta Z / y_2$ ,  $r = y_1 / y_2$ .

5.4.4 Deducir la ecuación del resalto hidráulico que se forma en un canal triangular horizontal. Esto es, la expresión (5.38).

5.4.5 Obtener la ecuación (5.47) que relaciona los números de Froude en un resalto hidráulico de un canal rectangular. Repetir el procedimiento para un canal triangular (ecuación 5.48).

5.4.6 Se ha construido un vertedero en cierta parte de un canal rectangular horizontal. Determinar:

---

<sup>266</sup> Ver [3].

- a. La altura mínima del vertedero, necesaria para inducir un resalto hidráulico en la zona de aguas arriba del vertedero. Se conoce la profundidad secunete supercrítica.
- b. La energía disipada por el resalto.

Datos:

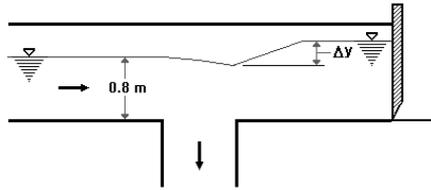
$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 2 \text{ m}$$

$$y_1 = 0.275 \text{ m}$$

$$e = 0.5 \text{ m}$$

5.4.7 A través de una conducción circular de diámetro  $d_o$  fluye agua. En un cierto punto aguas abajo, actúa una compuerta que interrumpe el flujo y lo obliga a derivar hacia un pozo vertical. De este modo, la corriente queda represada en la conducción. Se pide establecer el valor del realce,  $\Delta y$ , provocado por el cierre de la compuerta. Para resolver el ejercicio se debe tener en cuenta que se producen valores altos de pérdida de energía, al impactar el flujo contra la compuerta<sup>267</sup>.



Datos:

$$Q = 4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$d_o = 1.75 \text{ m}$$

5.4.8 Sobre un canal circular horizontal,  $d_o$ , se ha creado un resalto hidráulico. Calcular el porcentaje de la energía disipada por el resalto hidráulico.

Datos:

$$Q = 0.75 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$d_o = 1.5 \text{ m}$$

$$y_1 = 0.2 \text{ m}$$

5.4.9 Un resalto hidráulico se establece dentro de un canal horizontal de sección triangular. Calcular el caudal que transporta el canal.

Datos:

<sup>267</sup> Se trata de un proceso similar al que se presenta con un resalto hidráulico. Considerar que la conducción es horizontal.

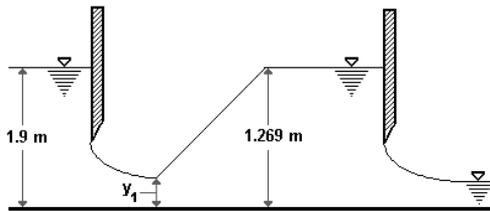
$$z = 1$$

$$y_1 = 0.328 \text{ m}$$

$$y_2 = 0.656 \text{ m}$$

5.4.10. Un canal rectangular ( $b = 3 \text{ m}$ ) horizontal posee dos compuertas. A la salida de la de aguas arriba, a partir de la sección contraída, comienza a formarse un resalto hidráulico cuya profundidad secuente subcrítica se conoce. Determinar:

- El valor requerido de las aperturas para crear el resalto hidráulico (suponer que  $a_1 = a_2$ ).
- El caudal que transporta el canal.
- La longitud, a partir de la compuerta, donde se localiza la sección de entrada al resalto hidráulico.



5.4.11 En un canal horizontal rectangular opera una compuerta plana vertical. Un poco más abajo de ésta, el canal rectangular atraviesa un terraplén mediante un tubo de diámetro  $d_o = b$ . Suponer que la profundidad contraída de la compuerta, se configura en el punto donde se da el cambio de sección transversal. Cuál es la apertura que se debe dar a la compuerta, para inducir un resalto hidráulico en el tubo, tal que disipe el 40% de la energía.

Datos:

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

5.4.12 Se ha creado un resalto hidráulico en un canal circular horizontal. Hallar las profundidades secuentes del resalto hidráulico.

Datos:

$$Q = 0.75 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$d_o = 1.5 \text{ m}$$

$$\eta = 0.5$$

5.4.13 Dentro de un canal horizontal trapezoidal se ha establecido un resalto hidráulico. Calcular la potencia que consigue disipar.

Datos:

$$Q = 3.75 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$z = 2$$

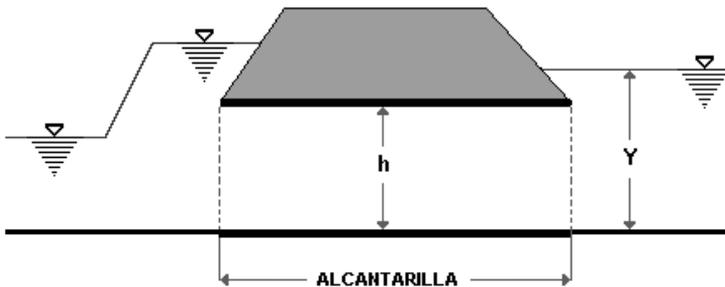
$$F_1 = 14.52$$

5.4.14 Un canal rectangular  $b$  transporta un caudal  $Q$ . Debido a la necesidad de superar un terraplén, debe transformarse en una alcantarilla de sección rectangular  $b \times h$ . Una vez allí, la corriente se presuriza, y al terminar de pasarla descarga en la atmósfera. A partir de ahí, prosigue como flujo a superficie libre de profundidad  $Y$ .

Se sabe que la corriente aguas arriba de la alcantarilla es supercrítica, con  $F_1 = 3$ . Además, que la carga formada a la entrada del orificio produce un resalto hidráulico. También que el canal es horizontal.

Si se conoce el coeficiente de descarga del orificio,  $C_D$ , determínese el caudal unitario,  $q$ , como una función de  $\alpha$ ,  $g$ ,  $C_D$ ,  $Y$ ,  $h$ .

Se debe tomar en consideración que la descarga del orificio se halla sumergida<sup>268</sup>.



5.4.15 Construir curvas que vinculen la relación entre los números de Froude de las profundidades secuentes con la altura, longitud y potencia disipada por un resalto hidráulico en un canal rectangular horizontal. Utilizar el rango  $4.5 < F_1 \leq 13$  de la clasificación detallada en la sección 5.3.4.

#### REFERENCIAS

- [1] Ven Te Chow (1959): *Open Hydraulics Channels*; Mc Graw Hill Inc., New York.
- [2] Walther Graf (1968): *Fluvial Hydraulics*; John Wiley and Sons, New York.
- [3] F. M. Henderson (1966): *Open Channel Flow*; Macmillian Inc., New York.
- [4] G. Sotelo D. (1977): *Hidráulica General, Volumen 1*; Limusa, Méjico.

<sup>268</sup> Ver [4].



## 6.

# FLUJO UNIFORME

Cuando se inicia el estudio de flujo uniforme y se percibe la cantidad de condiciones que requiere para su formación en un canal, se tiene la sensación de que se trata de algo exótico; de difícil verificación en la práctica. Por ello se podría pensar que su interés queda restringido al estudio teórico de la hidráulica y por tanto, que ocuparía un papel secundario en aspectos aplicativos. Nada más alejado de la realidad. Es cierto que es difícil observarlo, más allá del laboratorio, pero los conceptos que engloba resultan invaluable para el diseño de canales y para el cálculo de su superficie libre.

La aplicación del flujo uniforme se articula alrededor de su ecuación. A raíz de su publicación (siglo XIX) surge la necesidad de tomar en cuenta la resistencia que desarrolla la corriente. De esta manera aparece en la hidráulica de canales un coeficiente para evaluarla. Inicialmente con la denominación de coeficiente de resistencia de Chezy y de Manning posteriormente. El enfoque especialmente práctico, inherente a la hidráulica, ha llevado la estimación del coeficiente de Manning a una gran simplificación, en particular en el caso de los canales prismáticos. Incluso, más allá del logrado por su similar de la hidráulica de tuberías, el factor de fricción. En los canales naturales, donde el coeficiente de Manning práctico refleja también la influencia de la resistencia por forma, los métodos existentes son aún rudimentarios; esencialmente cualitativos y muy imprecisos. Es un problema abierto, a la espera de unas metodologías más apropiadas.

El régimen uniforme y el crítico mirados en conjunto permiten crear una nueva clasificación para los canales, basada ahora en su funcionamiento. Así mismo, introducir la noción de zona de un canal, es decir la faja por donde debe obligatoriamente acomodarse la corriente. Estos dos conceptos se consideran fundamentales para el cálculo del flujo gradualmente variado, por abordar en el próximo capítulo.

## 6.1 CARACTERÍSTICAS

En el capítulo 1 se introdujo el concepto de flujo uniforme. La producción de éste requiere que el canal sea prismático y largo. La primera condición sirve para garantizar que la profundidad y la velocidad<sup>269</sup> se mantengan constantes a lo largo del canal. La segunda, para proveer el espacio suficiente que permita a la corriente evolucionar desde rápidamente variada hasta uniforme.

Se trata, sin duda, de unas condiciones bastante exigentes y muchas veces difíciles de verificar en la práctica. Aunque parezca sorprendente, este hecho no resulta tan significativo para la hidráulica de canales, como debiera serlo, ya que la mayor potencialidad de la teoría del régimen uniforme se halla en su utilidad como un concepto auxiliar que participa en numerosas aplicaciones. Por ello, es conveniente hacerse a la idea que será necesario aplicar esta noción en canales no prismáticos. En el momento oportuno se mostrará cómo, y se recalcará este aspecto.

Las condiciones hidráulicas del flujo uniforme se representan usualmente por medio de los siguientes símbolos:

$$y_o, y_N$$

$$V_o, V_N$$

Esto es, la profundidad y velocidad que tendría la corriente si fuera uniforme.

El régimen uniforme requiere de otras nociones para caracterizarlo completamente.

A este respecto, considérese un flujo uniforme (figura 6.1). Se va a probar que en esta situación son iguales la pendiente del canal, de la superficie libre y de la línea de energía.

De acuerdo con el principio de conservación de la energía:

$$H_1 = H_2 + \Delta H$$

Que puede expresarse también en términos de la energía específica:

$$Z_1 + E_1 = Z_2 + E_2 + \Delta H \quad (6.1)$$

Al ser uniforme el régimen, se obtiene que:

$$V_1 = V_2$$

$$y_1 = y_2$$

En consecuencia, las energías específicas son iguales. De esto se sigue que en la (6.1):

---

<sup>269</sup> Se emplea a menudo el término *condición hidráulica* como sinónimo de velocidad y presión (profundidad), tomados en conjunto.

$$Z_1 - Z_2 = \Delta H$$

O también:

$$\Delta Z = \Delta H \tag{6.2.}$$

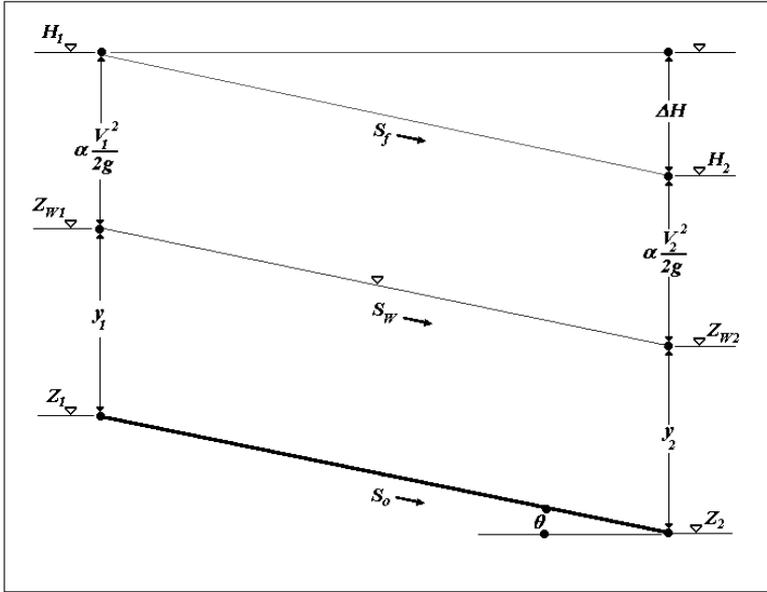


FIGURA 6.1

Este resultado es fundamental desde el punto de vista teórico, pues explica como se establece una corriente uniforme:

*El flujo uniforme se produce cuando la energía disipada iguala a la energía disponible para propiciar el movimiento (potencial gravitatoria). En este hecho se encuentra la justificación a la necesidad que el canal sea largo: para propiciar el espacio suficiente para completar conversión. Así: en régimen supercrítico, la energía cedida comienza a aumentar a partir del control hidráulico. Lo contrario sucede en el subcrítico.*

Al dividir la (6.2) entre la longitud del tramo de canal,  $\Delta s$ :

$$\frac{\Delta Z}{\Delta s} = \frac{\Delta H}{\Delta s}$$

El miembro izquierdo de esta expresión equivale a la pendiente del fondo del canal, y el derecho a la de la línea de energía:

$$S_o = S_f \tag{6.3.}$$

Es posible reformular la (6.1), si se escribe la energía específica en función de sus componentes:

$$Z_1 + y_1 + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$

Ambas cargas cinéticas son iguales, en virtud de la condición de flujo uniforme. Por tanto:

$$Z_1 + y_1 = Z_2 + y_2 + \Delta H$$

Conforme a la (1.3) se obtiene ahora la ecuación equivalente:

$$ZW_1 = ZW_2 + \Delta H$$

Que puede ser reescrita del siguiente modo:

$$\Delta ZW = \Delta H \tag{6.4}$$

Después de dividir en ésta ambos miembros entre la longitud del tramo de canal,  $\Delta s$ :

$$\frac{\Delta ZW}{\Delta s} = \frac{\Delta H}{\Delta s}$$

El miembro izquierdo corresponde a la pendiente de la superficie libre. Por tanto, la anterior expresión puede reescribirse así:

$$S_w = S_f \tag{6.5}$$

Finalmente, la (6.3) y la (6.5) en conjunto llevan a concluir:

$$S_w = S_f = S_o \tag{6.6}$$

## 6.2 CÁLCULO DEL FLUJO UNIFORME

### 6.2.1 ECUACIÓN DEL FLUJO UNIFORME

Considérese el volumen de control asociado a una corriente uniforme (figura 6.2). Se hace uso en él de una superficie de control del tipo 2.

Se puede escribir la ecuación de conservación de momentum lineal asociada a él, de acuerdo con la (5.9), la (5.12) y con  $\beta = 1$ <sup>270</sup>:

---

<sup>270</sup> Es evidente que el valor del coeficiente de Coriolis es uno para una corriente uniforme.

$$\left( \frac{Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{\zeta}_2 \right) - \left( \frac{Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{\zeta}_1 \right) = \frac{dW \text{sen} \theta - F_\tau}{\gamma}$$

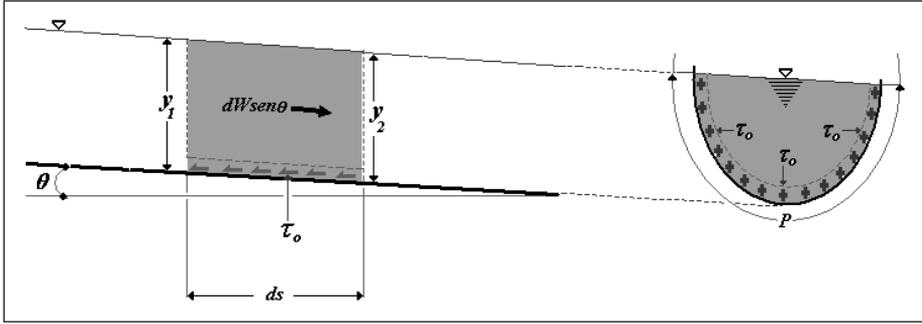


FIGURA 6.2

La condición de régimen uniforme conduce a las siguientes igualdades:

$$A_1 = A_2 \Rightarrow$$

$$\bar{\zeta}_1 = \bar{\zeta}_2 \Rightarrow$$

$$A_1 \bar{\zeta}_1 = A_2 \bar{\zeta}_2$$

De aquí se sigue que ambas funciones de momento son iguales:

$$\frac{Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{\zeta}_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{\zeta}_2$$

Y la ecuación de momentum se simplifica en:

$$\frac{dW \text{sen} \theta - F_\tau}{\gamma} = 0$$

Esto es, que el flujo de cantidad de movimiento se anula en una corriente uniforme.

La anterior expresión se puede reducir aún más:

$$dW \text{sen} \theta - F_\tau = 0$$

O:

$$dW \text{sen} \theta = F_\tau \tag{6.7.}$$

Este resultado es equivalente al (6.3). Se trata de otra manera de interpretar el desarrollo del régimen uniforme; quizá más clara<sup>271</sup>:

<sup>271</sup> No se debe perder de vista que todos los argumentos que se exponen a continuación son válidos para canales que pueden desarrollar flujo uniforme.

*Una corriente uniforme se crea cuando la fuerza que induce el movimiento (la gravitatoria) se iguala con la fuerza que lo resiste (la debida a la tensión de corte de pared).*

*En el caso de un flujo supercrítico, la fuerza gravitatoria  $F_g$  favorece un incremento paulatino de la velocidad (la corriente se acelera), el cual aumenta simultáneamente la fuerza de resistencia, hasta que se igualan ambas en un punto de aguas abajo. Simbólicamente:*

$$F_g \rightarrow F_\tau$$

*En régimen subcrítico, la corriente se percibe más lenta desde el control hidráulico hacia aguas arriba. La fuerza que resiste el movimiento se debilita en la misma dirección, hasta que encuentra su equivalente gravitatoria en algún punto de esa zona. Simbólicamente:*

$$F_g \leftarrow F_\tau$$

Se desprende de lo anterior que la corriente alcanza una velocidad límite, la del régimen uniforme o velocidad normal,  $V_o$ . Se agrega ésta a la ya citada velocidad crítica (ver sección 3.3.1.1). En consecuencia:

*En flujo subcrítico, la corriente se acelera desde la velocidad normal hasta la crítica. En supercrítico, desde la velocidad crítica hasta la velocidad normal. La velocidad normal es también la máxima posible en régimen supercrítico; la mínima en uno subcrítico<sup>272</sup>.*

Otra importante consecuencia de la (6.7), es que la corriente uniforme no puede formarse en canales horizontales ni de pendiente positiva (adversa)<sup>273</sup>. En el primer caso, no existe la componente de la fuerza gravitatoria que compense la fuerza resistente. En el segundo, ambas tienen el mismo sentido; por ello tampoco es factible alcanzar un equilibrio dinámico.

*El flujo uniforme sólo es alcanzable en canales de pendiente negativa.*

La tensión de corte se encuentra distribuida sobre la superficie de control lateral<sup>274</sup>, o área lateral del canal,  $A_L$ . Esto se observa en el diagrama derecho de la figura (6.2). Por consiguiente, la fuerza que resiste a la corriente se evalúa mediante la expresión general:

$$F_\tau = \iint_{A_L} \tau_o dA_L$$

<sup>272</sup> Hay que advertir que la velocidad normal es un límite. En consecuencia, sólo se alcanza cuando concurren las condiciones necesarias para ello.

<sup>273</sup> Así el canal sea largo y prismático.

<sup>274</sup> Tensión de corte de pared.

El carácter uniforme del flujo, entre otras condiciones, requiere que la rugosidad de las paredes y del fondo se distribuya de modo uniforme. Por ello, cabe admitir que es constante la tensión de corte de pared. Por lo tanto, la expresión anterior queda:

$$F_{\tau} = \tau_o \iint_{A_L} dA_L$$

De aquí resulta una integración inmediata:

$$F_{\tau} = \tau_o A_L$$

El área lateral del volumen de control (figura 6.2) se pone en evidencia al desarrollarlo. Se obtiene, en consecuencia, como el producto entre el perímetro mojado de la sección y la longitud del volumen control (figura 6.2):

$$A_L = Pds$$

Con base en este resultado, la fuerza de resistencia al movimiento puede expresarse como:

$$F_{\tau} = \tau_o Pds \tag{6.8.}$$

La fuerza gravitatoria actuante sobre el volumen de control se escribe de la siguiente manera:

$$dW \text{sen}\theta = \gamma d\forall_c \text{sen}\theta$$

El volumen de líquido contenido allí, es:

$$d\forall_c = Ads$$

En canales de pendiente pequeña, es posible realizar la aproximación:

$$S_o \approx \text{sen}\theta$$

Esta pendiente tiene que ser necesariamente positiva, a pesar de tener el canal una negativa, porque  $\text{sen}\theta$  fue definido como positivo para los efectos de aplicación de la ecuación de conservación de momentum lineal.

*La pendiente negativa se utiliza con valor absoluto en las aplicaciones de flujo uniforme<sup>275</sup>.*

Después de llevar todas estas definiciones a la expresión para la fuerza gravitatoria, ésta queda:

---

<sup>275</sup> Como se aclaró ya, los canales con pendiente positiva no pueden establecer flujo uniforme.

$$dW_{sen\theta} = \gamma A ds S_o \quad (6.9.)$$

La (6.9) y la (6.8) en la (6.7) producen:

$$\tau_o P ds = \gamma A ds S_o$$

Al simplificar, resulta:

$$\tau_o = \gamma \frac{A}{P} S_o$$

Que es equivalente a:

$$\tau_o = \gamma R_H S_o \quad (6.10.)$$

Se demuestra en la mecánica de fluidos<sup>276</sup> que la tensión de corte de pared se puede también formular como:

$$\tau_o = C_d \rho \frac{V^2}{2}$$

El coeficiente  $C_d$  toma en cuenta conjuntamente el arrastre hidrodinámico por fricción,  $C_{d_f}$ , y por forma,  $C_{d_e}$ . Esto es:

$$C_d = C_{d_f} + C_{d_e}$$

Al reemplazar la expresión para la tensión de corte en la (6.10), se llega a<sup>277</sup>:

$$\rho \frac{V_o^2}{2} C_d = \gamma R_H S_o$$

De ésta se puede despejar rápidamente la velocidad:

$$V_o = \sqrt{\frac{2g}{C_d}} \sqrt{R_H S_o}$$

O de manera más simplificada:

$$V_o = C \sqrt{R_H S_o} \quad (6.11.)$$

<sup>276</sup> Ver [1].

<sup>277</sup> Obsérvese que de aquí en adelante la velocidad representada es como la normal.

En la que se ha hecho la siguiente sustitución:

$$C = \sqrt{\frac{2g}{C_d}} \quad (6.12.)$$

La (6.11) sirve para calcular la velocidad de la corriente si ésta es uniforme. Se conoce como *ecuación de Chezy*, y es otra expresión clásica de la hidráulica de canales.

$C$ , el elemento novedoso de la ecuación, es un *coeficiente de resistencia al flujo*<sup>278</sup>, ya que toma en cuenta los efectos disipativos por fricción y por forma, de manera conjunta. No se trata, pues, en este caso, de un coeficiente de fricción únicamente, y en este sentido la hidráulica de canales marca también diferencia con la de tuberías. Se le conoce como *coeficiente de Chezy*.

Al ser la pendiente adimensional, el coeficiente de Chezy no lo es; tiene dimensiones de  $[l^{\frac{1}{2}}t^{-1}]$ .

El cálculo de la velocidad normal, por medio de la ecuación de Chezy, depende del conocimiento del respectivo coeficiente. Éste fue intensamente utilizado en el siglo XIX, y aún se le usa con frecuencia, de manera especial en Europa. Por ello, fue motivo de amplia investigación y se construyó alrededor de él toda una metodología para evaluarlo.

En América, prácticamente no se usa. En su lugar otro, se acude a otro fruto de la investigación de George Manning, quien produjo la siguiente redefinición del coeficiente de Chezy:

$$C = \frac{\varphi}{n} R_H^{\frac{1}{6}} \quad (6.13.)$$

Donde  $n$  se denomina habitualmente *coeficiente de Manning*, o *n de Manning*<sup>279</sup>. Es así mismo otro coeficiente de resistencia al flujo.

$\varphi$  es un factor que permite darle al coeficiente de Manning un valor independiente del sistema de unidades. Por ello, se considera adimensional.  $\varphi = 1.49$  cuando se trabaja en el sistema inglés;  $\varphi = 1$  cuando se emplea el sistema internacional.

Después de substituir la (6.13) en la (6.11) se obtiene la expresión:

$$V_o = \frac{\varphi}{n} R_H^{\frac{1}{6}} R_H^{\frac{1}{2}} \sqrt{S_o}$$

Y finalmente:

<sup>278</sup> Llamado también *C de Chezy*.

<sup>279</sup> También, por antonomasia: el Manning, así, a secas.

$$V_o = \frac{\varphi}{n} R_H^{\frac{2}{3}} S_o^{\frac{1}{2}} \quad (6.14.)^{280}$$

El radio hidráulico debe introducirse en *pies* en el sistema inglés, y así la velocidad se obtiene en  $\text{pie.s}^{-1}$ . En el sistema internacional de unidades, el radio hidráulico en *m* y la velocidad tienen dimensiones  $\text{m.s}^{-1}$ .

La (6.14) es conocida como *ecuación de Manning*. Cabe darle la siguiente interpretación:

*En un canal, la velocidad de la corriente es inversamente proporcional al coeficiente de Manning y directamente proporcional al radio hidráulico y a la pendiente del canal. De aquí se sigue que la ecuación de Manning (o la de Chezy) constituyen la prueba del principio utilizado en la sección 1.2.1.1, para relacionar velocidad y pendiente (ecuación 1.2).*

La (6.14) se torna más útil cuando se reformula en términos del caudal. Para ello se acude a la continuidad:

$$AV_o = \frac{\varphi}{n} AR_H^{\frac{2}{3}} S_o^{\frac{1}{2}}$$

Que es equivalente a:

$$Q = \frac{\varphi}{n} \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right) S_o^{\frac{1}{2}} \quad (6.15.)$$

Llamada también ecuación de Manning, ahora en términos del caudal. Es la *del flujo uniforme*. Además, la más usada hoy en día.

## 6.2.2 PROFUNDIDAD NORMAL

La profundidad correspondiente a la condición uniforme es llamada habitualmente *profundidad normal*. Para hallarla, la ecuación (6.15) se dispone de modo especial<sup>281</sup>:

$$AR_H^{\frac{2}{3}} = \frac{Qn}{\sqrt{S_o}} \quad (6.16.)$$

El miembro izquierdo depende únicamente de los parámetros de la sección y de la profundidad de la misma. Se trata, por tanto, de una nueva propiedad geométrica y se le designa *factor de la sección a flujo uniforme*,  $Z_o$ . En consecuencia:

<sup>280</sup> Comparar con la velocidad crítica  $v_c = \sqrt{gD}$ .

<sup>281</sup> El proceso es bastante similar al seguido para el caso del flujo crítico.

$$Z_o = AR_H^{\frac{2}{3}} \quad (6.17.)$$

De acuerdo con la (6.16), resulta también válida la expresión:

$$Z_o = \frac{Qn}{\sqrt{S_o}} \quad (6.18.)$$

Si se considera que  $Q$ ,  $n$  y  $S_o$  representan también datos de un problema hidráulico, la resolución de la (6.17) determina la profundidad normal.

A diferencia del régimen crítico, no es posible obtener aquí expresiones explícitas, ni siquiera en el caso más simple de la sección transversal rectangular, como se puede comprobar en seguida.

La (6.17) se modifica de la siguiente manera:

$$\left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)^3 = Z_o^3$$

En forma equivalente:

$$\left( \frac{A^5}{P^2} \right) = Z_o^3$$

Una vez se substituye por las expresiones para el área y el perímetro<sup>282</sup>:

$$\frac{b^5 y_o^5}{b^2 + 4by_o + 4y_o^2} = Z_o^3$$

Después de reorganizar convenientemente, se llega a:

$$b^5 y_o^5 - 4Z_o^3 y_o^2 - 4bZ_o^3 y_o - bZ_o^3 = 0$$

Se trata de una ecuación polinómica de grado quinto. Por lo tanto, carece de solución analítica.

De esto se sigue que la profundidad normal debe evaluarse inevitablemente por medio de algún procedimiento numérico.

---

<sup>282</sup> Las expresiones deben formularse en términos de la profundidad normal, al presumirse el flujo uniforme.

## 6.2.3 EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE MANNING

El coeficiente de Manning resume los elementos que inducen resistencia al desarrollo del flujo en un canal. Es decir, la fricción y la forma.

Por ello, su determinación alcanza máxima complejidad en los canales naturales y la mínima en los canales prismáticos. Esta diferencia extrema hace que sea más conveniente exponer de manera separada la metodología relacionada con su evaluación.

### 6.2.3.1 EN CANALES PRISMÁTICOS

La homogeneidad inherente a la noción de canal prismático excluye la producción de algún tipo de pérdida hidráulica por forma dentro de la corriente. Por consiguiente, el coeficiente de Manning es allí independiente de este tipo de influencia. Esto lo convierte automáticamente en un coeficiente de fricción para canales.

*El coeficiente de Manning en canales prismáticos es equivalente a un coeficiente de fricción.*

Los resultados a este respecto de la hidráulica de tuberías constituyen un medio válido para corroborar esta afirmación.

Por ello, se parte de la conocida ecuación de Darcy, en su presentación original para un conducto circular:

$$h_f = \frac{V^2}{2g} \frac{l}{d_o} f$$

Con base en la siguiente substitución:

$$S_f = \frac{h_f}{l}$$

La expresión de Darcy alcanza una representación más adecuada para el propósito:

$$S_f = \frac{V^2}{2g} \frac{l}{d_o} f$$

Cuando se requiere utilizar los resultados de la hidráulica de tuberías en la hidráulica de canales, el diámetro de la conducción se reemplaza por  $4R_H$  (ver sección 1.2.2.6). Dado que se trata de flujo uniforme, la velocidad debe ser la normal y la pendiente de la línea de energía equivale a la del fondo del canal (ecuación 6.3). Estas consideraciones permiten completar la versión de la ecuación de Darcy para un canal con corriente uniforme:

$$S_o = \frac{V_o^2}{2g} \frac{f}{4R_H}$$

De ésta se despeja la velocidad:

$$V_o = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{R_H S_o} \quad (6.19.)$$

La (6.11) y la (6.19) son idénticas, si se verifica que:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (6.20.)$$

Obsérvese como la expresión (6.20) se constituye en una definición precisa del coeficiente de Chezy en el caso de un canal prismático<sup>283</sup>.

En seguida de substituir la (6.20) en la (6.13), se llega a:

$$\sqrt{\frac{8g}{f}} = \phi \frac{R_H^{\frac{1}{6}}}{n}$$

Y de ésta, finalmente:

$$n = \phi \sqrt{\frac{f}{8g}} R_H^{\frac{1}{6}} \quad (6.21.)$$

La (6.21) muestra que el coeficiente de Manning depende del factor de fricción y del radio hidráulico. A través de este último, cabe afirmar que es función también de la profundidad.

Sin embargo, el coeficiente de Manning se manifiesta independiente de la profundidad en canales profundos. Esto puede comprobarse por medio de los siguientes ejemplos:

Canal Rectangular:

$$R_H = \frac{by}{b + 2y}$$

Equivalente a:

$$R_H = \frac{b}{\frac{b}{y} + 2}$$

El efecto de la gran profundidad se expresa, como es habitual, con:

---

<sup>283</sup> Sobre todo, si se piensa que la misma hidráulica de tuberías provee una completa metodología para calcular factores de fricción.

$$\text{Lim } R_H = \frac{b}{2}$$

$$y \rightarrow \infty^+$$

Por tanto, en un canal rectangular profundo la (6.21) llega a ser:

$$n = \phi \sqrt{\frac{f}{8g} \left( \frac{b}{2} \right)^{\frac{1}{6}}} \quad (6.22.)$$

La expresión revela que el coeficiente de Manning es efectivamente constante<sup>284</sup>.

Canal Circular:

La ecuación para el radio hidráulico es, en este caso:

$$R_H = \frac{d_o}{4} \left( 1 - \frac{\text{sen} \phi}{\phi} \right)$$

Si el canal es profundo:

$$\text{Lim } R_H = \frac{d_o}{4}$$

$$\phi \rightarrow 2\pi$$

Este resultado llevado a la (6.21), produce:

$$n = \phi \sqrt{\frac{f}{8g} \left( \frac{d_o}{4} \right)^{\frac{1}{6}}} \quad (6.23.)$$

En este tipo de sección, se confirma que para una gran profundidad el coeficiente de Manning se hace constante.

Pueden hacerse sucesivas comprobaciones para otros tipos de sección transversal.

En fin, el coeficiente de Manning es variable para profundidades relativamente pequeñas y llega a ser constante para profundidades altas. Empero, en la práctica de diseño se hace caso omiso de este vínculo y se utiliza un coeficiente de Manning independiente de la profundidad.

Por lo argumentado hasta acá, resulta evidente la asociación entre el coeficiente de Manning y el factor de fricción,  $f$ .

---

<sup>284</sup> Ya que  $f$  también lo es, pues depende del número de Reynolds y éste del radio hidráulico.

Ahora bien, se sabe de la hidráulica de tuberías que el factor de fricción es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

Un canal posee dimensiones apreciables en la generalidad de las aplicaciones prácticas y así el número de Reynolds adquiere valores elevados. Así mismo, la altura de rugosidad suele ser notoria, de manera que es lícito afirmar que en los canales prismáticos el coeficiente de Manning depende únicamente de la rugosidad superficial<sup>285</sup>.

Experimentalmente se ha determinado este coeficiente para diversos tipos de materiales. En la tabla 6.1 se exhiben los coeficientes de Manning de los más empleados para recubrir canales prismáticos<sup>286</sup>. Así mismo, para canales excavados en tierra o roca. Reflejan sólo la influencia atribuible a la rugosidad superficial y, en consecuencia, ninguna a la forma.

Acero fundido	0.013
Acero galvanizado	0.016
Acero liso	0.012
Asfalto liso	0.013
Bronce liso	0.010
Cemento pulido	0.011
Cemento mortero	0.013
Concreto sin terminar, con formaleta de madera	0.017
Concreto pulido con palustre	0.013
Ladrillo vitrificado	0.013
Madera cepillada	0.012
Madera sin cepillar	0.013
Mampostería de piedra partida cementada	0.025
Mampostería de piedra partida suelta	0.032
Metal- corrugado	0.025
Piedra cortada y acomodada	0.015
PVC	0.010
Roca cortada lisa y uniforme	0.035
Tejas	0.013
Tierra limpia, recién terminado el canal	0.018
Vidrio	0.010

TABLA 6.1

Es bueno anotar que en la medida que los materiales tienen un origen diferente del industrial, la condición de prismático comienza a ser menos precisa ya que la distribución de la rugosidad no resulta tan uniforme, como lo exige el carácter de prismático. Es el caso de los canales excavados, o los de mampostería.

<sup>285</sup> Se trata de la misma noción de *turbulencia total*, empleada en flujo a presión. Resulta aplicable, por tanto, la ecuación de Nikuradse. O también la de Colebrook & White. Ambas con las debidas modificaciones para adaptarlas a la hidráulica de canales. Ver [2].

<sup>286</sup> Valores del coeficiente de Manning para otros materiales pueden observarse en [3] y [4]. Así mismo, un mayor detalle de la tabla que se anexa aquí.

### 6.2.3.2 EN CANALES NO PRISMÁTICOS

A parte del efecto friccional, el coeficiente de Manning debe tomar en cuenta en estos canales las variaciones geométricas del canal que inducen pérdidas por forma. Éstas incrementan en mayor o menor medida el coeficiente de Manning. Se trata esencialmente de las siguientes variables:

1. El grado de irregularidad de la sección transversal del canal, en cuanto a su geometría y tamaño. El efecto suele ser pequeño si los cambios son graduales (canales artificiales), pero alto si son abruptos. Por eso, se debe considerar en canales naturales donde la sección transversal sufre erosión y recibe depósitos de material transportado (sedimento).
2. La presencia de atascamientos provocados por troncos y basuras, así como pilas de puentes y otras estructuras (obstrucciones).
3. Alineamiento del canal. Influye especialmente cuando las curvas tienen un radio pequeño. En esta categoría se incluye también la presencia de meandros.
4. Profundidad y caudal. En canales naturales la corriente discurre por el canal principal durante la estación seca, pero en invierno puede desbordarlo y fluir también dentro de los canales laterales (vegas o llanuras de inundación). Allí encontraría diversas clases de obstáculos, los cuales elevan ampliamente el coeficiente de Manning.
5. Aspecto superficial de la sección transversal. La estructura perimetral básica de una sección transversal de canal está ligada al material que la constituye. En una sección natural, éste es tierra o roca, los cuales aportan, podría decirse así, una rugosidad primaria, que los procesos de erosión y sedimentación<sup>287</sup> tienden a alterar<sup>288</sup>. Crean en ellas depresiones y abultamientos (*barras* y hasta islas). Así mismo, podrían asentarse allí diversos tipos de vegetación, desde hierbas y pequeños arbustos, hasta árboles de variado tamaño. La magnitud y consecuencias de las condiciones citadas hacen que muchas veces esta rugosidad primaria pierda importancia y llegue a convertirse en secundaria, e incluso irrelevante. En estas circunstancias, sería conveniente replantear el concepto tradicional de rugosidad superficial, basado en características del material y sustituirlo por otro: una *rugosidad* en términos de la vegetación y de la inestabilidad de la sección.

Todo lo expuesto deja en claro que en los canales no prismáticos de origen natural, es mucho más acusada la dependencia del coeficiente de Manning de las variables de forma.

La determinación del coeficiente de Manning en estas situaciones debe tomar en cuenta la influencia conjunta de los factores citados. Las metodologías actuales tienen un carácter marcadamente cualitativo y están basadas, de algún modo, en apreciaciones subjetivas de la importancia relativa de éstos.

Intentan, en esencia, acomodar un caso dado a otros ya resueltos.

---

<sup>287</sup> Este concepto incluye también el transporte de rocas de diverso tamaño.

<sup>288</sup> Se trata de aspectos geomorfológicos que afectan la estabilidad de la sección transversal.

Caben en tres categorías:

1. Métodos que parten de un coeficiente de Manning básico. Esto es, el coeficiente que tendría el canal si fuera prismático; por ello es función únicamente de la calidad del material de recubrimiento. Este coeficiente básico debe modificarse sucesivamente según el peso relativo de las variables ligadas a la forma. Éstas se estiman, a criterio del analista, con base en tablas. Es el caso del procedimiento del Servicio de Conservación de Suelos de los Estados Unidos<sup>289</sup> y el de Cowlan<sup>290</sup>. Por ejemplo, en este último el coeficiente de Manning se calcula mediante la expresión empírica:

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) m_5 \quad (6.24.)$$

Con:

$n_0$  Coeficiente de Manning básico.

Los restantes son factores de corrección que consideran las siguientes influencias.

$n_1$  Irregularidad superficial.

$n_2$  Variación del tamaño y geometría de la sección transversal.

$n_3$  Presencia de obstrucciones.

$n_4$  Vegetación y variación estacional del caudal.

$m_5$  Presencia de meandros.

2. Comparación con canales semejantes, por medio de fotografías. En la obra de Ven Te Chow se incluye un pequeño catálogo<sup>291</sup>. El U.S. Geological Survey posee uno aún más extenso, con referencia a ríos de América del Norte<sup>292</sup>.

3. Tablas que describen un sinnúmero de situaciones, las cuales la práctica ha demostrado que son factibles. La más completa, referida constantemente en la literatura, es la de Ven Te Chow. Aporta diversos casos, desde los simples canales prismáticos hasta algunas complejidades de los canales naturales.

En estas tablas se acostumbra presentar el coeficiente de Manning en tres categorías, llamadas: *mínimo*, *normal* y *máximo*. El coeficiente de Manning normal es el que se emplea corrientemente en los cálculos. En el diseño de canales se utilizan los valores extremos, como factores de seguridad. El mínimo, para examinar la posibilidad de socavación de la sección transversal. El máximo, para verificar que ésta sea suficientemente alta para evitar desbordamientos<sup>293</sup>.

---

<sup>289</sup> Ver [3].

<sup>290</sup> Ver [4].

<sup>291</sup> Ver así mismo [3].

<sup>292</sup> Ver [5].

<sup>293</sup> Se utiliza la (6.14). Allí se substituye el coeficiente de Manning mínimo. La velocidad resultante se compara con la máxima que soporta el material de recubrimiento sin producir socavación.

El problema de estos procedimientos es su carácter marcadamente apreciativo, que los hace bastante dependientes de las habilidades derivadas de la experiencia y buen juicio del ingeniero a cargo. Por tanto, llega a ser un proceso casi adivinatorio en aquellos carentes de estas cualidades. Por ello, los resultados logrados podrían ser bastante diferentes de individuo en individuo<sup>294</sup>.

Existe una única metodología de carácter cuantitativo, que infortunadamente no puede aplicarse siempre.

Se trata de un método indirecto, que aprovecha las marcas que las crecientes dejan (a veces) al transitar sobre las paredes de los canales naturales o artificiales. La posibilidad de aplicarlo depende, aparte de la marca, de poder determinar el caudal de la creciente, con una buena precisión<sup>295</sup>.

Con el conocimiento de profundidad y caudal, se aplica un procedimiento cuyas bases se expondrán en el capítulo 7. Mientras tanto, se adelanta que esta metodología parte de suponer un coeficiente de Manning y con él calcular la profundidad en el sitio donde la creciente dejó la marca<sup>296</sup>. La hallada está por encima o por debajo de la registrada en el terreno, de suerte que se trata de un método de ensayo y error, en el que se modifica sucesivamente el coeficiente de Manning hasta que ambos valores coincidan.

Éste es quizás el procedimiento más preciso que existe para estimar el coeficiente de Manning en un canal natural. Supeditada la precisión, claro está, a que pueda cuantificarse acertadamente el caudal y a que se utilicen el mayor número posible de secciones transversales, especialmente en un canal natural<sup>297</sup>.

La evaluación del coeficiente de Manning en canales naturales es un asunto altamente especializado, que requiere de una formación avanzada del ingeniero en temas como la hidrología y la hidráulica fluvial. En consecuencia, queda por fuera de una formación básica en hidráulica de canales.

### 6.2.3.3 CANALES CON RUGOSIDAD VARIABLE

Un canal puede tener su sección transversal recubierta por más de un tipo de material y por ello contar con una rugosidad variable. Esto sucede generalmente en los canales naturales, dado su origen. En canales artificiales, es algo que se hace adrede, con propósitos económicos; el caso de la sección mixta discutida en la sección 1.2.1.1.

La simplificación que es inherente al diseño, prefiere algunas veces emplear un coeficiente

---

<sup>294</sup> A este respecto, el U.S. Soil Conservation Service realiza cursos de entrenamiento para ingenieros que se van a desempeñar en esta labor. Al final se efectúan evaluaciones directamente en el campo. Se cuenta que para un mismo caso, las estimaciones realizadas por los practicantes pueden llegar a diferir hasta en un 25%.

<sup>295</sup> Se requiere para esto conocer la fecha de la creciente y contar con registros hidrológicos suficientes en la cuenca donde se localiza el canal.

<sup>296</sup> Se parte de una profundidad conocida para el caudal; usualmente de algún control hidráulico.

<sup>297</sup> El nivel actual del cálculo electrónico, en cuanto a capacidad y velocidad, contribuye a entregar resultados más refinados.

de Manning único<sup>298</sup>, en lugar de varios de ellos. Se habla, por consiguiente, de un coeficiente de Manning equivalente,  $n_e$ .

El procedimiento para establecer una expresión analítica para su cálculo, parte de definir la zona de influencia de cada tipo de superficie (o de cada coeficiente de Manning). Es algo relativamente simple de delimitar en los canales artificiales, pero muy complicado en los naturales, dada su variabilidad.

Considérese que se conocen el caudal, área, radio hidráulico y pendiente de un canal. Supóngase que en este canal se identifican  $m$  superficies con rugosidades conocidas que permiten definir  $m$  subcanales,  $k$ , cuyos coeficientes de Manning,  $n_k$ , es factible determinar, así como las propiedades particulares  $A_k, P_k, R_{Hk}$ <sup>299</sup>.

El caudal que pasa a través de un subcanal se calcula mediante la (6.15):

$$Q_k = \frac{\sqrt{S_o}}{n_k} \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)_k \quad (6.25.)$$

En virtud del principio de continuidad, el caudal total se expresa como:

$$Q = \sum_{k=1}^m Q_k$$

Después de reemplazar la (6.25) en ésta, se obtiene:

$$Q = \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{S_o}}{n_k} \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)_k$$

La misma (6.15) sirve para evaluar el caudal que pasa por la sección transversal, si se conoce el coeficiente de Manning equivalente:

$$Q = \frac{\sqrt{S_o}}{n_e} \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)$$

Las dos últimas expresiones representan indudablemente el mismo caudal. Luego:

$$\frac{\sqrt{S_o}}{n_e} AR_H^{\frac{2}{3}} = \sqrt{S_o} \sum_{k=1}^m \frac{1}{n_k} \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)_k$$

<sup>298</sup> No obstante, en estudios relacionados con crecientes lo usual es emplear un coeficiente de Manning para el canal central y otro para cada una de las llanuras de inundación.

<sup>299</sup> Se supone que cada subcanal tiene la misma pendiente que el canal principal.

La pendiente puede eliminarse ya que es única. El coeficiente de Manning equivalente es entonces:

$$n_e = \frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{n_k} \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)_k}$$

La anterior expresión admite reescribirse en términos de las áreas y de los perímetros:

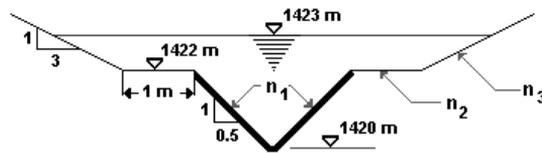
$$n_e = \frac{A \left( \frac{A}{P} \right)^{\frac{2}{3}}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{n_k} A_k \left( \frac{A_k}{P_k} \right)^{\frac{2}{3}}}$$

Finalmente:

$$n_e = \frac{\sqrt[3]{\frac{A^5}{P^2}}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{n_k} \sqrt[3]{\frac{A_k^5}{P_k^2}}} \quad (6.26.)$$

### EJEMPLO 6.1

Un canal tiene una sección transversal mixta (figura anexa). El canal central está revestido en concreto (1) y los laterales (2) en un enrocado. Establecer para este canal:



- El coeficiente de Manning equivalente.
- El caudal que transporta, en el supuesto que la corriente sea uniforme.

Datos:

$$S_o = 0.02$$

$$n_1 = 0.013$$

$$n_2 = 0.02$$

## SOLUCIÓN

### PARTE A

Los canales laterales pueden ser reducidos a uno solo, dada la manifiesta simetría de la sección transversal.

El cálculo considera entonces dos subcanales ( $m = 2$ ).

Para hallar el coeficiente de Manning equivalente se debe aplicar la ecuación (6.25):

$$n_e = \frac{\sqrt[3]{\frac{A^5}{P^2}}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{n_k} \sqrt[3]{\frac{A_k^5}{P_k^2}}}$$

Como  $m = 2$ , la anterior expresión se simplifica así:

$$n_e = \frac{\sqrt[3]{\frac{A^5}{P^2}}}{\frac{1}{n_1} \sqrt[3]{\frac{A_1^5}{P_1^2}} + \frac{1}{n_2} \sqrt[3]{\frac{A_2^5}{P_2^2}}}$$

Es necesario establecer inicialmente el área y el perímetro mojado del canal central, así como el de los laterales.

Canal Central:

$$A_1 = 0.5 \times (1422 - 1420)^2 = 2 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 2 \times (1422 - 1420) \times \sqrt{1 + 0.5^2} = 4.472 \text{ m}$$

Canales Laterales:

$$A_2 = [(1 + 1 + 2) + 3 \times (1423 - 1422)] (1423 - 1422) = 7 \text{ m}^2$$

$$P_2 = (1 + 1) + 2 \times (1423 - 1422) \times \sqrt{1 + 3^2} = 8.325 \text{ m}$$

Valores Totales:

$$A = A_1 + A_2 = 2 + 7 = 9 \text{ m}^2$$

$$P = P_1 + P_2 = 4.472 + 8.325 = 12.797 \text{ m}$$

Después de reemplazar los datos hallados en la expresión para el coeficiente de Manning equivalente:

$$n_e = \frac{\sqrt[3]{\frac{9^5}{12.797^2}}}{\left( \frac{1}{0.013} \sqrt[3]{\frac{2^5}{4.472^2}} + \frac{1}{0.020} \sqrt[3]{\frac{7^5}{8.325^2}} \right)} = \frac{7.1176}{89.9716 + 311.8008} = 0.0177$$

PARTE B

Basta aplicar la ecuación del flujo uniforme (6.15):

$$Q = \frac{\phi}{n} \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right) S_o^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{0.0177} \left( \frac{9^5}{12.797^2} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{0.02} = 56.869 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

### 6.3 FLUJO UNIFORME Y FLUJO CRÍTICO

Los parámetros de un problema hidráulico permiten calcular sus profundidades normal y crítica.

La preservación de éstos a lo largo de un canal conserva constantes estas profundidades. Se denominan *línea de las profundidades normales* y *línea de las profundidades críticas* a las envolventes correspondientes (figura 6.3).

Del conocimiento previo se desprende que la posición relativa de estas líneas no es fija. De allí que sea posible distinguir tres casos:

- i)  $y_c > y_o$
  - ii)  $y_c < y_o$
  - iii)  $y_c = y_o$
- (6.27.)

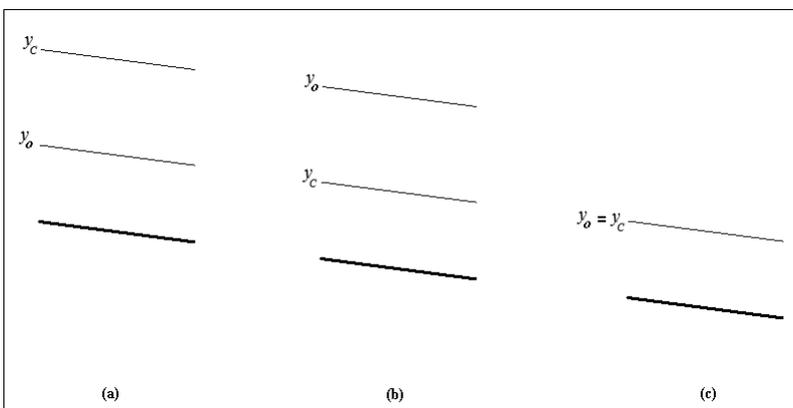


FIGURA 6.3

### 6.3.1 PENDIENTE CRÍTICA

La condición iii) corresponde a una situación bastante especial y hasta excepcional. Describe una corriente que es al mismo tiempo uniforme y crítica. Se trata pues del caso límite de los otros dos citados en la (6.27). De esto se sigue que podría creársele a partir de cualquiera de ellos, si se varía algún parámetro del problema hidráulico.

Con el fin de examinar este aspecto, considérese un canal prismático cuya pendiente, coeficiente de Manning y caudal se conocen. Supóngase que se desarrolla un flujo a la vez uniforme y crítico. De ahí que pueda afirmarse la validez de la siguiente igualdad:

$$y = y_o = y_c \quad (6.28.)$$

En virtud de lo expuesto, se cumplen simultáneamente las ecuaciones del flujo uniforme y crítico<sup>300</sup>:

$$Q_o = \frac{1}{n} A_o R_{H_o}^{\frac{2}{3}} \sqrt{S_o}$$

$$Q_c = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} A_c \sqrt{D_c}$$

Como el caudal es único, no se distingue el caudal crítico del normal. De ahí que sea factible igualarlas:

$$\frac{1}{n} A_o R_{H_o}^{\frac{2}{3}} \sqrt{S_o} = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} A_c \sqrt{D_c}$$

Por otra parte, la (6.28) admite escribir:

$$A_o = A_c$$

Y así mismo eliminar el uso de los índices distintivos de régimen uniforme y crítico.

Luego, en la igualdad establecida más arriba:

$$\frac{1}{n} R_H^{\frac{2}{3}} \sqrt{S_o} = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \sqrt{D} \quad (6.29.)$$

La (6.29) representa la condición necesaria y suficiente para garantizar que el flujo uniforme sea crítico. Las propiedades geométricas de la sección incluidas allí quedan

---

<sup>300</sup> Dado que el flujo crítico y el uniforme son posibilidades (especialmente este último), la misma propiedad geométrica tiene valor diferente en ambas ecuaciones. Por ello, al escribirlas simultáneamente es necesario distinguirlas mediante índices adecuados.

automáticamente establecidas cuando se acepta que la corriente es crítica y uniforme a la vez. Por tanto, el desarrollo de esta condición especial está ligado a los restantes parámetros contenidos en la (6.29); en particular al coeficiente de Manning y a la pendiente.

En la práctica se asume que el coeficiente de Manning es así mismo un dato. Por consiguiente, la condición crítica – uniforme se logra a partir de un régimen, supercrítico o subcrítico, a la que se le modifica convenientemente la pendiente.

Se denomina *pendiente crítica* al valor particular de ésta que produce flujo uniforme y crítico. Se la representa con  $S_c$ .

Con esta consideración y la (6.29) se llega a:

$$S_c = \frac{g}{\alpha} \frac{D}{R_H^{\frac{4}{3}}} n^2 \quad (6.30.)$$

La (6.30) debe interpretarse de la siguiente manera: la pendiente requerida para que un canal de sección transversal<sup>301</sup>, coeficiente de Manning y coeficiente de Coriolis conocidos desarrolle una corriente simultáneamente uniforme y crítica, con una profundidad preestablecida.

Se entiende, por lo tanto, que la pendiente crítica no es de ningún modo independiente de la profundidad. Esto puede comprobarse rápidamente con la ayuda de un canal rectangular muy ancho. Se recuerda que en esta situación,  $R_H \approx y$  (ver ejemplo 1.1):

De acuerdo con esta suposición la (6.30) se transforma en:

$$S_c = \frac{g}{\alpha} \frac{y}{y^{\frac{4}{3}}} n^2$$

Una vez se simplifica, se obtiene:

$$S_c = \frac{gn^2}{\alpha} \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \quad (6.31.)$$

La (6.31) parecería indicar que la pendiente crítica no es función del caudal. Sin embargo no es así, ya que está relacionado con la profundidad, a través de la ecuación del flujo crítico (ejemplo 6.2).

Esta definición de pendiente crítica suministra un criterio adicional para distinguir los flujos supercrítico, subcrítico y crítico:

---

<sup>301</sup> Además prismático.

$$\begin{aligned}
S_o > S_c & \quad \text{Flujo supercrítico} \\
S_o = S_c & \quad \text{Flujo crítico} \\
S_o < S_c & \quad \text{Flujo subcrítico}
\end{aligned}
\tag{6.32.}$$

En este sentido puede pensarse en la pendiente crítica, como en una especie de pendiente de equilibrio.

### EJEMPLO 6.2

Determinar la pendiente crítica de una cuneta triangular.

Datos:

$$Q = 0.25 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$z = 1.25$$

$$n = 0.01$$

SOLUCIÓN

Es preciso inicialmente calcular la profundidad del flujo uniforme y crítico. Ésta resulta rápidamente de la ecuación (3.14):

$$y_c = \sqrt[5]{\frac{2\alpha Q^2}{gz^2}} = \sqrt[5]{\frac{2 \times 1 \times 0.25^2}{9.81 \times 1.25^2}} = 0.382 \text{ m}$$

Así mismo:

$$y = y_o = 0.382 \text{ m}$$

De aquí y de la tabla 1.3:

$$D = \frac{y}{2} = \frac{0.382}{2} = 0.191 \text{ m}$$

$$R_H = \frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}} = \frac{1.25 \times 0.382}{2\sqrt{1+1.25^2}} = 0.149$$

La pendiente crítica se determina al reemplazar en la (6.30) los datos y parámetros evaluados:

$$S_c = \frac{g}{\alpha} \frac{D}{R_H^{\frac{4}{3}}} n^2 = \frac{9.81}{1} \times \frac{0.191}{0.149^{\frac{4}{3}}} \times 0.01^2 = 0.00237 \quad 302$$

### 6.3.2 TIPOS DE CANAL

Existe una manera adicional para clasificar canales, basada en las (6.27) y en la pendiente:

CANAL S

Si  $S_o < 0$ ,  $y_c > y_o$  ó  $S_o > S_c$  (figura 6.3a).

Se trata de un canal concebido para transportar flujo supercrítico. Lo comprueba el hecho de que la profundidad crítica está por encima de la normal. Esta condición lleva a designarlo como *canal supercrítico* o *canal empinado*<sup>303</sup>. Aparece en zonas escarpadas.

CANAL M

Si  $S_o < 0$ ,  $y_c < y_o$  ó  $S_o < S_c$  (figura 6.3b).

Este canal se diseña para conducir flujo subcrítico, dado que la profundidad normal se localiza por encima de la crítica. Por esto se le denomina *canal subcrítico* o *canal suave*<sup>304</sup>. Se le utiliza en zonas planas.

CANAL C

Si  $S_o < 0$ ,  $y_c = y_o$  ó  $S_o = S_c$  (figura 6.3c).

Es un canal dimensionado para mantener una corriente uniforme y crítica a lo largo de un cierto trecho. Es, por lo tanto, un *canal crítico*.

CANAL H

Si  $S_o = 0$ .

En este caso  $y_o \rightarrow \infty$  según se desprende de la (6.16); de este modo  $y_o \gg y_c$ . Se conoce como *canal horizontal*.

CANAL A

Si  $S_o > 0$ .

Por las razones expuestas antes (ver sección 6.2.1) carece de profundidad normal. Se le llama *canal adverso*.

<sup>302</sup> No se detalla el procedimiento de obtención de las unidades de la respuesta porque la ecuación de Manning, allí presente, no lo permite. Basta con substituir los datos con las unidades adecuadas y la pendiente resulta adimensional.

<sup>303</sup> En inglés *steep*.

<sup>304</sup> En inglés *mild*.

Un canal  $S$  está capacitado para admitir un régimen subcrítico, pero tiene que actuar un control hidráulico aguas abajo. El mismo razonamiento puede aplicarse para un canal  $M$ . Permite un flujo supercrítico si se forma un control hidráulico aguas arriba<sup>305</sup>.

La posibilidad de tener una corriente crítica con alguna extensión en un canal  $C$  rompe con la idea precedente del flujo crítico concebido como algo puntual. Mantenerla a lo largo de un tramo, aún cuando el canal posea las cualidades necesarias, no es fácil dada su inestabilidad, de manera que este hecho no es muy común. El canal tiende más bien a ser ocupado por una corriente supercrítica o subcrítica (ver capítulo 7).

Los canales  $A$  y  $H$  se construyen en la práctica de la ingeniería para servir como disipadores de energía. Por ello, tienden al carácter subcrítico, aunque podrían aceptar flujo supercrítico, si aguas arriba se les instala un control hidráulico.

### EJEMPLO 6.3

Una alcantarilla de cajón transporta diversos caudales ligados al régimen hidrológico de la zona. Determinar:

- El valor de la profundidad normal y crítica, si se supone que son iguales. Así mismo, el caudal correspondiente.
- El rango de caudales en que el canal funciona como tipo  $S$  y tipo  $M$ .
- La pendiente que se le debe dar a la alcantarilla para que el cambio de régimen de flujo se dé en  $y = b/2$ .

Datos<sup>306</sup>:

$$b = 2 \text{ m}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$\alpha = 1$$

$$S_o = 0.02$$

$$n = 0.028$$

SOLUCIÓN

PARTE A

El procedimiento es bastante similar al seguido en la sección 6.3.1. Si se observa con atención, se declara que la corriente es a la vez crítica y uniforme (canal  $C$ ). Esto es, que los datos aportados así lo garantizan y se busca establecer para qué profundidades sucede esto. En estas condiciones la ecuación (6.29) conserva su validez:

---

<sup>305</sup> La definición dada para cada tipo de canal se basa en su predisposición natural para transportar un determinado régimen de flujo. El otro es extraño a ella, aunque perfectamente posible.

<sup>306</sup> A partir de este momento la pendiente se suministrará con signo positivo en las aplicaciones con canales  $C$ ,  $M$  y  $S$ . Se trata de un criterio de uso extendido en la hidráulica, el cual pretende adaptarse a la imposibilidad de utilizar la pendiente con su signo (geométrico) en las ecuaciones para el flujo uniforme.

$$\frac{I}{n} R_H^{\frac{2}{3}} \sqrt{S_o} = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \sqrt{D}$$

La incógnita es la profundidad, de suerte que es conveniente reorganizar esta relación para ponerla en evidencia:

$$\frac{R_H^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{D}} = n \sqrt{\frac{g}{\alpha S_o}}$$

Después de expresar cada propiedad geométrica en términos de sus parámetros:

$$\frac{b^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{y(b+2y)^{\frac{2}{3}}}} = n \sqrt{\frac{g}{\alpha S_o}}$$

El procedimiento continúa con una adecuada manipulación algebraica, que conduce a una ecuación polinómica:

$$\frac{b^4 y}{(b+2y)^4} = n^6 \left( \frac{g}{\alpha S_o} \right)^3$$

$$16y^4 + 32by^3 + 24b^2y^2 + \left[ 8b^3 - \frac{b^4}{n^6} \left( \frac{\alpha S_o}{g} \right)^3 \right] y + b^4 = 0$$

Una vez se substituyen en ésta los datos suministrados se tiene:

$$16y^4 + (32 \times 2)y^3 + (24 \times 2^2)y^2 + \left[ 8 \times 2^3 - \frac{2^4}{0.028^6} \left( \frac{1 \times 0.02}{g} \right)^3 \right] y + 2^4 = 0$$

Finalmente:

$$y^4 + 4y^3 + 6y^2 - 13.5847y + 1 = 0$$

La solución de la polinómica produce cuatro raíces, dos complejas, que aquí no interesan, y dos reales positivas:

$$y_{c(1)} = y_{a(1)} = 0.076 \text{ m}$$

$$y_{c(2)} = y_{a(2)} = 1.095 \text{ m}$$

Los caudales correspondientes se consiguen de la ecuación del flujo crítico:

$$Q_c = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} A_c \sqrt{D_c}$$

$$Q_{(1)} = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} (2 \times 0.076) \sqrt{0.076} = 0.132 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$Q_{(2)} = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} (2 \times 1.095) \sqrt{1.095} = 7.178 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Se llega a un resultado igual si el cálculo se realiza con la ecuación del flujo uniforme.

Se concluye que el canal funciona como C para ambos caudales.

#### PARTE B

Una manera bastante rápida de establecer estos rangos es construir una curva que relacione el caudal con la profundidad crítica y la profundidad normal. El método consiste en proponer un caudal y calcular los valores de ambas profundidades.

Se trata, en consecuencia, de resolver las ecuaciones:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$$

$$b^5 y_o^5 - 4 Z_o y_o^2 - 4 Z_o b y_o - b Z_o = 0$$

A manera de ejemplo, se anexa el resultado del cálculo para un caudal dado. El valor de  $Z_o$  se determina con base en la (6.18):

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$y_o = 0.438 \text{ m}$$

$$y_c = 0.467 \text{ m}$$

La curva resultante se presenta a continuación.

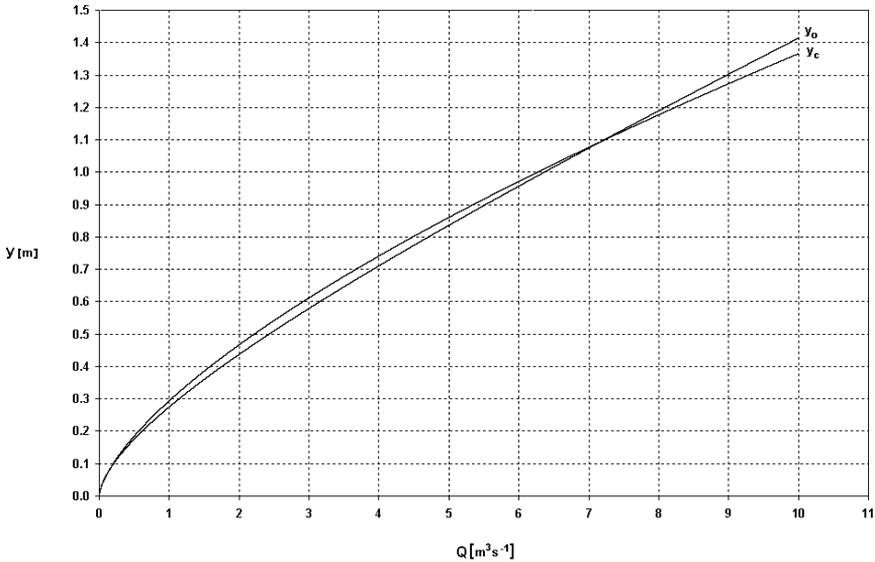
La gráfica y los caudales obtenidos en la parte a permiten clasificar el canal, esto es señalar en qué rangos opera como un determinado canal.

$$0 < Q < 0.132 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow y_o > y_c \Rightarrow \text{Canal M}$$

$$0.132 < Q < 7.178 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow y_c > y_o \Rightarrow \text{Canal S}$$

$$Q > 7.178 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow y_o > y_c \Rightarrow \text{Canal } M$$

Para los caudales de  $0.132 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  y  $7.178 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  el canal funciona como C. De la solución de la ecuación polinómica (parte a), es evidente que a partir del caudal de  $7.178 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  la única operación posible es como canal M.



Éste es un importante resultado. Muestra que la clasificación asignada a un canal en un determinado tipo no es fija, sino que depende del caudal que transporta. Esto implica también que tampoco puede serlo la clase del control hidráulico<sup>307</sup>.

#### PARTE C

Se debe aplicar nuevamente la (6.29); en esta ocasión para hallar la pendiente que permita tener un canal C, en la condición de profundidad normal y crítica de  $1.0 \text{ m}$ :

$$\frac{1}{n} R_H^{\frac{2}{3}} \sqrt{S_o} = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \sqrt{D}$$

Al despejar se obtiene una expresión para la pendiente:

$$S_o = \frac{n^2 g}{\alpha} \frac{D}{R_H^{\frac{4}{3}}}$$

<sup>307</sup> Esto es, en un canal M actúa un control hidráulico de aguas abajo. En un S uno de aguas arriba. Si el cambio en el tipo de canal opera efectivamente, es porque en el canal existen ambas clases de control hidráulico.

Se evalúan a continuación las propiedades geométricas involucradas en esta expresión:

$$D = \frac{b}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m}$$

$$R_H = \frac{b \left( \frac{b}{2} \right)}{b + 2 \left( \frac{b}{2} \right)} = \frac{\left( \frac{b^2}{2} \right)}{2b} = \frac{b}{4} = \frac{2}{4} = 0.5 \text{ m}$$

Una vez se substituyen los datos y los valores hallados en la ecuación para la pendiente, se llega finalmente a lo solicitado:

$$S_o = \frac{n^2 g}{\alpha} \frac{D}{R_H^{\frac{4}{3}}} = \frac{0.028^2 \times 9.81 \times 1}{1 \times 0.5^{\frac{4}{3}}} = 0.01938$$

### 6.3.3 ZONAS DE UN CANAL

Los esquemas incluidos en la figura 6.3 sugieren que el trazado de la superficie libre o *perfil de flujo*<sup>308</sup> debe acomodarse en alguna de tres zonas demarcadas allí. Este concepto resulta evidente de la posición relativa de las profundidades normal y crítica, que conforman una faja central (canales *S* y *M*). Alrededor de ésta se establecen otras dos zonas.

En la figura 6.4 se esquematizan las tres zonas en cada uno de los tipos de canal. Como complemento, se anexan en la tabla 6.2 los límites de cada una, para cada tipo de canal. Una observación en conjunto de ambos elementos conduce a unas interesantes conclusiones:

TIPO DE CANAL	ZONA 1		ZONA 2		ZONA 3	
	LÍMITE INFERIOR	LÍMITE SUPERIOR	LÍMITE INFERIOR	LÍMITE SUPERIOR	LÍMITE INFERIOR	LÍMITE SUPERIOR
<i>S</i>	$y_c$	$\infty$	$y_o$	$y_c$	0	$y_o$
<i>C</i>	$y_c, y_o$	$\infty$	$y_c, y_o$	$y_c, y_o$	0	$y_c, y_o$
<i>M</i>	$y_o$	$\infty$	$y_c$	$y_o$	0	$y_c$
<i>A</i>			$y_c$	$\infty$	0	$y_c$
<i>H</i>			$y_c$	$\infty$	0	$y_c$

TABLA 6.2

<sup>308</sup> En el próximo capítulo se entregará una definición más completa de este concepto.

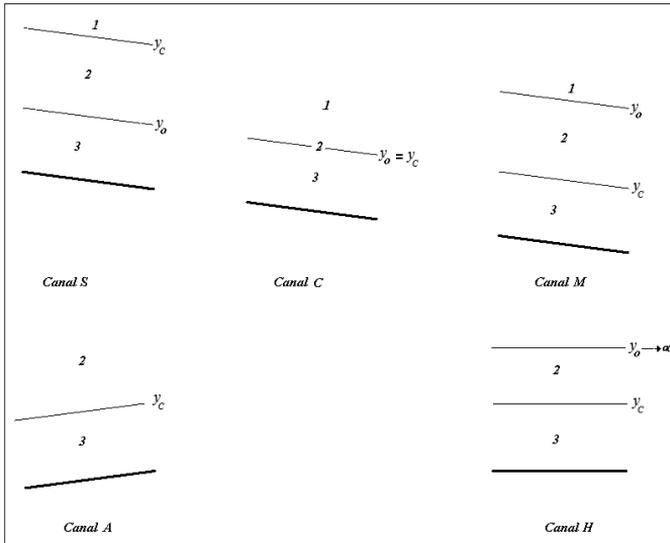


FIGURA 6.4

1. Los canales *S*, *M* y *C* pueden alojar una corriente dentro de cualquiera de los tres tipos de zona. Es de anotar que la zona 2 se reduce a una línea recta en el último de ellos, en virtud de la característica específica de este canal.

2. La zona 1 es ocupada en forma exclusiva por flujo subcrítico. La 3, únicamente por supercrítico. La zona 2 sólo admite acomodar una corriente supercrítica si el canal es de tipo *S*.

3. Los canales *A* y *H* carecen de una zona 1, pues no obstante tener carácter subcrítico, la profundidad normal no existe en un caso y en el otro se halla ubicada en el infinito. Ningún perfil de flujo puede establecerse dentro de esta zona en estas clases de canales.

4. De 2. se desprende que cualquier canal acepta una corriente supercrítica o subcrítica, si operan los controles hidráulicos adecuados.

Por ejemplo: una compuerta colocada en el extremo de aguas arriba de un canal *M* induce régimen supercrítico (zona 3). Así mismo, un vertedero localizado en el extremo de aguas abajo de un canal *S* crea flujo subcrítico allí (zona 1).

5. Existen diferentes intensidades de corriente supercrítica y subcrítica en función de la zona que ocupe un perfil de flujo.

Así, en un canal *S* una corriente en la zona 2 resulta ser menos supercrítica que otra que ocupe la 3. En un *M*, un flujo que avanza a través de la zona 1 es más subcrítico que otro que lo haga dentro de la 2.

## 6.4 APLICACIONES DEL FLUJO UNIFORME

1. Flujo de Referencia. El perfil de flujo que se desarrolla en un canal está ampliamente relacionado con el régimen crítico y uniforme, por lo que a cada uno de éstos le cabe la denominación de *flujo de referencia*. Esto, en el sentido que el cálculo del perfil de flujo (capítulo 7) requiere de la evaluación previa de la profundidad normal y crítica. Es preciso aclarar que el cómputo del flujo uniforme debe hacerse siempre<sup>309</sup>, así éste no se verifique, por las razones citadas en la capítulo 1 y en el presente.

2. Como condición de borde. En aquellas aplicaciones donde sea imprescindible conocer un valor inicial de profundidad. Se debe estar seguro que el canal es prismático y suficientemente largo para garantizar el desarrollo de la corriente uniforme<sup>310</sup>.

3. En el predimensionamiento de la sección transversal de un canal, como parte de una actividad de diseño. La ecuación de flujo uniforme se aplica para determinar la profundidad (normal) de una sección transversal con parámetros, caudal de diseño, pendiente y coeficiente de Manning conocidos.

4. Para efectuar una apreciación gruesa de la capacidad máxima de una sección. Se asume que la corriente es uniforme y la altura,  $h$ , de la sección transversal se hace equivalente a la profundidad normal. Con el resto de datos requeridos se aplica la ecuación del flujo uniforme y se obtiene el caudal.

## 6.5 EJERCICIOS PROPUESTOS

En los ejercicios que se presentan a continuación: 1) Supóngase que la corriente es permanente. 2) Ignorar cualquier tipo de pérdida, excepto las incluidas, en forma implícita, en las ecuaciones del resalto hidráulico y de las estructuras de control del flujo<sup>311</sup>. 3) Puede emplearse, en forma aproximada, la ecuación de resalto hidráulico (5.32) en caso de tener un canal no horizontal. Así mismo la de la compuerta en la misma situación. 4) Hágase una suposición juiciosa de los coeficientes de Coriolis y Boussinesq.

6.5.1 Sea un canal rectangular muy ancho. Se conocen el coeficiente de Manning y la pendiente. Demostrar que si el canal es del tipo  $S$ , se verifica la siguiente relación:

$$S_o > 4.583n^2q^{\frac{2}{3}}$$

6.5.2. En el extremo de aguas abajo de un canal rectangular muy largo y prismático se ha localizado un vertedero rectangular de borde delgado y un ancho igual al del canal de

---

<sup>309</sup> Excepto en canales  $A$  y  $H$ .

<sup>310</sup> En la práctica, no resulta simple el cumplimiento estricto de estas condiciones o tampoco queda fácil verificarlas. Ello podría inducir errores, aunque muchas veces son inferiores (o del mismo orden) de otros que se registran cotidianamente en las aplicaciones de la ingeniería hidráulica.

<sup>311</sup> Se hace referencia a las zonas del canal aguas arriba y aguas abajo de las estructuras de control del flujo, pues el coeficiente de descarga involucra el cálculo de las pérdidas hidráulicas.

aproximación. Éste descarga en una alcantarilla de modo libre. Debido a esto, se crea un resalto hidráulico, aguas arriba, cuya eficiencia se conoce. Calcular:

- La pendiente del canal.
- El ancho del vertedero.

Datos:

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$n = 0.013$$

$$W = 0.16 \text{ m}$$

$$\eta = 0.161$$

6.5.3 Un canal trapezoidal muy largo se transforma abruptamente en otro triangular. Determinar la profundidad del flujo en el punto donde se inicia el canal triangular. El talud lateral es igual para ambos canales.

Datos:

$$Q = 3.5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$z = 1.5$$

$$n = 0.014$$

$$S_o = 0.04$$

6.5.4 Se tiene una cuneta triangular de altura  $h$ . Estimar, en forma aproximada, la capacidad máxima de este canal.

Datos:

$$h = 0.5 \text{ m}$$

$$z = 1$$

$$n = 0.017$$

$$S_o = 0.01$$

6.5.5 Se ha construido en concreto una alcantarilla circular. Establecer:

- El valor de la pendiente crítica.
- El tipo de canal.

Datos:

$$Q = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$d_o = 1 \text{ m}$$

$$n = 0.011$$

$$S_o = 0.011$$

6.5.6 Prediseñar la sección transversal del siguiente canal rectangular revestido.

Datos:

$$Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 8 \text{ m}$$

$$n = 0.012$$

$$S_o = 0.01$$

6.5.7 Con el fin de rectificar y canalizar un canal natural se propone la utilización de una sección del tipo representado en la figura anexa. Para el fondo se emplea un enrocado uniforme (1) como material de recubrimiento; los taludes, bermas y muros se recubren con un concreto pobre (2). Determinar:

- El coeficiente de Manning equivalente.
- El caudal que transporta el canal central.
- El caudal que transporta el canal en su totalidad.

Asumir que la corriente es uniforme.

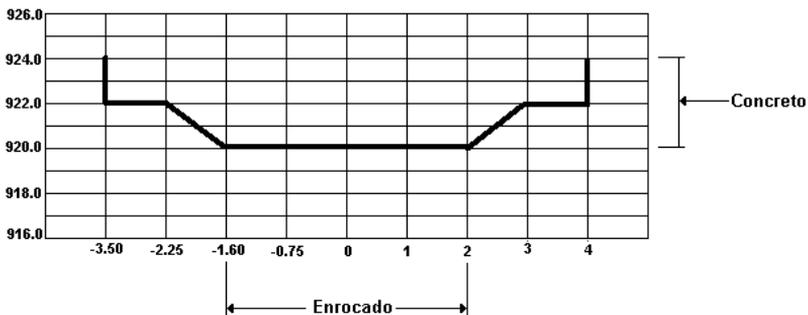
Datos:

$$S_o = 0.75\%$$

$$n_1 = 0.026$$

$$n_2 = 0.016$$

$$Z_w = 923.0 \text{ m}$$



6.5.8 Calcular el caudal que transporta un canal rectangular nuevo construido en madera capillada. Asumir que el flujo es uniforme.

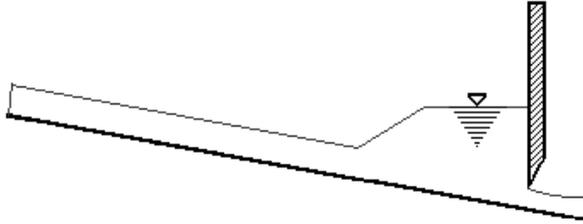
Datos:

$$b = 4 \text{ ft}$$

$$y = 2 \text{ ft}$$

$$S_o = 0.25\%$$

6.5.9 En el extremo inferior de un canal rectangular muy largo se localiza una compuerta vertical que descarga de manera libre. Hallar:



- La eficiencia del resalto hidráulico.
- La apertura de la compuerta.

Datos:

$$Q = 0.75 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 1 \text{ m}$$

$$n = 0.017$$

$$S_o = 0.03$$

6.5.10 Construir las curvas de variación del caudal con relación a las profundidades normal y crítica en un canal trapezoidal.

Datos:

$$b = 6 \text{ m}$$

$$z = 0.75$$

$$n = 0.013$$

$$S_o = 0.9\%$$

#### REFERENCIAS

- [1] G. Sotelo D. (1977): *Hidráulica General, Volumen I*; Limusa, Méjico.
- [2] Walther Graf (1968): *Fluvial Hydraulics*; John Wiley and Sons, New York.
- [3] Frank French (1985): *Hidráulica de Canales Abiertos*; Mc Graw Hill Inc., New York.
- [4] Ven Te Chow (1959): *Open Hydraulics Channels*; Mc Graw Hill Inc., New York.
- [5] Harry H. Barnes Jr. (1967): *Roughness Characteristics of Natural Channels*; US. Geological Survey Water Supply, US. Government Printing Office, Washington.

# 7.

## FLUJO

### GRADUALMENTE VARIADO

La verificación del flujo uniforme tiende a ser una rareza en la práctica de la hidráulica de canales, por las razones expuestas ya en los capítulos 1 y 6. De aquí que las modalidades de flujo más usuales son las de rápidamente variado y gradualmente variado.

El flujo rápidamente variado aparece en las vecindades, de aguas arriba y de aguas abajo, del sitio donde la energía de la corriente alcanza su mínimo valor. También en un resalto hidráulico. En el capítulo 4 se presentaron ecuaciones para calcular las profundidades establecidas aguas arriba y aguas abajo de algunas estructuras de control de flujo. Se trata de un modo algo rudimentario de aproximarse al cálculo del régimen rápidamente variado.

Este capítulo se ocupa del concepto de flujo gradualmente variado con el objetivo esencial de presentar la metodología que permite calcularlo. Se entiende por tal cosa la determinación de la profundidad y velocidad de una corriente en cualquier punto del canal. Una importante aplicación suya es el dimensionamiento de la altura los muros de un canal.

El capítulo cumple así mismo con la misión de darle un cierre a esta obra. En este sentido cabría decir que los anteriores capítulos han tenido, en parte, el propósito de sentar las bases que permitan abordar este último con propiedad.

## 7.1 PERFIL DE FLUJO

La superficie libre de un canal puede presentar diversas formas. Se denomina *perfil de flujo* a la proyección de una cualquiera de ellas sobre el plano vertical ( $Z, X$ ). Se trata de una línea caracterizada por una curvatura amplia en el caso de la corriente rápidamente variada, la cual se hace más leve en el gradualmente variado y desaparece para el régimen uniforme, cuya apariencia es la de una línea recta<sup>312</sup>.

Desde un punto de vista matemático se simboliza como la función que vincula la profundidad de la corriente con la abscisa del eje canal, esto es:

$$y = y(s)$$

Resulta, por tanto, de gran importancia aplicativa contar con algún método para calcularla y graficarla.

Una experiencia en situaciones similares deja entrever que la herramienta adecuada para alcanzar este objetivo se encuentra en el campo del cálculo integro diferencial<sup>313</sup>.

Existen pues, en teoría, dos maneras de abordar el problema. Conocida una función, determinar, por derivación, otra que represente la superficie libre del canal. O bien, establecer una ecuación diferencial, de cuya integración aparezca ésta.

El primer procedimiento, si bien más simple desde el punto de vista operativo, es impráctico por el desconocimiento de la expresión por derivar. Por ende, hay que servirse del segundo, que es más engorroso operativamente<sup>314</sup>.

Visto lo anterior, es necesario introducir una ecuación diferencial de cuya integración se espera obtener el perfil de flujo de la corriente en un canal. Se le conoce universalmente como *ecuación diferencial del flujo gradualmente variado*.

## 7.2 ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV

La deducción y aplicación de la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado requiere de la verificación de las siguientes hipótesis generales.

### 7.2.1 HIPÓTESIS GENERALES

1. Se considera que la pendiente del canal es pequeña<sup>315</sup>.

---

<sup>312</sup> Se hace con ello referencia a otra característica geométrica del perfil de flujo, la cual se suma a la pendiente.

<sup>313</sup> Se trata, por lo demás, del procedimiento habitual en todas las ramas de la mecánica.

<sup>314</sup> Sobre todo si se pretende lograr soluciones analíticas. Las numéricas son más simples y prácticas al contar con la ayuda del computador.

<sup>315</sup> Con base en lo expuesto en el capítulo 2 se puede deducir una ecuación diferencial del flujo gradualmente variado para canales de gran pendiente. Véase también [1].

2. La pérdida de energía que experimenta la corriente a lo largo de un tramo finito de canal,  $\Delta s$ , se consigue, como es habitual, mediante la expresión:

$$\Delta H = S_f \Delta s \quad (7.1.)$$

La pendiente de la línea de energía presente en esta ecuación se hace equivalente a la que tendría un régimen uniforme, formado con la profundidad y velocidad que tiene la corriente en la sección correspondiente<sup>316</sup>. En virtud de esto, a la hora de efectuar su cálculo resulta útil la (6.15) adaptada convenientemente<sup>317</sup>:

$$S_f = \frac{n^2 Q^2}{\left( \frac{2}{AR_H^3} \right)^2} \quad (7.2.)$$

Donde el factor de la sección a flujo uniforme depende ahora de la profundidad. Esto es:

$$AR_H = f(y)$$

No existe una demostración formal para esta hipótesis. Lo que se tiene son pruebas experimentales que han dejado en claro que el error inducido es del mismo orden del que se acepta ordinariamente en la ingeniería, y aún menor del que se introduce por el cálculo del coeficiente de Manning.

3. Se asume que el coeficiente de Manning se mantiene constante para un determinado tramo finito de canal<sup>318</sup>. Así mismo, que es independiente de la profundidad de la corriente.

4. Se asume que la distribución de velocidad es la misma a lo largo del eje del canal. Por consiguiente, se entiende que el coeficiente de Coriolis<sup>319</sup> toma un valor invariable.

## 7.2.2 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV

Como concepto de partida se emplea el principio de conservación de la energía. Se supone que el desarrollo del flujo implica un consumo de la energía por unidad de peso o carga hidráulica. Por ello, puede afirmarse que ella varía a lo largo del eje del canal. Simbólicamente:

$$H = H(s)$$

La hipótesis 1 permite expresar la carga hidráulica en los siguientes términos (ecuación 2.38):

<sup>316</sup> El procedimiento expuesto habla, más bien, de hacer uso de la ecuación de Manning para calcular la pendiente de la línea de energía. No pretende afirmar de manera alguna que el flujo sea uniforme.

<sup>317</sup> Es claro que si el flujo se presume uniforme las tres pendientes resultan idénticas. Ver sección 6.1.

<sup>318</sup> En aquellos casos que el coeficiente varíe ampliamente a lo largo de una canal se determina en qué partes de éste (tramos) puede considerarse constante. Esto es más evidente en el caso de los canales naturales.

<sup>319</sup> En este sentido aplica el mismo criterio citado en la anterior nota.

$$H = Z + y + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

Que admite también escribirse con base en la energía específica:

$$H = Z + E$$

### 7.2.2.1 PRIMERA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV

Al derivar la última expresión con respecto a la abscisa del eje del canal se obtiene:

$$\frac{dH}{ds} = \frac{dZ}{ds} + \frac{dE}{ds} \quad (7.3.)$$

Los miembros de esta ecuación pueden interpretarse geoméricamente:

$$\frac{dH}{ds} = -S_f \quad (7.4.)$$

$$\frac{dZ}{ds} = -S_o \quad (7.5.)$$

Obsérvese que los signos de ambas pendientes están de acuerdo con su sentido geométrico (figura 6.1)<sup>320</sup>.

Después de reemplazar la (7.5) y la (7.4) en la (7.3) se obtiene:

$$-S_f = -S_o + \frac{dE}{ds}$$

Esta expresión es equivalente a:

$$\frac{dE}{ds} = S_o - S_f \quad (7.6.)$$

Si el canal tiene pendiente pequeña las coordenadas  $s$  y  $X$  llegan a ser prácticamente las mismas. En consecuencia es válida también la representación (ver figura 1.1):

$$\frac{dE}{dX} = S_o - S_f \quad (7.7.)$$

---

<sup>320</sup> No sobra agregar que en esta deducción se supone que el canal tiene pendiente negativa. Esto, porque se trata de la modalidad más empleada en la práctica.

### 7.2.2.2 SEGUNDA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV

La (7.3) se puede modificar ligeramente:

$$\frac{dH}{ds} = \frac{dZ}{ds} + \frac{dE}{dy} \frac{dy}{ds}$$

A partir de lo argumentado en la sección 3.2.1 es posible realizar la generalización<sup>321</sup>:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - F^2 \quad (7.8.)$$

Después de reemplazar este resultado así como la (7.4) y la (7.5) en el anterior, se obtiene:

$$-S_f = -S_o + (1 - F^2) \frac{dy}{ds}$$

Una vez se despeja el coeficiente diferencial se llega a la ecuación:

$$\frac{dy}{ds} = \frac{S_o - S_f}{1 - F^2} \quad (7.9.)$$

Que también es equivalente a la expresión:

$$\frac{dy}{dX} = \frac{S_o - S_f}{1 - F^2} \quad (7.10.)$$

Es claro entonces que la derivada representa la pendiente de la superficie libre. Es decir:

$$\frac{dy}{ds} = S_w \quad (7.11.)$$

El signo de ésta queda fijado por los valores relativos de las variables incluidas en el miembro derecho de la (7.9). Para una aplicación práctica de la expresión (7.9) la pendiente del fondo se debe considerar con signo positivo, salvo en un canal A, dado que en el procedimiento deductivo ya se había tomado en cuenta su signo original (negativo). En síntesis, se trata de utilizar la pendiente de la misma manera que al calcular el flujo uniforme. Esta previsión deberá tenerse presente durante todo el tratamiento posterior de este tema y, sobre todo, en las aplicaciones prácticas.

### 7.2.2.3 TERCERA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV

Al modificar un poco la (7.9) se llega a esta presentación:

---

<sup>321</sup> En aquella sección se dedujo la (7.8). Sólo que allí se utilizó la hipótesis  $dE/dy = 0$ , de la que surgió el valor unitario del número de Fraude, como puede comprobarse fácilmente.

$$\frac{dy}{ds} = S_o \frac{1 - \frac{S_f}{S_o}}{1 - F^2} \quad (7.12.)$$

#### 7.2.2.4 CUARTA FORMA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FGV

En régimen crítico vale la expresión (3.10):

$$Q \sqrt{\frac{\alpha}{g}} = Z_c$$

O también, en una forma equivalente de ella:

$$Q^2 = \frac{g}{\alpha} Z_c^2 \quad (7.13.)$$

El número de Froude puede expresarse, de acuerdo con la (3.7) como:

$$F = \sqrt{\frac{\alpha}{g} \frac{Q}{A\sqrt{D}}}$$

Resulta posible pensar que en condiciones diferentes a la crítica,  $A\sqrt{D}$  simbolice un factor de sección acorde con ellas. Se define así:

$$Z = A\sqrt{D} \quad (7.14.)$$

Es claro que este nuevo factor se calcula para cualquier profundidad distinta de la crítica<sup>322</sup>.

Esta definición, permite reescribir el número de Froude de la siguiente forma:

$$F = \sqrt{\frac{\alpha}{g} \frac{Q}{Z}}$$

O también:

$$F^2 = \frac{\alpha Q^2}{g Z^2} \quad (7.15.)$$

En seguida de substituir la (7.13) en la (7.15) se llega a:

---

<sup>322</sup> En estas condiciones  $Z_c = A_c \sqrt{D_c}$ , únicamente. En anteriores capítulos no se utilizaba esta notación, salvo en alguna ocasión especial, por resultar innecesaria.

$$F^2 = \frac{Z_c^2}{Z^2} = \left( \frac{Z_c}{Z} \right)^2 \quad (7.16.)$$

Con base en la (6.15) se introduce inmediatamente, para la condición de flujo uniforme, el llamado *factor de transporte de la sección*,  $\mathcal{K}_o$ <sup>323</sup>:

$$\frac{Q}{\sqrt{S_o}} = \frac{A_o R_{H_o}^{\frac{2}{3}}}{n} = \mathcal{K}_o \quad (7.17.)$$

Se entiende, en consecuencia, que:

$$\mathcal{K}_o = f(y_o)$$

De la (7.17) se sigue que:

$$S_o = \frac{Q^2}{\mathcal{K}_o^2} \quad (7.18.)$$

Por medio de un razonamiento análogo se puede así mismo introducir la definición<sup>324</sup>:

$$S_f = \frac{Q^2}{\mathcal{K}^2} \quad (7.19.)$$

Donde evidentemente:

$$\mathcal{K} = f(y)$$

Una vez se reemplazan las ecuaciones (7.16), (7.18) y (7.19) en la (7.12) se arriba a:

$$\frac{dy}{ds} = S_o \frac{1 - \frac{Q^2}{\mathcal{K}_o^2}}{1 - \left( \frac{Z_c}{Z} \right)^2}$$

Después de simplificar, queda finalmente:

<sup>323</sup> Se utilizó en este caso la versión de la ecuación de Manning para el sistema internacional de unidades.

<sup>324</sup> El procedimiento puede ser paralelo al usado para obtener la (7.14).

$$\frac{dy}{ds} = S_o \frac{1 - \left( \frac{K_o}{K} \right)^2}{1 - \left( \frac{Z_c}{Z} \right)^2} \quad (7.20.)$$

En virtud de que los factores de la sección y de transporte adquieren formas diferentes de acuerdo con el tipo de sección transversal, la ecuación diferencial puede tener un mayor o menor grado de complejidad. Por ejemplo, en el caso más simple, la sección rectangular.

Los dos factores de transporte de la (7.20) están en la relación:

$$\frac{K_o}{K} = \frac{\frac{A_o R_{H_o}^{\frac{2}{3}}}{n}}{\frac{A R_H^{\frac{2}{3}}}{n}} = \left( \frac{P^2 A_o^5}{A^5 P_o^2} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{y_o^5}{y^5} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{b+2y}{b+2y_o} \right)^{\frac{2}{3}} = \left[ \frac{(b+2y)^2}{y^5} \right]^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{y_o^5}{(b+2y_o)^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

Y los dos factores de sección:

$$\frac{Z_c}{Z} = \frac{A_c \sqrt{D_c}}{A \sqrt{D}} = \frac{b y_c^{\frac{3}{2}}}{b y^{\frac{3}{2}}} = \left( \frac{y_c}{y} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Las dos últimas expresiones substituidas en la (7.20) producen la ecuación diferencial para el flujo gradualmente variado en un canal rectangular:

$$\frac{dy}{ds} = S_o \frac{1 - \left[ \frac{(b+2y)^2}{y^5} \right]^{\frac{2}{3}} \left[ \frac{y_o^5}{(b+2y_o)^2} \right]^{\frac{2}{3}}}{1 - \left( \frac{y_c}{y} \right)^3} \quad (7.21.)$$

De esta presentación particular se infiere que la pendiente de la superficie libre debe ser una función de:

$$\frac{dy}{ds} = f(y, y_o, y_c) \quad (7.22.)$$

Este resultado puede simplificarse aún más si se supone que el canal es muy ancho. Como se sabe esta condición se traduce en la aproximación:

$$R_H \approx y$$

De ahí que el anterior cociente entre los factores de transporte se transforme en:

$$\frac{\mathcal{K}_o}{\mathcal{K}} = \frac{\frac{A_o R_{H_o}^{\frac{2}{3}}}{n}}{\frac{A R_H^{\frac{2}{3}}}{n}} = \left( \frac{b y_o^5}{b y^5} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{y_o^5}{y^5} \right)^{\frac{1}{3}}$$

La (7.16) y esta nueva versión de la relación entre factores de transporte, al ser reemplazadas en la (7.20) dan como resultado la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado para un canal rectangular ancho<sup>325</sup>:

$$\frac{dy}{ds} = S_o \frac{1 - \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left( \frac{y_c}{y} \right)^3} \quad (7.23.)$$

### 7.3 TIPOS DE PERFIL DE FLUJO

El aspecto de la función representada por la (7.22) deja entrever que la  $y = f(s)$  debe estar relacionada con las profundidades normal y crítica. Por la misma razón, el correspondiente perfil de flujo debe localizarse con respecto a ellas. Esto es, dentro de las zonas definidas en la sección 6.3.3.

De aquí se sigue que no es factible que exista un número ilimitado de tipos de perfil de flujo, sino, uno por cada una de las tres zonas de una corriente y en las cinco clases posibles de canal, ya señaladas en la sección 6.3.2.

De este modo se establece una clasificación de perfiles de flujo que utiliza una combinación entre la variedad de canal y la zona del flujo. Los perfiles de flujo incluidos en ella son:

$$\begin{aligned} &S_1, S_2, S_3 \\ &M_1, M_2, M_3 \\ &C_1, C_2, C_3 \\ &A_2, A_3 \\ &H_2, H_3 \end{aligned}$$

Un total de trece perfiles de flujo físicamente viables, ya que los  $A_1, H_1$  no pueden crearse, según se desprende de la sección 6.3.3.

<sup>325</sup> Esta versión de la ecuación diferencial está basada en la ecuación de Manning para flujo uniforme. Es posible obtener otra con el uso de la de Chezy. Se deja como ejercicio para el lector.

### 7.3.1 ANÁLISIS DE LOS PERFILES DE FLUJO

En la figura 7.1 aparecen los trece perfiles. Como se observa, se trata de curvas que se caracterizan por ser monótonamente crecientes o decrecientes. Las respectivas formas han sido sintetizadas a partir del análisis de la ecuación general (7.20). También se acostumbra utilizar la ecuación (7.23), ya que facilita enormemente el trabajo. Por consiguiente, cabe emplearla acá para este propósito y considerar generalizables los resultados para cualquier tipo de sección.

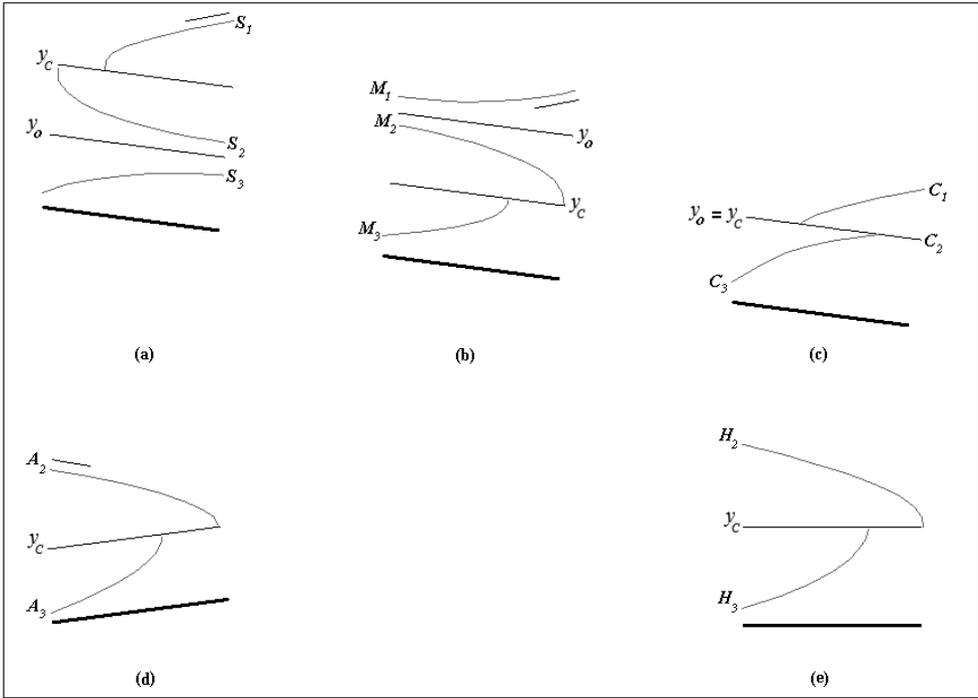


FIGURA 7.1

El análisis utiliza dos propiedades relacionadas con la ecuación:

1. El signo del coeficiente diferencial,  $y'$ .

a. Si  $y' > 0$ , la profundidad de la corriente se incrementa con la abscisa y de este modo la velocidad media disminuye. Se habla entonces de un *perfil de flujo retardado*. Todos los que ocurren en las zonas 1 y 3 son de esta índole.

b. Si  $y' < 0$  la profundidad decrece con la abscisa y así la velocidad media se incrementa. Se dice, en consecuencia, que el *perfil de flujo es acelerado*. Se trata de los de la zona 2, excepto el  $C_2$  en donde  $y' = 0$ .

Para desarrollar el análisis de modo más cómodo, es conveniente reescribir la (7.23) de la siguiente manera:

$$y' = S_o \frac{NM}{DN}$$

Donde:

$$NM = I - \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}} \quad (7.24.)$$

$$DM = I - \left( \frac{y_c}{y} \right)^3 \quad (7.25.)$$

El signo del coeficiente diferencial aparece al comparar el del denominador y numerador. La pendiente del fondo se toma positiva, excepto para un canal de tipo A.

2. Las asíntotas<sup>326</sup>. Son de tres clases:

a. El flujo uniforme.

En la (7.23):

$$\lim \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}} = I \Rightarrow \left[ I - \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}} \right] = 0 \Rightarrow y' = 0^+ \quad (7.26.)$$

$$y \rightarrow y_o^+$$

$$\lim \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}} = I \Rightarrow \left[ I - \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}} \right] = 0 \Rightarrow y' = 0^- \quad (7.27.)$$

$$y \rightarrow y_o^-$$

Es evidente que un coeficiente diferencial nulo equivale a la condición de flujo uniforme.

b. Flujo muy profundo.

En la (7.23):

---

<sup>326</sup> Como es habitual, se busca determinar el límite de  $y'$  cuando la profundidad toma ciertos valores. El procedimiento consiste en calcular el límite en la (7.23), para su denominador o numerador o ambos, según el caso.

$$\lim_{y \rightarrow \infty^+} \left( \frac{y_o}{y} \right) = 0^+ \Rightarrow \left[ 1 - \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}} \right] = 1$$

$$y \rightarrow \infty^+$$

$$\Rightarrow y' = S_o \quad (7.28.)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty^+} \left[ 1 - \left( \frac{y_c}{y} \right)^3 \right] = 1$$

$$y \rightarrow \infty^+$$

c. Flujo Crítico.

De nuevo en la (7.23):

$$\lim_{y \rightarrow y_c^+} \left[ S_o \frac{1 - \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left( \frac{y_c}{y} \right)^3} \right] = \infty \Rightarrow y' = \infty$$

$$(7.29.)$$

$$y \rightarrow y_c^+$$

$$\lim_{y \rightarrow y_c^-} \left[ S_o \frac{1 - \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}}}{1 - \left( \frac{y_c}{y} \right)^3} \right] = -\infty \Rightarrow y' = -\infty$$

$$(7.30.)$$

$$y \rightarrow y_c^-$$

La posibilidad o no de presentar una u otra asíntota depende de la zona de la corriente. Para eso se deben tomar los valores relativos de las profundidades. Así en la zona 3 y 2, sólo pueden darse del tipo a o c. La zona 1 admite cualquiera de las tres.

Se deduce a continuación la forma de los perfiles de flujo de los canales  $S$  y  $M$ , con base en el signo de la primera derivada (pendiente del perfil de flujo) y de la existencia de asíntotas.

Una mirada a estas últimas permite inferir la curvatura de cada tipo de perfil de flujo.

### 7.3.1.1 PERFILES DE FLUJO DE UN CANAL TIPO S

#### PERFIL $S_3$

Zona 3:

1. Valores relativos de las profundidades<sup>327</sup>:

La profundidad crítica supera a la normal por ser el canal  $S$ . Este hecho, y la ubicación de la corriente en esta zona sirven para concluir que la profundidad está entre el fondo y la profundidad normal (figura 7.1a).

$$0 < y < y_o, y < y_c$$

2. Signo de la primera derivada:

Los valores relativos de las profundidades se llevan a la (7.24) y a la (7.25) respectivamente:

$$y < y_o \Rightarrow \left(\frac{y_o}{y}\right)^{\frac{10}{3}} > 1 \Rightarrow NM = 1 - \left(\frac{y_o}{y}\right)^{\frac{10}{3}} < 0$$

$$\Rightarrow S_o \frac{NM < 0}{DN < 0} \Rightarrow y' > 0$$

$$y < y_c \Rightarrow \left(\frac{y_c}{y}\right)^3 > 1 \Rightarrow DN = 1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^3 < 0$$

3. Asíntotas:

El perfil de flujo comienza desde algún control hidráulico en la zona de aguas arriba. Desde allí tiende asintóticamente a la profundidad normal (ecuación 7.27). Existe una asíntota tipo  $a$  en la zona de aguas abajo.

4. Conclusión:

Se trata de un perfil de flujo retardado y convexo<sup>328</sup>. Se inicia aguas arriba y se aproxima por debajo a la profundidad normal.

---

<sup>327</sup> Por única ocasión se entrega el procedimiento más o menos detallado. Debe servir de ejemplo para proceder en los siguientes casos por analizar.

<sup>328</sup> Se sobrentiende: observado desde arriba.

## PERFIL $S_2$

### Zona 2

1. Valores relativos de las profundidades (figura 7.1a):

$$y_o < y < y_c$$

2. Signo de la primera derivada en la (7.24) y la (7.25):

$$y > y_o \Rightarrow \left(\frac{y_o}{y}\right)^{\frac{10}{3}} < 1 \Rightarrow NM > 0$$
$$\Rightarrow y' < 0$$

$$y < y_c \Rightarrow \left(\frac{y_c}{y}\right)^3 > 1 \Rightarrow DN < 0$$

3. Asíntotas:

A partir de las profundidades que demarcan la zona. Tipo a en la zona de aguas abajo (ecuación 7.26) y c en la de aguas arriba (ecuación 7.30).

4. Conclusión:

Es un perfil acelerado y cóncavo. Se inicia con régimen crítico aguas arriba y se aproxima por encima a la profundidad normal.

## PERFIL $S_I$

### Zona 1

1. Valores relativos de las profundidades (figura 7.1a):

$$y > y_c, y > y_o$$

2. Signo de la primera derivada en las ecuaciones (7.24) y (7.25):

$$y > y_o \Rightarrow \left(\frac{y_o}{y}\right)^{\frac{10}{3}} < 1 \Rightarrow NM > 0$$
$$\Rightarrow y' > 0$$

$$y > y_c \Rightarrow \left(\frac{y_c}{y}\right)^3 < 1 \Rightarrow DN > 0$$

### 3. Asíntotas:

Tipo c en la zona de aguas arriba (ecuación 7.29) y b en la de aguas abajo (ecuación 7.28).

### 4. Conclusión:

Corresponde a un perfil de flujo retardado y convexo. Se trata de flujo subcrítico en un canal de tendencia supercrítica. Se inicia aguas abajo con la asíntota tipo b y termina con régimen crítico aguas arriba.

## 7.3.1.2 PERFILES DE FLUJO DE UN CANAL TIPO $M$

### PERFIL $M_3$

Zona 3 (figura 7.1b):

#### 1. Valores relativos de las profundidades:

$$0 < y < y_c, y < y_o$$

#### 2. Signo de la primera derivada en las ecuaciones (7.24) y (7.25):

$$y < y_o \Rightarrow \left(\frac{y_o}{y}\right)^{\frac{10}{3}} > 1 \Rightarrow NM < 0$$
$$\Rightarrow y' > 0$$

$$y < y_c \Rightarrow \left(\frac{y_c}{y}\right)^3 > 1 \Rightarrow DN < 0$$

### 3. Asíntotas:

Tipo c en la zona de aguas abajo (ecuación 7.30).

### 4. Conclusión:

Se trata de un perfil de flujo retardado y cóncavo. Se inicia aguas arriba y busca rápidamente la profundidad crítica.

### PERFIL $M_2$

Zona 2 (figura 7.1b):

#### 1. Valores relativos de las profundidades:

$$y_c < y < y_o$$

2. Signo de la primera derivada en las ecuaciones (7.24) y (7.25):

$$y < y_o \Rightarrow \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{10}{3}} > 1 \Rightarrow NM < 0$$

$$\Rightarrow y' < 0$$

$$y > y_c \Rightarrow \left( \frac{y_c}{y} \right)^2 < 1 \Rightarrow DN > 0$$

3. Asíntotas:

Tipo c en la zona de aguas abajo (ecuación 7.29) y a en la de arriba (ecuación 7.27).

4. Conclusión:

Es un perfil de flujo acelerado y convexo. Se inicia aguas abajo con la profundidad crítica y de ahí se aproxima por debajo a la profundidad normal.

## PERFIL $M_1$

Zona I (figura 7.1b):

1. Valores relativos de las profundidades en la (7.24) y la (7.25):

$$y > y_o, y > y_c$$

2. Signo de la primera derivada en las ecuaciones (7.24) y (7.25):

$$y > y_o \Rightarrow \left( \frac{y_o}{y} \right)^{\frac{5}{3}} < 1 \Rightarrow NM > 0$$

$$\Rightarrow y' > 0$$

$$y > y_c \Rightarrow \left( \frac{y_c}{y} \right)^2 < 1 \Rightarrow DN > 0$$

3. Asíntotas:

Tipo b en la zona de aguas abajo (ecuación 7.28) y a en la de aguas arriba (ecuación 7.26).

#### 4. Conclusión:

Corresponde a un perfil de flujo retardado y cóncavo. Se inicia aguas abajo con una asíntota tipo b y de allí, hacia aguas arriba, se aproxima por encima a la profundidad normal.

### 7.3.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS PERFILES DE FLUJO

1. Los perfiles de flujo de la zona 3 son supercríticos retardados. En el caso de los canales  $M, A, H$ , cuya naturaleza es subcrítica, tienen forzosamente que ser inducidos por la actuación de compuertas, o también, por la presencia de pendientes altas aguas arriba de donde inicia el canal. En esta situación particular se les debe considerar como la evolución de un perfil de flujo del tipo  $S_2$  (figura 7.2). Al ingresar en los canales de las denominaciones citadas la corriente supercrítica se encuentra con unas pendientes inadecuadas para mantener un régimen supercrítico y de ahí que se inicie inmediatamente un incremento de la profundidad. El retardo no se puede prolongar indefinidamente, de suerte que esta clase de perfiles de flujo busca rápidamente la profundidad crítica. Su desarrollo se completa, por esta razón, en un corto recorrido del canal.

En los canales  $S$ , si bien la pendiente del canal es en principio adecuada para dar cabida a una corriente supercrítica, podría no resultar apta para la intensidad de éste y por ello el perfil de flujo se retarda también (figura 7.4). No obstante, la evolución de éste en la zona 3 se da, comparativamente, en una mayor longitud.

Todos los perfiles de flujo de la zona 3 hacen parte, en una gran mayoría de veces, de un resalto hidráulico<sup>329</sup> (figuras 7.2 y 7.3)<sup>330</sup>.

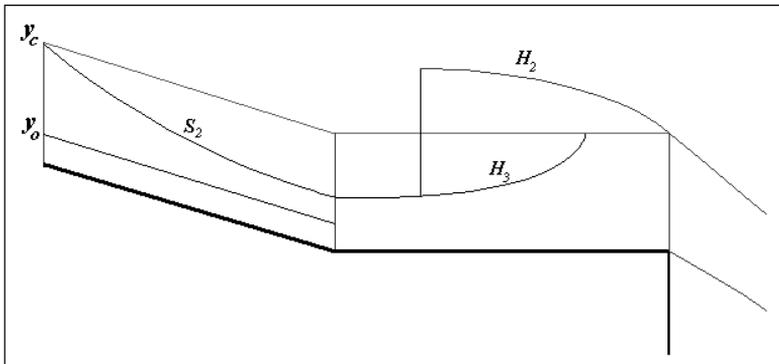


FIGURA 7.2

<sup>329</sup> La existencia o no del resalto hidráulico queda supeditada a la longitud del canal y a las condiciones aguas abajo. Por ejemplo, en un canal  $H$  podría no formarse uno si el canal es corto y termina en un salto hidráulico.

<sup>330</sup> A los ilustrados en las figuras citadas deben adicionarse el  $A_3$  y el  $C_3$ .

2. Los perfiles de flujo de la zona 1 aparecen como consecuencia de la acumulación de líquido aguas abajo. Si éste es inducido por compuertas, su grado de apertura debe ser suficientemente pequeño para crearlo (figura 7.4); en vertederos, adecuadamente altos.

Un  $S_1$  es también relativamente corto, pues refleja el intento de establecer régimen subcrítico en un canal de naturaleza supercrítica (figura 7.4). Igual cosa cabe afirmar para un  $C_1$ . No sucede así con los perfiles de flujo  $M_1$  (figura 7.3).

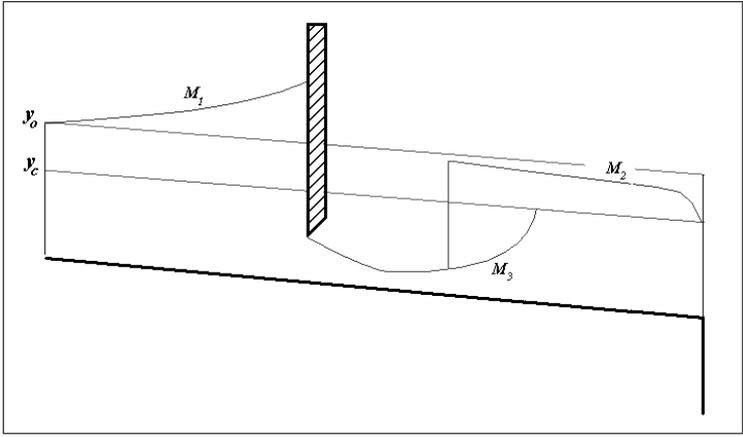


FIGURA 7.3

3. La zona 2 es ocupada por perfiles de flujo de carácter subcrítico, excepto en el caso del  $S_2$ . Los perfiles  $A_2$ ,  $M_2$  exhiben un crecimiento asintótico hacia la zona de aguas arriba.

El  $H_2$  también lo presenta, aunque no asintótico, ya que la profundidad normal se sitúa en el infinito.

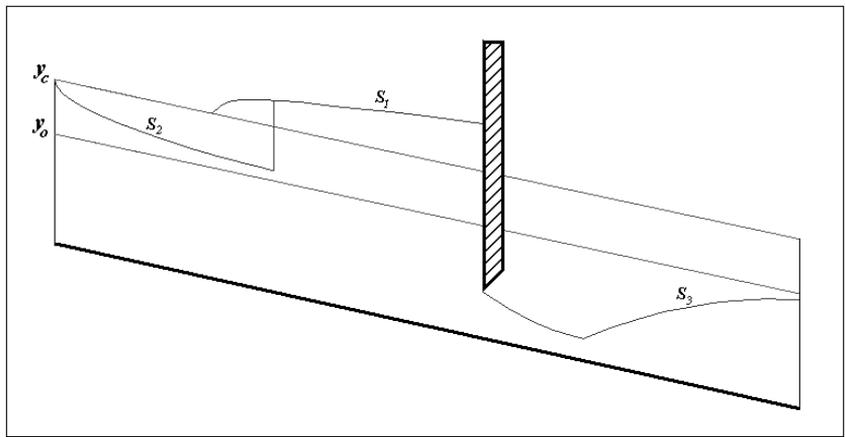


FIGURA 7.4

## 7.4 INTEGRACIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL

Alcanzar soluciones cerradas de la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado resulta complicado, aún para la situación simple de un canal rectangular (ecuación 7.21). Es un procedimiento a duras penas manejable para un canal rectangular muy ancho (ecuación 7.23).

Por ello, en tiempos anteriores, se acudía en la ingeniería a soluciones analíticas aproximadas, basadas en gráficos y tablas<sup>331</sup>.

El vertiginoso desarrollo del cálculo electrónico en los últimos 25 años, ha alentado la aplicación intensiva de métodos numéricos a la solución de ecuaciones diferenciales. Esto hizo que la práctica de la ingeniería tendiera cada vez más a evitar la utilización de los engorrosos procedimientos analíticos y así se generalizara el uso de soluciones numéricas que, entre otras cosas, tienen la ventaja de ser más expeditas.

Acorde con esta tendencia, se hará aquí referencia únicamente a soluciones basadas en métodos numéricos.

Se trata en esencia de reescribir la expresión (7.6) como una *ecuación diferencial en diferencias finitas*. Esto es, en transformar la representación infinitesimal en otra que emplea incrementos finitos de las variables que así lo requieran.

Vista de esta manera, la representación del perfil de flujo se debe dar en términos de  $\Delta s$  y  $\Delta y$  (figura 7.5). De este modo, éste queda subdividido en  $n$  intervalos de forma trapezoidal (figura 7.5).

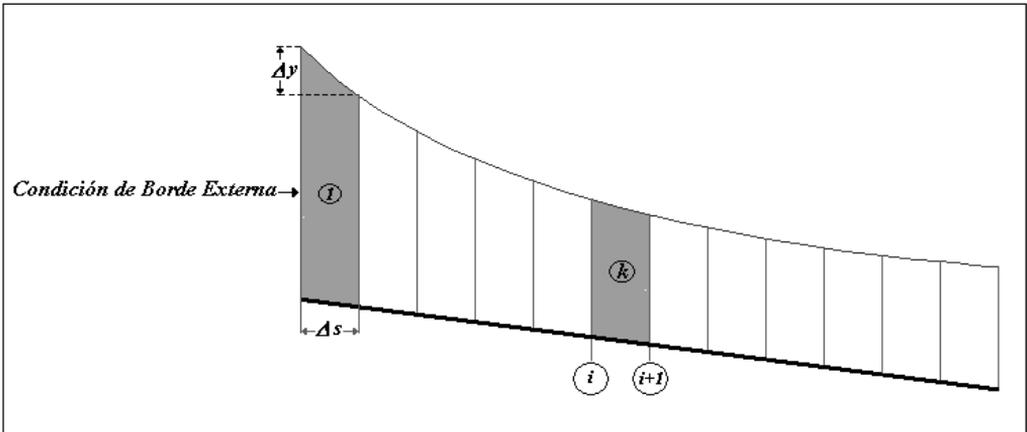


FIGURA 7.5

El  $k$ -ésimo intervalo queda delimitado por una entrada  $i$  y una salida  $i+1$ , para una corriente supercrítica (figura 7.5). En una subcrítica la entrada corresponde a  $i+1$  y la salida a  $i$ <sup>332</sup>.

<sup>331</sup> Ver [1].

La (7.6) llevada a diferencias finitas se constituye en la ecuación diferencial del  $k$ -ésimo intervalo:

$$\frac{\Delta E}{\Delta s} = S_o - \bar{S}_f \quad (7.31.)$$

Se tienen las siguientes equivalencias, de acuerdo con la figura 7.6:

$$\Delta s = s_{i+1} - s_i \quad (7.32.)$$

$$\Delta E = E_{i+1} - E_i \quad (7.33.)$$

Además, al caracterizar el intervalo por una longitud finita  $\Delta s$ , ya no es factible hablar de una única pendiente de la línea de energía, sino, de una a la entrada y otra a la salida del intervalo<sup>333</sup>. De allí que la pendiente de la línea de energía asociada a éste tenga que ser el valor medio de las dos extremas:

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2}(S_{f_i} + S_{f_{i+1}}) \quad (7.34.)$$

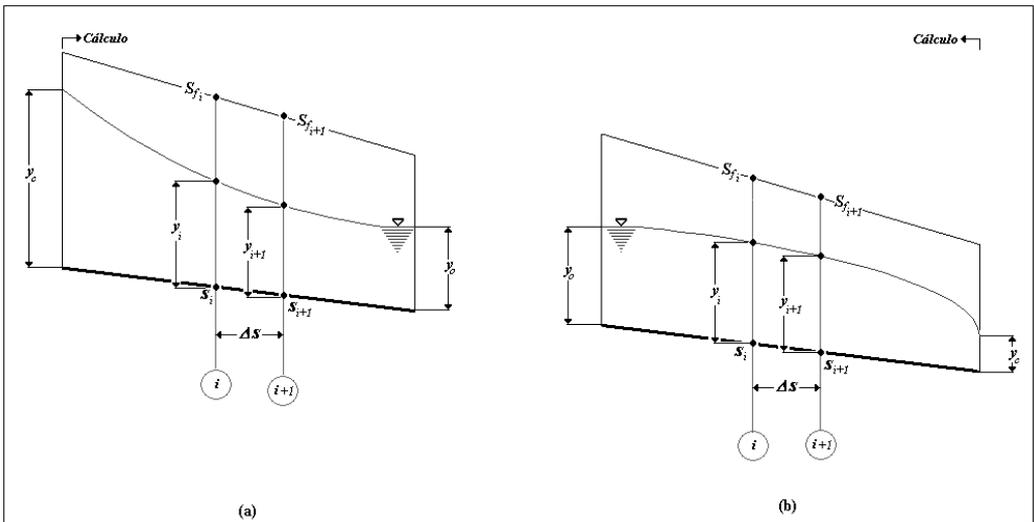


FIGURA 7.6

Por otra parte, al tratarse de una ecuación diferencial de primer orden, su definición no queda completa si no se le adiciona una *condición de borde* (figura 7.6). Esto es:

$$F > 1, \text{ en } s = s_i, y = y_i \quad (7.35.)$$

$$F < 1, \text{ en } s = s_{i+1}, y = y_{i+1}$$

<sup>332</sup> Es claro entonces que  $i$  es sinónimo de aguas arriba e  $i+1$  de aguas abajo.

<sup>333</sup> Por el contrario, a cada intervalo infinitesimal le corresponde una única pendiente de la línea de energía.

De esta manera la entrada de cada intervalo contiene la condición de borde de la ecuación diferencial. El método general resuelve la (7.31), intervalo por intervalo. La solución en cada uno se constituye en la condición de borde para el cálculo en el siguiente.

El proceso resolutivo se inicia con el primer intervalo, el cual se encuentra para flujo supercrítico en el extremo de aguas arriba, (figura 7.6a) y en el de aguas abajo para subcrítico (figura 7.6b). Allí se tienen valores conocidos de abscisa y profundidad.

En  $s = s_{inicial}$ ,  $y = y_{inicial}$

Ésta se denomina *condición externa de borde*.

El régimen supercrítico se calcula desde arriba hacia abajo (figura 7.6a). El subcrítico desde abajo hacia arriba (figura 7.6b)<sup>334</sup>.

Para desarrollar el procedimiento descrito se emplean habitualmente dos métodos, que se desprenden directamente de la ecuación (7.31):

1. Variar la profundidad a partir de la condición de borde para determinar la abscisa correspondiente a dicha profundidad. En forma simbólica es:

$$y \mapsto s$$

2. Cambiar la abscisa desde la condición de borde y establecer la profundidad respectiva. Simbólicamente:

$$s \mapsto y$$

En la literatura estas técnicas se conocen como *métodos por pasos*, en el sentido que se asigna un paso,  $\Delta y$  o el  $\Delta s$ , según el caso, para realizar la integración. El primero se designa *método directo de los pasos*. El segundo, *estándar por pasos*.

### 7.4.1 MÉTODO DIRECTO DE LOS PASOS

La idea de este procedimiento es bastante simple. Parte del despeje de la (7.31):

$$\Delta s = \frac{\Delta E}{S_o - S_f} \tag{7.36.}$$

Que también puede representarse de acuerdo con la (7.33) y la (7.34):

---

<sup>334</sup> Como se indica en la (7.35), las condiciones de borde están ubicadas en los extremos opuestos del intervalo de acuerdo con el tipo de flujo. En régimen supercrítico se sitúa en la parte de aguas arriba del intervalo. En el de aguas abajo en subcrítico. Es conveniente resaltar que es imperioso proceder de esta manera por el desconocimiento previo de las otras profundidades diferentes a las inherentes a cada control hidráulico. No obstante, en caso de conocer alguna aguas arriba o aguas abajo puede calcularse en cualquiera de los dos sentidos independientemente del régimen de flujo.

$$\Delta s = \frac{E_{i+1} - E_i}{\left[ S_o - \frac{1}{2} (S_{f_i} + S_{f_{i+1}}) \right]} \quad (7.37.)$$

En el caso del flujo supercrítico se conocen las variables subindicadas  $i$  y del subcrítico las que tienen subíndice  $i+1$ .

De modo que para calcular  $\Delta s$  basta con reemplazar  $y_{i+1}$  en la (7.37) para régimen supercrítico; por  $y_i$  para el subcrítico.

En vista de que un perfil de flujo es una curva monótonamente creciente o decreciente, las profundidades propuestas deben aumentar o disminuir durante el proceso<sup>335</sup>.

El valor correspondiente de la abscisa se obtiene por medio de las siguientes expresiones:

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s \quad F > 1 \quad (7.38.)$$

$$s_i = s_{i+1} + \Delta s \quad F < 1 \quad (7.39.)$$

Si bien el método es bastante sencillo en el aspecto operativo, tiene el inconveniente que no permite determinar la profundidad en una abscisa precisa. Por lo mismo, resulta inaplicable en canales con sección transversal variable.

## 7.4.2 MÉTODO ESTÁNDAR DE LOS PASOS

La introducción de este procedimiento se halla plenamente justificada en la necesidad de solventar la dificultad citada para el recientemente descrito. Permite, en consecuencia, establecer la profundidad en una abscisa en particular. Esto es:

$$y_{i+1} = f(s_{i+1})$$

A partir de la (7.37) pueden ponerse en forma explícita las variables que contienen la profundidad:

$$E_{i+1} - E_i = \left[ S_o - \frac{1}{2} (S_{f_i} + S_{f_{i+1}}) \right] \Delta s$$

Después de efectuar el producto indicado en el miembro derecho:

$$E_{i+1} - E_i = S_o \Delta s - (S_{f_i} + S_{f_{i+1}}) \frac{\Delta s}{2}$$

---

<sup>335</sup> Por ejemplo, el valor de la profundidad debe disminuir al realizar el cálculo de un perfil  $S_2$ . Lo contrario sucede con el  $M_2$ . En este último se sobrentiende que la profundidad aumenta en el sentido que se realiza el cálculo, esto es, a contraflujo.

El cual es equivalente a:

$$E_{i+1} - E_i = -\frac{\Delta s}{2} S_{f_i} - \frac{\Delta s}{2} S_{f_{i+1}} + S_o \Delta s$$

Una vez se organizan las variables según los índices, se consigue<sup>336</sup>:

$$E_{i+1} + \frac{\Delta s}{2} S_{f_{i+1}} = E_i - \frac{\Delta s}{2} S_{f_i} + S_o \Delta s \quad F > 1 \quad (7.40.)$$

$$E_i - \frac{\Delta s}{2} S_{f_i} = E_{i+1} + \frac{\Delta s}{2} S_{f_{i+1}} - S_o \Delta s \quad F < 1 \quad (7.41.)$$

En el miembro izquierdo de la (7.40) o la (7.41) la profundidad por determinar está contenida en la función de energía específica y en la expresión para la pendiente de línea de energía. El derecho contiene las variables de la condición de borde del intervalo, así como la constante  $S_o \Delta s$ . Se trata, por tanto, de un término así mismo constante, de suerte que es válido escribir:

$$E_{i+1} + \frac{\Delta s}{2} S_{f_{i+1}} = cte_i \quad F > 1 \quad (7.42.)$$

$$E_i - \frac{\Delta s}{2} S_{f_i} = cte_{i+1} \quad F < 1 \quad (7.43.)$$

Si se ignora la segunda componente del miembro izquierdo de las dos expresiones, se tiene:

$$E_{i+1} = cte_i$$

$$E_i = cte_{i+1}$$

Que no es más que la conocida función de energía específica (ver capítulo 3). Es claro entonces que la (7.42) y la (7.43) representan la función de energía específica más el efecto adicional de la resistencia al flujo.

Con base en la (2.43) y la (7.2), la (7.40) se deja reescribir así:

$$y_{i+1} + \alpha \frac{Q^2}{2gA_{i+1}^2} + \frac{n^2 Q^2 \Delta s}{2 \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)_{i+1}^2} = cte_i \quad (7.44.)$$

<sup>336</sup> Se arregla la expresión para explicitar las variables que se requiere evaluar en cada paso. Aparecen dos formas, según el régimen de flujo.

La (7.44) se constituye en la fórmula de recurrencia para la aplicación de esta metodología a una corriente supercrítica.

Idéntico resultado puede obtenerse en flujo subcrítico:

$$y_i + \alpha \frac{Q^2}{2gA_i^2} - \frac{n^2 Q^2 \Delta s}{2 \left( AR_H^{\frac{2}{3}} \right)_i} = cte_{i+1} \quad (7.45.)$$

En el caso particular de un canal rectangular la (7.44) llega a ser:

$$y_{i+1} + \alpha \frac{Q^2}{2gb_{i+1}^2 y_{i+1}^2} + \frac{n^2 Q^2 \Delta s}{2 \left( \frac{(b_{i+1} y_{i+1})^5}{(b_{i+1} + 2y_{i+1})^2} \right)^{\frac{1}{3}}} = cte_i \quad (7.46.)$$

Para un paso dado,  $\Delta s$ , es necesario resolver la (7.40) y la (7.41) para diversas abscisas del canal. En caso de que el cálculo cubra la entera longitud de un canal,  $L$ , el número de cálculos asciende a:

$$\frac{L}{\Delta s} + 1$$

El elemento que determina una nueva ecuación en cada posición en el canal es el valor del término constante. Esto, porque éste cambia de abscisa en abscisa.

Por lo expuesto hasta acá podría afirmarse que el método indicado en la (7.40) y la (7.42) es el ideal para calcular un perfil de flujo. Tiene, no obstante, una notable dificultad operativa que se puede visualizar rápidamente en la situación simple del canal rectangular (ecuación 7.46). Dicha dificultad tiende a hacerse más ostensible en otros tipos de sección transversal<sup>337</sup>.

De aquí se sigue que es imposible contar con una solución analítica para estas ecuaciones. Por consiguiente es indispensable acudir a un método numérico. En vista de esto, y como el procedimiento debe repetirse muchas veces en función del número de intervalos definidos, resultaba demasiado engorroso, y hasta impracticable, hasta tiempos recientes. Empero, el notorio progreso en materia cálculo electrónico de los últimos 25 años ha fomentado su paulatina adopción como metodología principal de cálculo.

Puede emplearse en canales de sección variable (allí incluidos los naturales), como se infiere, por ejemplo de la (7.46).

---

<sup>337</sup> En este punto se comprende cabalmente el porqué de la denominación de método directo de los pasos. Basta simplemente con reemplazar la profundidad en la (7.37) para obtener la abscisa en forma inmediata.

## 7.5 EL CÁLCULO DE UN PERFIL DE FLUJO

Aunque no se haya dicho expresamente y a lo largo de este libro se haya dado otra idea, en la realidad práctica los canales no se construyen siempre en un único tramo, sino en varios<sup>338</sup>, o también, *sistema de canales conectados en serie*.

Se dice que un tramo se transforma en otro cuando cambia su pendiente, rugosidad, sección transversal o también el caudal, o cualquier combinación de estos parámetros<sup>339</sup>.

En el sitio donde un tramo se cambia en otro puede o no configurarse un control hidráulico. Un ejemplo clásico de formación de uno lo constituye el paso de una pendiente subcrítica ( $M, H, A$ ) a una supercrítica,  $S^{340}$ .

Muchas veces es la exigencia topográfica quien obliga a plantear trazados en varios tramos, algo similar a lo que sucede con una carretera. De otra parte, los canales naturales se consideran un caso extremo de esta tendencia.

El cálculo perfiles de flujo en sistemas de canales se basa en el desarrollado para un canal de un solo tramo. De manera que resulta conveniente, en primer lugar, mostrar cómo se realiza éste.

### 7.5.1 CANAL DE UN SOLO TRAMO

La metodología por describir tiene como objeto resolver la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado. Cualquiera que sea el método elegido, debe partir de una actividad común: la identificación del tipo de perfil de flujo que se va a calcular. Es decir, de clasificarlo según lo descrito en la sección 7.3.1 y figura 7.1. Para ello es necesario reunir la siguiente información:

1. Las profundidades crítica y normal del canal. Con estos resultados, o con el valor de la pendiente<sup>341</sup>, se pasa a clasificar el canal.
2. Determinar si la corriente es producida por una o dos condiciones externas de borde. Éstas pueden ser estructuras de control del flujo del tipo descrito en el capítulo 4 (vertederos y compuertas), orificios, estrechamientos (por ejemplo pilas de puentes), saltos hidráulicos, etc. En suma, toda parte del canal, arriba o abajo, que aporte un valor inicial de profundidad.

---

<sup>338</sup> También se le puede llamar *lucos*, aunque este término es menos habitual.

<sup>339</sup> Pueden encontrarse estructuras de control de flujo en medio de un tramo dado de canal. También pilas de puentes u otros estrechamientos que pueden ser o no controles hidráulicos. En todo caso, no definen forzosamente un nuevo tramo de canal.

<sup>340</sup> El flujo comienza a acelerarse desde el canal subcrítico y continúa a través del supercrítico. Esta condición se asemeja bastante a la de un vertedero, de suerte que la corriente alcanza el estado crítico en el punto donde se da el cambio de pendiente.

<sup>341</sup> Es el caso de un canal horizontal o adverso.

La presencia de dos condiciones externas de borde fuerza, sin duda, la existencia de dos perfiles de flujo: uno subcrítico con procedencia de aguas abajo y otro supercrítico desde aguas arriba. Debe, consecuentemente, considerarse la existencia de un resalto hidráulico<sup>342</sup>.

La actuación de una condición externa de borde resulta fundamental para establecer la zona en que se encuentra el perfil de flujo, pues ella es quien lo ubica con respecto a las profundidades normal y crítica. Por ejemplo, en un canal  $M$  una compuerta puede inducir aguas arriba un perfil  $M_2$  o un  $M_1$ , según su grado de apertura.

Una vez obtenido esto, se puede proceder a calcular el perfil de flujo con base en la aplicación sistemática de la (7.37) o de alguna de las ecuaciones (7.42) o (7.43).

Modernamente este cómputo se efectúa con la ayuda de software especializado, el cual emplea el método estándar de los pasos como algoritmo. En épocas anteriores, donde se carecía de un apoyo informático más eficiente, se hacía imperativo acudir a un cálculo manual con el método directo de los pasos. Actualmente la ausencia de un software especializado puede solventarse al programar un cálculo sistemático tabulado. La metodología que se expone a continuación elabora estas tablas en la hoja electrónica de *Excel*, con el apoyo de funciones escritas en *Visual Basic para Excel*.

Se parte de los siguientes datos generales independientemente del método escogido<sup>343</sup>:

Tipo de sección transversal  
Caudal  
Pendiente del fondo  
Coeficiente de Manning  
Coeficiente de Coriolis  
Coeficiente de Boussinesq

Cada modalidad del método de los pasos precisa de un diseño particular de tabla. Enseguida se procede a detallar por separado la elaboración de cada una.

### 7.5.1.1 TABULACIÓN DEL CÁLCULO POR EL MÉTODO DIRECTO DE LOS PASOS

A los datos generales, citados arriba, debe agregarse la definición de:

Paso,  $\Delta y$

Simboliza  $\Delta y$  la diferencia de profundidad entre dos puntos consecutivos en un perfil de flujo (figuras 7.6a y 7.6b). Antaño, cuando se procedía con la ayuda de una calculadora

---

<sup>342</sup> No obstante, la posibilidad de existencia de un resalto hidráulico a esta altura debe mirarse apenas como una hipótesis pues es precisamente el cálculo del perfil de flujo quien la confirmará o la negará.

<sup>343</sup> En suma: los parámetros del problema hidráulico, definidos desde el final del capítulo 1.

simple, se asignaba a  $\Delta y$  un valor variable durante el cálculo<sup>344</sup>. Hoy en día se utilizan valores constantes, por las razones ya expuestas; se aconseja que sean lo más pequeños posibles para evitar la llamada *inestabilidad numérica de las soluciones*<sup>345</sup>. Por ejemplo:  $\Delta y = 1\text{mm}$  resulta bastante conveniente.

$\Delta y$  puede tener signo positivo o negativo de acuerdo con la pendiente esperada,  $y'$ , para cada tipo de perfil de flujo y la localización de la condición externa de borde externo. Por ejemplo, para los perfiles de la zona 3 tiene signo positivo. Para los de la zona 1 negativo<sup>346</sup>.

En cada nuevo punto del perfil de flujo la profundidad correspondiente se determina así:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y \quad F > 1$$

$$y_i = y_{i+1} + \Delta y \quad F < 1$$
(7.47.)

Explicación de la tabla anexa:

1. Aparecen  $n$  filas, que se corresponden con el número de puntos del perfil de flujo. El cálculo se realiza desde arriba hacia abajo. Dos filas consecutivas constituyen un intervalo de cálculo. De esta manera cada fila superior contiene la condición de borde, o entrada a cada intervalo, y la inferior un nuevo punto de cálculo. Así, la 1 y la 2 conforman el primer intervalo y en la 1 está la condición externa de borde. La fila superior  $i$  corresponde a la condición interna de borde del intervalo en un perfil de flujo supercrítico. Así mismo, la  $i+1$  cumple las mismas funciones para uno subcrítico.

El oficio particular de cada fila es detallar secuencialmente los cálculos que llevan a estimar la abscisa asociada a cada profundidad. En régimen supercrítico se procede desde una profundidad  $i$  hacia una  $i+1$ , mientras que en subcrítico desde una profundidad  $i+1$  hacia una  $i$ , como es posible observar explícitamente en la tabla anexa. Este detalle adquiere importancia en el momento de evaluar la  $\Delta E = E_{i+1} - E_i$ . De suerte que en una corriente supercrítica la  $E_{i+1}$  aparece en la fila donde van los cálculos nuevos. En subcrítico, en esta misma posición se halla es  $E_i$ .

2. La tabla incluye 12 columnas. En la 1 se indica en qué punto se van hacer los cálculos<sup>347</sup>.

De aquí en adelante la distribución de las columnas es coherente con la secuencia como se desarrolla el cálculo en este método:

<sup>344</sup> Con el objeto, sin duda, de acortar el procedimiento al máximo.

<sup>345</sup> Una solución es calificada inestable cuando resulta absurda al comparársele con un valor de referencia. Se le denomina así mismo *ruido numérico*. Una señal inequívoca de ruido en este método, y en el otro, es el incremento del abscisado con el cálculo en flujo subcrítico, y el decrecimiento en supercrítico.

<sup>346</sup> En la zona 2 es variable. Negativo para los supercríticos y positivo para los subcríticos.

<sup>347</sup> Esta columna es meramente orientadora y se puede omitir perfectamente.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<i>Punto</i>	<i>y</i>	<i>A</i>	<i>P</i>	<i>R<sub>H</sub></i>	<i>E</i>	<i>S<sub>f</sub></i>	$\Delta E$	$\bar{S}_f$	$\Delta s$	<i>s</i>	<i>M</i>
<i>1</i>	<i>C. Borde</i>						-	-	-	<i>C. Borde</i>	
<i>2</i>											
<i>3</i>											
<i>i</i>											
<i>i+1</i>											
<i>i+1</i>											
<i>i</i>											
<i>n</i>											

Columna 2. La profundidad del flujo cuyo correspondiente abscisado se pretende calcular.

Columnas 3, 4, 5. Propiedades geométricas de la sección transversal empleada.

Columna 6. La energía específica producida por la profundidad que se fijó.

Columna 7. Pendiente de la línea de energía correspondiente a la profundidad. Se evalúa con ayuda de la (7.2).

Columna 8. Variación de la energía específica dentro del intervalo que forman dos filas consecutivas. Aplica la (7.33) con los datos de la columna 6.

Columna 9. La pendiente promedia de la línea de energía en el intervalo. Se calcula con la (7.34). Utiliza las pendientes de la línea de energía computadas en la columna 7 para dos filas consecutivas.

Columna 10. Separación entre las abscisas de dos profundidades consecutivas  $\Delta s$ . Se evalúa al aplicar la (7.37) con los resultados obtenidos en las columnas 8 y 9.

Columna 11. La abscisa correspondiente a la profundidad introducida en la columna 2. Se emplean la ecuación (7.38) o la (7.39).

Columna 12. Se computa la función de momentum asociada a la profundidad de la columna 2.

### 7.5.1.2 TABULACIÓN DEL CÁLCULO POR EL MÉTODO ESTÁNDAR DE LOS PASOS

Al igual que sucedía con el anterior caso, se debe adicionar la definición de:

Paso,  $\Delta s$ .

Es positivo  $\Delta s$  si el perfil de flujo es supercrítico, y negativo si es subcrítico<sup>348</sup>. En el primer caso la abscisa se incrementa durante el procedimiento y en el segundo se decrementa. Al igual que sucede para el método directo, la tendencia moderna es usar valores constantes y pequeños para esta variable, por ejemplo  $\Delta s = 1 \text{ mm}$ . Ello evita la mencionada inestabilidad numérica.

Explicación de la tabla anexa:

1. Las filas desempeñan la misma función y siguen el esquema operativo citado para el método directo de los pasos.

2. La tabla contiene seis columnas. La columna 1 desempeña el mismo oficio descrito para el método directo de los pasos.

1	2	3	4	5	6
Punto	$s$	$y$	$E$	$S_f$	$M$
1	C. Borde	C. Borde			
2					
3					
$i$					
$i+1$					
$i+1$					
$i$					
$n$					

Columna 2. La abscisa en donde se va a establecer la profundidad del flujo. En cada fila se determina con base en la ecuación (7.38) o la (7.39).

Columna 3 La profundidad, a partir de la segunda fila, se calcula con ayuda de la (7.40) o la (7.41). Es preciso servirse de algún procedimiento numérico de tanteo; por ejemplo el llamado *de sobre relajación*. En esta fila la *cte* se obtiene con el miembro derecho de la (7.40) o de la (7.41):

<sup>348</sup> Y así debe reflejarse en la (7.39).

$$cte_i = E_i - \frac{\Delta s}{2} S_{f_i} + S_o \Delta s \quad F > 1$$

$$cte_{i+1} = E_{i+1} + \frac{\Delta s}{2} S_{f_{i+1}} - S_o \Delta s \quad F < 1$$

Como existen dos soluciones posibles para la (7.42) o la (7.43), el operador debe estar consciente de cuál debe ser la apropiada. Si se ocupa de un perfil de flujo subcrítico debe elegir la raíz correspondiente<sup>349</sup>. Lo mismo en el caso del supercrítico.

Cualquiera que sea el método seleccionado, la tabla debe completarse bien sea hasta alcanzar una profundidad de referencia<sup>350</sup> u otra, o alcanzar un abscisado predeterminado.

En el caso de los perfiles de flujo supercríticos de la zona 3, excepto el  $S_3$ , la práctica más conveniente es llevar el cómputo hasta las proximidades de la profundidad crítica<sup>351</sup>. De idéntico modo se debe proceder con los  $S_1$  y  $C_1$ .

En los perfiles de flujo que tienden a la profundidad normal el cálculo se suspende cuando una profundidad se iguala con la normal. En régimen supercrítico, perfiles de flujo  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $C_3$ , la longitud de éstos tiende a ser relativamente más corta que la de sus similares subcríticos<sup>352</sup>.

El  $H_2$  no converge hacia alguna profundidad límite, de suerte que el criterio para suspender su cómputo es forzosamente el del abscisado<sup>353</sup>.

### EJEMPLO 7.1

Una alcantarilla circular de hormigón se inicia en una arqueta y termina al intersectar una corriente natural donde descarga como un chorro libre. Hallar la distancia  $L$  que se requiere para alcanzar la descompresión del flujo dentro del tubo.

Datos:

$$Q = 4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$n = 0.015$$

$$S_o = 0$$

$$d_o = 1.5 \text{ m}$$

<sup>349</sup> Esto, sin duda, constituye una corroboración adicional del concepto de accesibilidad del flujo (capítulo 3).

<sup>350</sup> Es decir, la normal o la crítica.

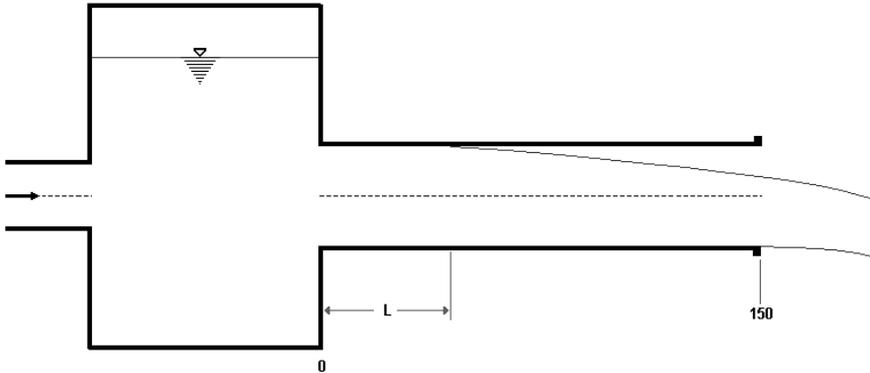
<sup>351</sup> No puede efectuarse hasta la profundidad crítica misma porque allí  $y' = \infty$ .

<sup>352</sup> La razón es que la velocidad media es comparativamente más alta en el flujo supercrítico. Por tanto, se inducen en este tipo de régimen pérdidas hidráulicas, también comparativamente, más altas. Éstas facilitan el logro de un rápido equilibrio entre la carga gravitatoria y la disipativa.

<sup>353</sup> Algo similar podría ocurrir eventualmente con el perfil  $A_2$ , dado su carácter asintótico. En general, para todos aquellos, de la misma índole, que no alcancen a estabilizar la profundidad normal.

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 1$$



### SOLUCIÓN

La corriente ingresa a la alcantarilla presurizada, gracias al nivel en la arqueta (ver figura 1.2). En un punto aguas abajo se despresuriza. El valor nulo de la pendiente permite concluir que el canal es un  $H$ . El único perfil de flujo compatible con la pendiente es un subcrítico  $H_2$ , en vista de que la corriente se proyecta fuera de la conducción. Requiere éste, una condición externa de borde aguas abajo, en este caso el salto hidráulico. En consecuencia, puede utilizarse como tal la profundidad crítica. Esto es:

$$s = 150 \text{ m}$$

$$y = y_c = 1.042 \text{ m}$$

Puede pensarse que el perfil de flujo comienza a formarse desde abajo hasta encontrar el flujo presurizado aguas arriba. El procedimiento consiste en realizar el cálculo hasta el punto donde la profundidad de la corriente iguale el diámetro del tubo ( $y = d_o$ ). Desde ahí hacia aguas arriba se considera que el flujo está a presión.

A modo de ilustración se emplea para el cómputo el método directo de los pasos. Se hace uso de un paso  $\Delta y = +1 \text{ mm}$ <sup>354</sup>. El resultado se entrega en la tabla anexa. Para abreviar la presentación, se incluye el detalle, paso por paso, de la parte inicial y final del procedimiento. Entre éstas, se publica el resultado únicamente cada centímetro.

En la primera fila están los cálculos correspondientes a la condición de borde de aguas abajo (externa). El cómputo se completa en esta primera fila hasta la pendiente de la línea de energía. No aparecen en ella ni el resultado para el cambio en la energía específica ni el

<sup>354</sup> Es claro que el paso tiene que ser positivo, porque en este tipo de perfil de flujo se incrementa la profundidad desde aguas abajo hacia aguas arriba. Esto signo tiene que ser conocido previamente por el operador, no solamente para este caso sencillo sino para los más complejos. Es por lo demás un paso previo sin el cual no es posible emprender cualquier tarea de cómputo.

del valor medio de la pendiente de la línea de energía porque el cálculo se hace para un intervalo. Esta primera fila considera  $E_{i+i}$  al tratarse de un perfil de flujo subcrítico.

En la segunda fila se evalúa  $E_i$  y ya es posible establecer el cambio en la energía específica y del valor medio de la pendiente de la línea de energía. Así mismo, se computa un primer cambio en la abscisa. Éste resulta negativo, como era de esperarse, y esto se refleja en el retroceso progresivo de la abscisa.

En las filas posteriores comparecen los mismos cálculos citados para la segunda. Por ejemplo, la tercera cierra el segundo intervalo, cuya condición de borde está en la segunda fila.

La tabla introduce una columna de control, opcional<sup>355</sup>, la segunda, que le sirve al operador para percibir el grado de llenado de la alcantarilla<sup>356</sup>. Así, el método se inicia con un llenado del 69.5%.

$y$ (m)	$y/d_0$	$A$ (m <sup>2</sup> )	$P$ (m)	$R_H$ (m)	$E$ (m)	$S_f$	$\Delta E$ (m)	$\bar{S}_f$	$\Delta s$ (m)	$S$ (m)	$S_w$ (m)
1.042	0.695	1.311	2.957	0.443	1.517029	0.006197				150.000	
1.043	0.696	1.312	2.959	0.443	1.517030	0.006182	-0.000002	0.006190	-0.0003	150.000	-328.964
1.044	0.696	1.314	2.961	0.444	1.517036	0.006166	-0.000006	0.006174	-0.0009	149.999	-109.485
1.045	0.697	1.315	2.964	0.444	1.517045	0.006151	-0.000009	0.006158	-0.0015	149.997	-65.6543
1.046	0.698	1.316	2.966	0.444	1.517059	0.006135	-0.000013	0.006143	-0.0021	149.995	-46.8760
1.047	0.698	1.318	2.968	0.444	1.517075	0.006120	-0.000017	0.006128	-0.0027	149.992	-36.4455
1.048	0.699	1.319	2.970	0.444	1.517096	0.006105	-0.000021	0.006112	-0.0034	149.989	-29.8086
1.049	0.700	1.321	2.972	0.444	1.517120	0.006089	-0.000024	0.006097	-0.0040	149.985	-25.2141
1.050	0.700	1.322	2.975	0.444	1.517148	0.006074	-0.000028	0.006082	-0.0046	149.980	-21.8450
1.060	0.707	1.336	2.996	0.446	1.517624	0.005927	-0.000064	0.005934	-0.0107	149.901	-9.3336
1.070	0.714	1.349	3.018	0.447	1.518449	0.005786	-0.000098	0.005793	-0.0169	149.760	-5.9231
1.080	0.720	1.363	3.041	0.448	1.519609	0.005652	-0.000131	0.005659	-0.0231	149.557	-4.3325
1.090	0.727	1.376	3.063	0.449	1.521089	0.005524	-0.000162	0.005530	-0.0293	149.292	-3.4125
1.100	0.734	1.389	3.086	0.450	1.522877	0.005402	-0.000192	0.005408	-0.0355	148.965	-2.8131
1.110	0.740	1.403	3.108	0.451	1.524960	0.005286	-0.000221	0.005292	-0.0418	148.575	-2.3919
1.120	0.747	1.416	3.131	0.452	1.527326	0.005175	-0.000249	0.005181	-0.0481	148.122	-2.0799
1.130	0.754	1.429	3.154	0.453	1.529965	0.005069	-0.000276	0.005075	-0.0544	147.607	-1.8396
1.140	0.760	1.442	3.178	0.454	1.532866	0.004969	-0.000302	0.004974	-0.0606	147.029	-1.6491
1.150	0.767	1.454	3.201	0.454	1.536019	0.004873	-0.000326	0.004877	-0.0669	146.388	-1.4943
1.160	0.774	1.467	3.225	0.455	1.539415	0.004781	-0.000350	0.004786	-0.0732	145.684	-1.3663
1.170	0.780	1.479	3.249	0.455	1.543045	0.004694	-0.000373	0.004699	-0.0795	144.918	-1.2586
1.180	0.787	1.492	3.273	0.456	1.546901	0.004612	-0.000396	0.004616	-0.0857	144.089	-1.1670
1.190	0.794	1.504	3.298	0.456	1.550975	0.004533	-0.000417	0.004537	-0.0919	143.198	-1.0880

(Continúa)

<sup>355</sup> Las tablas presentadas en las secciones 7.5.1.1 y 7.5.1.2 tienen por objeto dar una idea de las columnas mínimas que deben tener para realizar los cálculos. Pueden agregarse otras, en función de las necesidades.

<sup>356</sup> Dado que el proceso de cálculo es en sentido inverso al desarrollo del flujo, el operador percibe un llenado de la conducción a medida que el cómputo avanza, hacia aguas arriba.

$y$ (m)	$y/d_0$	$A$ (m <sup>2</sup> )	$P$ (m)	$R_H$ (m)	$E$ (m)	$S_f$	$\Delta E$ (m)	$\bar{S}_f$	$\Delta s$ (m)	$S$ (m)	$S_w$ (m)
1.200	0.800	1.516	3.323	0.456	1.555260	0.004458	-0.000438	0.004462	-0.0981	142.245	-1.0194
1.210	0.807	1.528	3.348	0.456	1.559748	0.004387	-0.000458	0.004391	-0.1043	141.230	-0.9592
1.220	0.814	1.540	3.373	0.456	1.564433	0.004320	-0.000477	0.004323	-0.1104	140.153	-0.9060
1.230	0.820	1.551	3.399	0.456	1.569309	0.004257	-0.000496	0.004260	-0.1164	139.016	-0.8588
1.240	0.827	1.563	3.425	0.456	1.574369	0.004196	-0.000514	0.004199	-0.1225	137.819	-0.8166
1.250	0.834	1.574	3.452	0.456	1.579610	0.004140	-0.000532	0.004143	-0.1284	136.561	-0.7787
1.260	0.840	1.585	3.479	0.456	1.585024	0.004086	-0.000549	0.004089	-0.1343	135.245	-0.7446
1.270	0.847	1.596	3.507	0.455	1.590609	0.004036	-0.000566	0.004039	-0.1401	133.870	-0.7136
1.280	0.854	1.607	3.535	0.455	1.596358	0.003990	-0.000582	0.003992	-0.1459	132.437	-0.6855
1.290	0.860	1.617	3.563	0.454	1.602269	0.003946	-0.000598	0.003948	-0.1515	130.947	-0.6600
1.300	0.867	1.628	3.592	0.453	1.608338	0.003906	-0.000614	0.003908	-0.1571	129.401	-0.6366
1.310	0.874	1.638	3.622	0.452	1.614560	0.003868	-0.000629	0.003870	-0.1626	127.800	-0.6152
1.320	0.880	1.648	3.653	0.451	1.620934	0.003834	-0.000644	0.003836	-0.1679	126.145	-0.5956
1.330	0.887	1.657	3.684	0.450	1.627456	0.003804	-0.000659	0.003805	-0.1731	124.437	-0.5775
1.340	0.894	1.666	3.716	0.448	1.634125	0.003776	-0.000673	0.003777	-0.1783	122.677	-0.5610
1.350	0.900	1.676	3.749	0.447	1.640937	0.003752	-0.000688	0.003753	-0.1832	120.867	-0.5457
1.360	0.907	1.684	3.783	0.445	1.647893	0.003731	-0.000702	0.003732	-0.1881	119.008	-0.5317
1.370	0.914	1.693	3.818	0.443	1.654990	0.003714	-0.000716	0.003715	-0.1928	117.101	-0.5187
1.380	0.920	1.701	3.854	0.441	1.662229	0.003700	-0.000730	0.003701	-0.1973	115.148	-0.5068
1.390	0.927	1.709	3.892	0.439	1.669609	0.003691	-0.000744	0.003691	-0.2017	113.151	-0.4958
1.400	0.934	1.717	3.931	0.437	1.677131	0.003685	-0.000759	0.003685	-0.2059	111.111	-0.4858
1.410	0.940	1.724	3.972	0.434	1.684797	0.003684	-0.000773	0.003684	-0.2098	109.030	-0.4765
1.420	0.947	1.731	4.015	0.431	1.692610	0.003689	-0.000788	0.003688	-0.2136	106.911	-0.4681
1.430	0.954	1.738	4.061	0.428	1.700573	0.003698	-0.000803	0.003698	-0.2172	104.754	-0.4604
1.440	0.960	1.744	4.111	0.424	1.708691	0.003715	-0.000819	0.003714	-0.2205	102.564	-0.4534
1.450	0.967	1.749	4.164	0.420	1.716973	0.003739	-0.000836	0.003738	-0.2236	100.341	-0.4472
1.460	0.974	1.754	4.223	0.415	1.725429	0.003773	-0.000854	0.003771	-0.2264	98.090	-0.4416
1.470	0.980	1.759	4.290	0.410	1.734077	0.003820	-0.000874	0.003818	-0.2289	95.811	-0.4368
1.480	0.987	1.763	4.369	0.403	1.742943	0.003887	-0.000897	0.003883	-0.2311	93.509	-0.4327
1.490	0.994	1.766	4.473	0.395	1.752075	0.003988	-0.000928	0.003982	-0.2330	91.188	-0.4293
1.491	0.994	1.766	4.486	0.394	1.753006	0.004002	-0.000931	0.003995	-0.2331	90.955	-0.4290
1.492	0.995	1.766	4.500	0.392	1.753941	0.004017	-0.000935	0.004009	-0.2333	90.721	-0.4287
1.493	0.996	1.766	4.515	0.391	1.754881	0.004033	-0.000939	0.004025	-0.2334	90.488	-0.4284
1.494	0.996	1.766	4.530	0.390	1.755825	0.004050	-0.000944	0.004041	-0.2336	90.254	-0.4281
1.495	0.997	1.767	4.548	0.388	1.756774	0.004069	-0.000949	0.004060	-0.2337	90.021	-0.4279
1.496	0.998	1.767	4.567	0.387	1.757728	0.004091	-0.000954	0.004080	-0.2339	89.787	-0.4276
1.497	0.998	1.767	4.590	0.385	1.758688	0.004117	-0.000960	0.004104	-0.2340	89.553	-0.4274
1.498	0.999	1.767	4.617	0.383	1.759656	0.004149	-0.000968	0.004133	-0.2341	89.319	-0.4271
1.499	1.000	1.767	4.657	0.379	1.760633	0.004196	-0.000977	0.004173	-0.2342	89.085	-0.4270

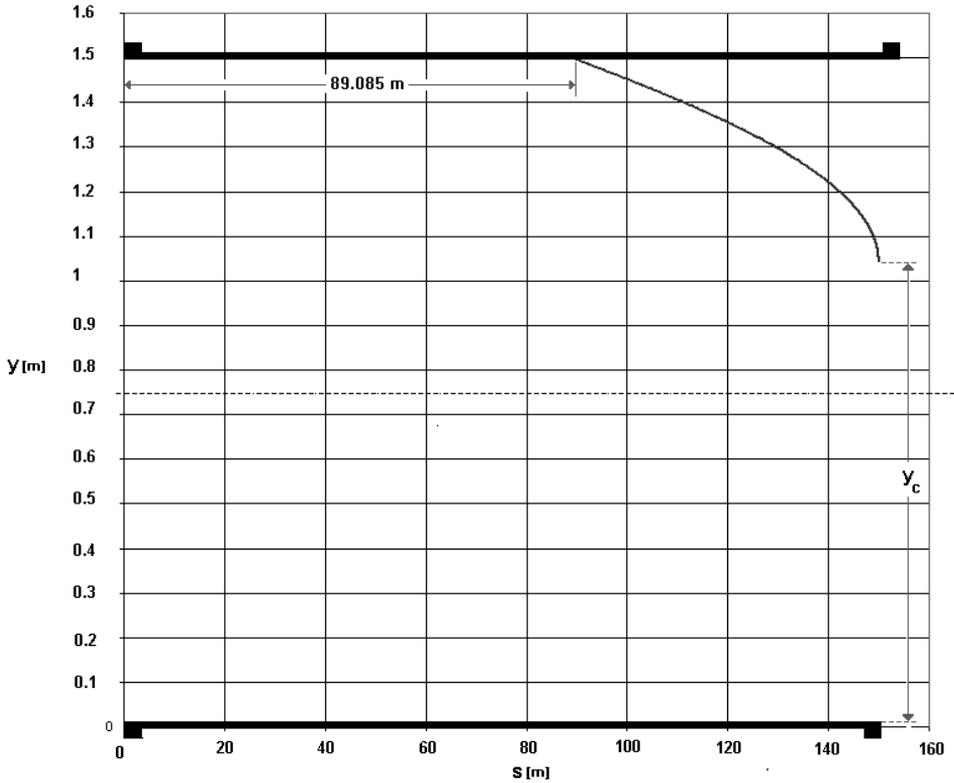
La última columna incluye, a manera de ilustración, una estimación porcentual de la pendiente del perfil de flujo, la cual se aproxima por medio de la ecuación:

$$S_w = \frac{\Delta y}{\Delta s} \times 100$$

En este caso es negativa, como es de esperarse en un perfil de flujo acelerado.

De la tabla se concluye que la corriente se despresuriza en la abscisa  $89.085\text{ m}$ <sup>357</sup>. Desde ahí hasta la descarga hay  $60.915\text{ m}$ .

Este resultado puede observarse también en la gráfica anexa. Para su elaboración se ha tenido en cuenta todos los pasos empleados (más allá de los publicados en la tabla)<sup>358</sup>.



## EJEMPLO 7.2

Se tiene un canal rectangular y horizontal el cual conduce una corriente supercrítica originada en una compuerta. El canal termina en un salto hidráulico. Se pide dibujar el perfil de flujo resultante.

Datos:

<sup>357</sup> En este caso especial no es indispensable calcular el perfil de flujo  $H_2$  a lo largo de todo el canal. Constituye pues un ejemplo del límite del desarrollo del cómputo basado en una condición física.

<sup>358</sup> La calidad del dibujo será mayor mientras más fino sea el paso empleado.

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$n = 0.016$$

$$a = 0.13 \text{ m}$$

$$y_{2c} = 3.723 \text{ m}$$

$$L_{\text{canal}} = 50 \text{ m}$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 1$$

#### SOLUCIÓN

Se requiere inicialmente determinar los perfiles de flujo creados. Se concluye rápidamente que se trata de un  $H_3$ , dado que existe aguas arriba una compuerta que actúa como control hidráulico supercrítico<sup>359</sup>. También un perfil de flujo  $H_2$ , ya que se tiene aguas abajo un salto hidráulico que funge como control hidráulico subcrítico. De ello se sigue que podría formarse un resalto hidráulico<sup>360</sup>.

El perfil  $H_3$  utiliza el punto donde se presenta la sección contraída de la compuerta como condición externa de borde. Esto es, de acuerdo con la (4.29) y la (4.35):

$$s = 0 + \frac{a}{C_c} \qquad \text{Condición externa de borde, aguas arriba}$$

$$y = C_c a$$

El  $H_2$  se sirve del salto hidráulico (ver sección 4.4.4.1) como condición externa de borde:

$$s = 50 - 3.5 y_c \qquad \text{Condición externa de borde, aguas abajo}$$

$$y = y_c$$

El cálculo de ambas condiciones externas de borde depende de establecer el coeficiente de contracción y la profundidad crítica.

Ésta se obtiene rápidamente con base en la (3.12):

$$y_c = 0.356 \text{ m}$$

El coeficiente de contracción se obtiene a partir de las ecuaciones (4.43), (4.47) y (4.49):

---

<sup>359</sup> Considérese que la compuerta se encuentra en la abscisa 0.

<sup>360</sup> Se recuerda que siempre que operen dos controles hidráulicos simultáneamente es factible que aparezca un resalto hidráulico. Sin embargo, es el grado de influencia que cada uno ejerce quien determina si el resalto hidráulico se estabiliza, o es barrido hacia aguas arriba o aguas abajo. Los cálculos se encargan de corroborarlo.

$$C_c = 0.629$$

De aquí:

$$s = 0 + \frac{0.13}{0.629} = 0.206$$

Condición externa de borde, aguas arriba

$$y = 0.629 \times 0.13 = 0.0818 \text{ m}$$

$$s = 50 - 3.5 \times 0.356 = 48.752 \text{ m}$$

Condición externa de borde, aguas abajo<sup>361</sup>

$$y = 0.356 \text{ m}$$

El perfil  $H_3$  se computa hacia abajo desde la condición externa de borde de aguas arriba, hasta aproximarse en asíntota vertical a la profundidad crítica. El  $H_2$  hacia aguas arriba desde la condición externa de borde de aguas abajo, hasta el inicio del canal. Se emplea, a modo de ilustración, para ambos casos el método estándar de los pasos. Se utiliza un paso  $\Delta s = 0.1 \text{ m}$  para el perfil de flujo supercrítico y  $\Delta s = -0.1 \text{ m}$  para el subcrítico.

En las siguientes tablas se da cuenta del desarrollo de los respectivos cálculos. Inicialmente se incluyen resultados detallados para el paso elegido, esto es, cada  $10 \text{ cm}$ . Posteriormente la información se presenta cada  $1 \text{ m}$  con el fin de simplificar su publicación. Para el perfil de flujo supercrítico se detalla el cálculo según la precisión prefijada en la medida que éste se aproxima a la profundidad crítica.

Detalle del cálculo del perfil de flujo  $H_3$

$s \text{ (m)}$	$y \text{ (m)}$	$M \text{ (m}^3\text{)}$	$E \text{ (m)}$	$S_f$	$S_w \text{ (\%)}$	$y/y_c$
0.206	0.0818	1.671	3.463	0.51304		0.230
0.306	0.0825	1.658	3.413	0.50040	0.628	0.231
0.406	0.0831	1.646	3.363	0.48818	0.627	0.233
0.506	0.0837	1.634	3.315	0.47638	0.626	0.235
0.606	0.0844	1.622	3.268	0.46496	0.625	0.237
0.706	0.0850	1.610	3.222	0.45392	0.624	0.238
0.806	0.0856	1.599	3.177	0.44324	0.623	0.240
0.906	0.0862	1.588	3.133	0.43290	0.622	0.242
1.006	0.0868	1.576	3.091	0.42289	0.621	0.244
2.006	0.0930	1.474	2.712	0.33829	0.612	0.261
3.006	0.0991	1.387	2.407	0.27534	0.604	0.278
4.006	0.1051	1.310	2.156	0.22741	0.598	0.295
5.006	0.1110	1.243	1.948	0.19020	0.593	0.311
6.006	0.1169	1.183	1.773	0.16081	0.589	0.328
7.006	0.1228	1.129	1.625	0.13726	0.585	0.344

(Continúa)

<sup>361</sup> Ya se indicó que en un vertedero de pared gruesa la sección crítica se halla desplazada hacia aguas arriba con relación al extremo inferior del vertedero.

(Continuación)

$s$ (m)	$y$ (m)	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)	$y/y_c$
8.006	0.1286	1.081	1.497	0.11814	0.583	0.361
9.006	0.1345	1.038	1.387	0.10244	0.581	0.377
10.006	0.1403	0.999	1.292	0.08940	0.580	0.393
11.006	0.1461	0.963	1.208	0.07848	0.580	0.410
12.006	0.1519	0.930	1.134	0.06925	0.580	0.426
13.006	0.1577	0.899	1.069	0.06140	0.581	0.442
14.006	0.1635	0.871	1.011	0.05466	0.583	0.459
15.006	0.1693	0.846	0.959	0.04884	0.586	0.475
16.006	0.1752	0.822	0.913	0.04379	0.590	0.492
17.006	0.1811	0.800	0.872	0.03939	0.594	0.508
18.006	0.1871	0.779	0.834	0.03551	0.600	0.525
19.006	0.1932	0.760	0.800	0.03210	0.607	0.542
20.006	0.1993	0.742	0.770	0.02907	0.615	0.559
21.006	0.2055	0.725	0.742	0.02638	0.624	0.576
22.006	0.2118	0.709	0.717	0.02397	0.635	0.594
23.006	0.2182	0.694	0.694	0.02181	0.648	0.612
24.006	0.2247	0.681	0.673	0.01986	0.663	0.630
25.006	0.2315	0.668	0.654	0.01809	0.681	0.649
26.006	0.2384	0.655	0.637	0.01649	0.702	0.669
27.006	0.2456	0.644	0.621	0.01502	0.728	0.689
28.006	0.2530	0.633	0.607	0.01367	0.759	0.710
29.006	0.2608	0.623	0.594	0.01243	0.798	0.732
29.106	0.2616	0.622	0.593	0.01231	0.802	0.734
29.206	0.2624	0.621	0.591	0.01219	0.807	0.736
29.306	0.2632	0.620	0.590	0.01208	0.811	0.738
29.406	0.2640	0.619	0.589	0.01196	0.816	0.741
29.506	0.2649	0.618	0.588	0.01185	0.821	0.743
29.606	0.2657	0.617	0.587	0.01173	0.826	0.745
29.706	0.2665	0.617	0.585	0.01162	0.831	0.748
29.806	0.2673	0.616	0.584	0.01150	0.836	0.750
29.906	0.2682	0.615	0.583	0.01139	0.842	0.752
30.006	0.2690	0.614	0.582	0.01128	0.847	0.755
31.006	0.2779	0.605	0.571	0.01020	0.913	0.779
32.006	0.2875	0.597	0.562	0.00917	1.005	0.806
33.006	0.2982	0.589	0.553	0.00818	1.146	0.837
34.006	0.3109	0.582	0.545	0.00718	1.398	0.872
35.006	0.3279	0.576	0.539	0.00609	2.069	0.920
35.106	0.3301	0.575	0.538	0.00597	2.215	0.926
35.206	0.3325	0.575	0.537	0.00583	2.400	0.933
35.306	0.3352	0.574	0.537	0.00569	2.646	0.940
35.406	0.3381	0.573	0.536	0.00554	2.995	0.949
35.506	0.3417	0.573	0.536	0.00536	3.550	0.959
35.606	0.3464	0.572	0.535	0.00514	4.658	0.972

La última columna de la tabla le sirve al operador para evaluar la proximidad del fin del cálculo. Éste se ha llevado a cabo hasta un 0.972 de la profundidad crítica.

La penúltima columna muestra la evolución de la pendiente del perfil de flujo. En este caso, positiva, típica de un perfil de flujo retardado.

Resulta evidente de los datos presentados que el  $H_3$  no precisa de la entera longitud del canal para completar su desarrollo. Requiere aproximadamente de 36 m.

Detalle del cálculo del perfil de flujo  $H_2$

$s$ (m)	$y$ (m)	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)
48.752	0.356	0.5719	0.535	0.00471	
48.652	0.3670	0.5724	0.535	0.00430	-10.5494
48.552	0.3713	0.5728	0.536	0.00415	-4.2516
48.452	0.3745	0.5733	0.536	0.00404	-3.2439
48.352	0.3773	0.5738	0.536	0.00396	-2.7210
48.252	0.3796	0.5742	0.537	0.00388	-2.3865
48.152	0.3818	0.5746	0.537	0.00381	-2.1488
48.052	0.3838	0.5751	0.538	0.00375	-1.9686
47.052	0.3984	0.5792	0.541	0.00335	-1.2013
46.052	0.4087	0.5831	0.544	0.00310	-0.9298
45.052	0.4171	0.5868	0.547	0.00291	-0.7802
44.052	0.4244	0.5904	0.550	0.00276	-0.6823
43.052	0.4308	0.5939	0.553	0.00264	-0.6120
42.052	0.4366	0.5972	0.555	0.00253	-0.5584
41.052	0.4419	0.6005	0.558	0.00244	-0.5158
40.052	0.4469	0.6037	0.560	0.00236	-0.4810
39.052	0.4515	0.6068	0.563	0.00229	-0.4518
38.052	0.4559	0.6099	0.565	0.00222	-0.4269
37.052	0.4601	0.6129	0.567	0.00216	-0.4053
36.052	0.4640	0.6159	0.569	0.00211	-0.3864
35.052	0.4678	0.6188	0.571	0.00206	-0.3697
34.052	0.4714	0.6217	0.573	0.00201	-0.3547
33.052	0.4749	0.6245	0.575	0.00197	-0.3413
32.052	0.4782	0.6273	0.577	0.00192	-0.3290
31.052	0.4814	0.6300	0.579	0.00189	-0.3179
30.052	0.4846	0.6327	0.581	0.00185	-0.3077
29.052	0.4876	0.6354	0.583	0.00181	-0.2984
28.052	0.4905	0.6380	0.585	0.00178	-0.2897
27.952	0.4908	0.6383	0.585	0.00178	-0.2889
27.852	0.4911	0.6385	0.585	0.00178	-0.2880
27.752	0.4914	0.6388	0.585	0.00177	-0.2872
27.652	0.4917	0.6391	0.585	0.00177	-0.2864
27.552	0.4920	0.6393	0.586	0.00177	-0.2856
27.452	0.4923	0.6396	0.586	0.00176	-0.2848
27.352	0.4925	0.6398	0.586	0.00176	-0.2840
27.252	0.4928	0.6401	0.586	0.00176	-0.2832
27.152	0.4931	0.6404	0.586	0.00175	-0.2824
27.052	0.4934	0.6406	0.586	0.00175	-0.2816
26.052	0.4962	0.6432	0.588	0.00172	-0.2742
25.052	0.4989	0.6457	0.590	0.00169	-0.2672
24.052	0.5015	0.6483	0.592	0.00167	-0.2606
23.052	0.5041	0.6508	0.593	0.00164	-0.2545
22.052	0.5066	0.6532	0.595	0.00162	-0.2487
21.052	0.5090	0.6557	0.596	0.00159	-0.2432

(Continúa)

(Continuación)

$s$ (m)	$y$ (m)	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)
20.052	0.5114	0.6581	0.598	0.00157	-0.2380
19.052	0.5138	0.6605	0.600	0.00155	-0.2332
18.052	0.5161	0.6629	0.601	0.00153	-0.2285
17.052	0.5184	0.6653	0.603	0.00151	-0.2241
16.052	0.5206	0.6676	0.604	0.00149	-0.2199
15.052	0.5228	0.6699	0.606	0.00147	-0.2159
14.052	0.5249	0.6722	0.607	0.00146	-0.2121
13.052	0.5270	0.6745	0.609	0.00144	-0.2084
12.052	0.5291	0.6768	0.610	0.00142	-0.2049
11.052	0.5311	0.6790	0.611	0.00141	-0.2016
10.052	0.5331	0.6812	0.613	0.00139	-0.1984
9.052	0.5351	0.6834	0.614	0.00137	-0.1953
8.052	0.5370	0.6856	0.616	0.00136	-0.1923
7.052	0.5389	0.6878	0.617	0.00135	-0.1895
6.052	0.5408	0.6900	0.618	0.00133	-0.1867
5.052	0.5426	0.6921	0.620	0.00132	-0.1841
4.052	0.5445	0.6943	0.621	0.00130	-0.1815
3.052	0.5463	0.6964	0.622	0.00129	-0.1790
2.052	0.5480	0.6985	0.623	0.00128	-0.1767
1.052	0.5498	0.7006	0.625	0.00127	-0.1743
0.952	0.5500	0.7008	0.625	0.00127	-0.1741
0.852	0.5501	0.7010	0.625	0.00126	-0.1739
0.752	0.5503	0.7012	0.625	0.00126	-0.1737
0.652	0.5505	0.7015	0.625	0.00126	-0.1734
0.552	0.5507	0.7017	0.625	0.00126	-0.1732
0.452	0.5508	0.7019	0.625	0.00126	-0.1730
0.352	0.5510	0.7021	0.626	0.00126	-0.1728
0.252	0.5512	0.7023	0.626	0.00126	-0.1726
0.152	0.5513	0.7025	0.626	0.00126	-0.1723
0.052	0.5515	0.7027	0.626	0.00126	-0.1721

La combinación de las dos primeras columnas de ambas tablas conduce al trazado de los respectivos perfiles de flujo. En este proceso se han usado todos los datos<sup>362</sup>.

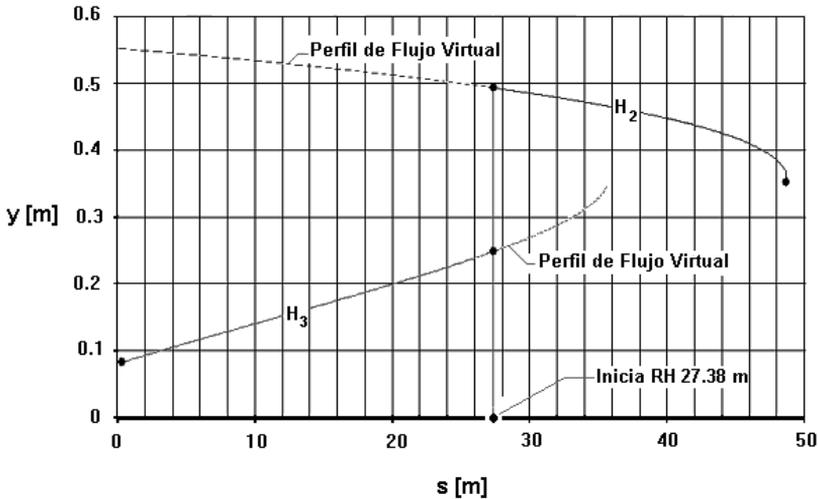
El resultado puede apreciarse en el gráfico adjunto. Como era de esperarse el trazado del fondo coincide con el eje de las abscisas del canal.

En virtud de que la existencia de un perfil de flujo subcrítico u otro supercrítico crea las condiciones mínimas para que se forme un resalto hidráulico, es necesario ahora establecer si ello es factible en este caso. De serlo así, se debe determinar la abscisa en que se comienza a configurar. Para este propósito es válida la ecuación del resalto hidráulico (5.32).

Las tablas empleadas para el cálculo incluyen la función de momentum para cada abscisa, esto es, la  $M$  ( $s$ ). Con esta información pueden construirse las gráficas correspondientes y

<sup>362</sup> En el caso del perfil supercrítico es preciso calcular aproximadamente 371 puntos. En el subcrítico 501. El empleo de menos puntos (o de un paso más amplio) produce unas gráficas de calidad inferior.

éstas se intersecan eventualmente en algún punto común<sup>363</sup>. En esta abscisa se verifica que  $M_1 = M_2$ , y por tanto se inicia allí un resalto hidráulico, el cual se prolonga hacia aguas abajo la distancia equivalente a su longitud.



En otro gráfico adjunto se han trazado ambas curvas. Una, para el perfil de flujo  $H_3$  y otra para el  $H_2$ . Se observan intersecadas en la abscisa  $27.38\text{ m}$ . De esto se sigue que al lado derecho de este punto no existe el perfil supercrítico. Igual afirmación cabe para el subcrítico, a la izquierda del mismo punto. Es imposible prever la inexistencia de estas porciones de los mencionados perfiles de flujo antes de realizar los respectivos cálculos, pues una decisión en este sentido está ligada a la ubicación del resalto hidráulico.

La tabulación suministrada para el perfil  $H_2$ , en la proximidad del inicio del resalto hidráulico, permite hallar el número de Froude de la corriente supercrítica antes del inicio de éste<sup>364</sup> (ver tabla de cálculo del perfil  $H_3$ ).

$s\text{ (m)}$	$y = y_{2R}\text{ (m)}$	$M_{2R} = M_{1R}\text{ (m}^3\text{)}$	$y_{1R}\text{ (m)}$	$F_1$
27.352	0.4925	0.6398	0.25	1.702
27.452	0.4923	0.6396		

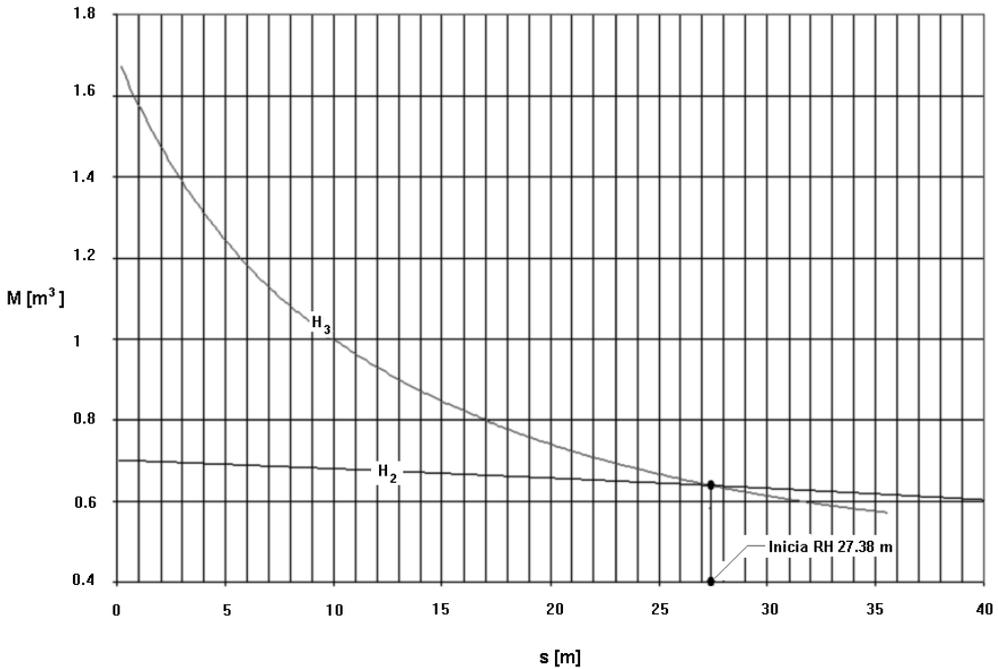
Este número de Froude lleva a clasificar el resalto como débil, de acuerdo con lo estipulado en la sección 5.3.4. Es pues un fenómeno incipientemente establecido<sup>365</sup>, de allí que no se pueda precisar su longitud<sup>366</sup>.

<sup>363</sup> Es posible que las curvas no se corten en un tramo dado. Esto equivale a afirmar que en él no se puede formar un resalto hidráulico.

<sup>364</sup> El valor obtenido para  $s = 27.352\text{ m}$  parece ser suficientemente aproximado sobre todo si se compara con el de la abscisa siguiente.

<sup>365</sup> Por lo mismo, un observador no percibe claramente esta longitud.

<sup>366</sup> Ver también [1].



## 7.5.2 CANAL DE VARIOS TRAMOS

En principio se puede mantener la metodología usada para los canales de un solo tramo. Se trata de aplicarla reiteradamente. Surge, sin embargo, una dificultad adicional y es la imposibilidad de conocer a priori el número total de perfiles de flujo factibles. Por ejemplo, en un canal de varios tramos que cuente con un control hidráulico en el extremo de aguas abajo del último tramo, la corriente subcrítica podría perfectamente remontar aún canales de tipo *S*. Por ello, no es posible predecir en esta situación si se formará un perfil de flujo  $S_1$  o  $S_2$ , o ambos. Lo mismo acaece con los supercríticos y subcríticos que pueden aparecer en canales de clase *M*, *A* o *H*.

Por consiguiente, es indispensable considerar desde un principio todos los perfiles de flujo potencialmente viables y proceder a computarlos. El resultado permite identificar en qué tramos se configuran verdaderamente resaltos hidráulicos. A partir de ello se esclarece cuáles perfiles de flujo ocurren realmente y cuáles no.

El procedimiento para obtener el conjunto de perfiles de flujo potenciales parte de considerar simultáneamente el tipo de canal y las condiciones externas de borde.

Las estructuras de control del flujo aportan condiciones externas de borde de rápida identificación; así mismo un salto hidráulico. A partir de ellas, se propagan perfiles de flujo supercrítico y subcrítico. Éstos, a su vez, suministran condiciones externas de borde para otros tramos que no contienen las citadas estructuras<sup>367</sup>.

<sup>367</sup> En los canales de un solo tramo, la identificación de las condiciones externas de borde es inmediata.

### EJEMPLO 7.3

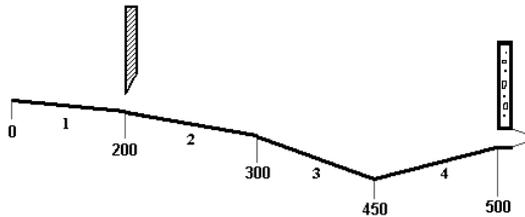
Se tiene un sistema de cuatro canales rectangulares como el mostrado en la figura.

Determinar el conjunto de perfiles de flujo factibles. Dibujarlos de modo esquemático e incluir allí los resaltos hidráulicos.

Para ello deben tomarse en cuenta los siguientes datos:

Canal #	$Q$ ( $m^3s^{-1}$ )	$S_o$	$n$	$b(m)$
1	2	0.002	0.02	3
2	2	0.004	0.02	3
3	2	0.04	0.02	3
4	2	-0.05	0.02	3

Se sabe que la compuerta tiene una apertura de  $0.15 m$ . El orificio es circular delgado con  $0.75 m$  de diámetro y descarga libremente en la atmósfera.



### SOLUCIÓN

Inicialmente es indispensable calcular las profundidades de referencia que sirven para clasificar cada tramo de canal. Los parámetros aportados son suficientes y el procedimiento es el acostumbrado (capítulos 3 y 6). El resultado se resume en la tabla anexa.

Esta información permite inferir directamente algunos de los perfiles de flujo potenciales.

Para otros se debe conocer previamente la condición externa de borde.

Canal #	$Q$ ( $m^3s^{-1}$ )	$S_o$	$n$	$b$ (m)	$y_o$ (m)	$y_c$ (m)	Tipo
1	2	0.002	0.02	3	0.548	0.356	M
2	2	0.004	0.02	3	0.435	0.356	M
3	2	0.04	0.02	3	0.207	0.356	S
4	2	-0.05	0.02	3		0.356	A

En principio es evidente que tanto la compuerta como el orificio actúan como controles hidráulicos. De aquí surge la condición externa de borde para las abscisas  $200 m$  y  $500 m$ .

La compuerta crea un perfil de flujo subcrítico que remonta el tramo 1 del canal y busca la profundidad normal de éste, por encima o por debajo; esto depende de la apertura de la compuerta.

Se asume para el cómputo que la compuerta descarga de manera libre<sup>368</sup>. Se emplea, para determinar la profundidad de aguas arriba de la compuerta, la expresión obtenida durante la solución del ejemplo 4.1:

$$y_{2c} = \frac{0.212 \times 2^{1.813}}{3^{1.813} \times 0.15^{1.719}} = 2.653 \text{ m}$$

La profundidad inducida por la compuerta es mayor que la profundidad normal de este canal. Se sigue de aquí que en el tramo *I* sólo puede formarse un perfil  $M_1$ .

Se tiene, por tanto, la siguiente condición de borde:

$$\begin{aligned} s &= 200^- \\ y &= 2.653 \text{ m} \end{aligned} \quad \text{Para el perfil de flujo } M_1$$

La compuerta crea también un perfil de flujo supercrítico. En vista de que la apertura de ésta es inferior a la profundidad crítica calculada ( $0.15 < 0.356$ ), el perfil de flujo tiene que ser un  $M_3$ . La condición externa de borde se localiza en la sección contraída. El procedimiento es el mismo utilizado en el ejemplo 7.2.

$$C_c = 0.632$$

$$y_{1c} = 0.632 \times 0.15 = 0.095 \text{ m}$$

$$L_c = \frac{0.15}{0.632} = 0.237 \text{ m}$$

$$s = 200 + 0.237 = 200.237 \text{ m}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} s &= 200.237 \text{ m} \\ y &= 0.095 \text{ m} \end{aligned} \quad \text{Para el perfil de flujo } M_3$$

En el extremo de aguas abajo del canal, el orificio produce un perfil de flujo  $A_2$ , único posible en un canal de pendiente adversa.

La condición externa de borde se halla con base en la ecuación de orificio (4.20). Se parte de la suposición que se trata de un orificio pequeño y al final se valida esta hipótesis<sup>369</sup>. Así mismo que  $C_D = 0.60$  pues la descarga se da en forma libre (ver sección 4.2.2.1).

---

<sup>368</sup> Se ignora además las pendientes de los canales aguas arriba y abajo de la compuerta. La solución obtenida es válida para ambas aproximaciones.

$$y(500^-) = H + \frac{d_o}{2}$$

$$H = \left( \frac{Q}{C_D A \sqrt{2g}} \right)^2 = \left( \frac{2}{0.6 \times \left( \frac{\pi \times 0.75^2}{4} \right) \sqrt{2g}} \right)^2 = 2.902 \text{ m}$$

$$y(500^-) = 2.902 + \frac{0.75}{2} = 3.277 \text{ m}$$

Luego:

$$s = 500^- \text{ m}$$

Para el perfil de flujo  $A_2$

$$y = 3.277 \text{ m}$$

En la abscisa  $300 \text{ m}$  se configura un control hidráulico, dado que aguas arriba el canal es  $M$  y aguas abajo,  $S$ . Desde allí se induce un perfil de flujo  $M_2$  hacia aguas arriba y uno  $S_2$  en la dirección opuesta. Tiene entonces por condición externa de borde:

$$s = 300^+ \text{ m}$$

Para el perfil de flujo  $S_2$

$$y = y_c = 0.356 \text{ m}$$

$$s = 300^- \text{ m}$$

Para el perfil de flujo  $M_2$

$$y = y_c = 0.356 \text{ m}$$

El perfil de flujo  $A_2$  puede prolongarse en un  $S_1$ , si la influencia supercrítica le permite a la corriente subcrítica establecerse dentro del canal  $S^{370}$ . Lo mismo acontecería para el  $S_2$ , al ingresar en el canal de pendiente adversa y dar lugar a un  $A_3$ .

En el problema aparecen tres controles hidráulicos. De esto se sigue que es factible la formación de dos resaltos hidráulicos: en los tramos 2 ( $M_3, M_2$ )<sup>371</sup> y 4 ( $A_3, A_2$ ).

Hasta este punto, sólo está confirmada la existencia del perfil de flujo  $M_1$ .

El resto de los perfiles de flujo son unas hipótesis que deben validarse después de conocer las correspondientes funciones de momentum y constatar que las curvas asociados se cortan

<sup>369</sup> Al desconocerse el valor de la carga no se puede saber inicialmente si el orificio es grande o pequeño.

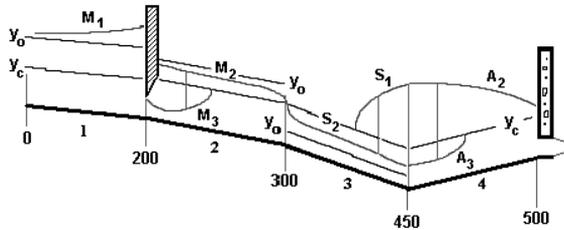
<sup>370</sup> El único tipo de perfil de subcrítico posible en un canal  $S$ .

<sup>371</sup> Entre paréntesis se indican el perfil de flujo supercrítico y subcrítico que, de satisfacerse unas condiciones mínimas, componen un resalto hidráulico.

en los tramos señalados (ver ejemplo 7.2). Así, si la asociada al  $M_2$  es lo suficientemente grande, el  $M_3$  podría llegar a desaparecer y el resalto ahogarse.

En forma similar, si el resalto hidráulico se acomoda en el tramo 4, el perfil de flujo  $S_I$  no puede existir. Por el contrario, si lo hace en el 3, el que no existe es el  $A_3$  y se configura el resalto hidráulico en el tramo 3 ( $S_2, S_I$ ).

El resultado de todo este análisis se resume en el siguiente esquema:



#### EJEMPLO 7.4

Con base en los datos y el análisis realizado para el ejemplo 7.3, determinar si es posible que se forme un resalto hidráulico en el tramo 4 del canal.

#### SOLUCIÓN

El resalto hidráulico en este tramo es el resultado de la influencia supercrítica procedente del control hidráulico situado en  $s = 300 \text{ m}$  y de la subcrítica que propaga el orificio.

Se requiere, en consecuencia, calcular los perfiles de flujo  $A_3$  y  $A_2$ , para ver si las respectivas curvas  $M(s)$  se intersecan en verdad. Además, se debe computar previamente el  $S_2$  ya que el  $A_3$  es inducido desde aguas arriba.

Se calcula inicialmente el perfil de flujo  $A_2$ . Se hace uso de la condición de borde encontrada en el ejemplo 7.3. Es necesario llevar a cabo el cómputo a lo largo de todo el canal hasta la abscisa  $450 \text{ m}$ . Se utiliza un paso de  $\Delta s = -0.50 \text{ m}$ .

#### Cálculo del perfil de flujo $A_2$

$s \text{ (m)}$	$y \text{ (m)}$	$M \text{ (m}^3\text{)}$	$E \text{ (m)}$	$S_f$	$S_W \text{ (\%)}$
500.000	3.277	16.15	3.279	0.0000156	
499.500	3.302	16.396	3.304	0.0000154	-5.0080
499.000	3.327	16.645	3.329	0.0000151	-5.0078
498.500	3.352	16.896	3.354	0.0000148	-5.0076
498.000	3.377	17.148	3.379	0.0000146	-5.0075
497.500	3.402	17.402	3.404	0.0000143	-5.0073

(Continúa)

(Continuación)

$s$ (m)	$y$ (m)	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)
497.000	3.427	17.658	3.429	0.0000141	-5.0071
496.500	3.452	17.917	3.454	0.0000138	-5.0070
496.000	3.477	18.176	3.479	0.0000136	-5.0068
495.500	3.502	18.438	3.504	0.0000133	-5.0067
495.000	3.527	18.702	3.529	0.0000131	-5.0066
494.500	3.552	18.968	3.554	0.0000129	-5.0064
494.000	3.577	19.235	3.579	0.0000127	-5.0063
493.500	3.602	19.504	3.604	0.0000125	-5.0062
493.000	3.627	19.775	3.629	0.0000123	-5.0061
492.500	3.653	20.049	3.654	0.0000121	-5.0059
492.000	3.678	20.323	3.679	0.0000119	-5.0058
491.500	3.703	20.6	3.704	0.0000117	-5.0057
491.000	3.728	20.879	3.729	0.0000115	-5.0056
490.500	3.753	21.16	3.754	0.0000113	-5.0055
490.000	3.778	21.442	3.779	0.0000112	-5.0054
489.500	3.803	21.726	3.804	0.0000110	-5.0053
489.000	3.828	22.013	3.829	0.0000108	-5.0052
488.500	3.853	22.301	3.854	0.0000106	-5.0051
488.000	3.878	22.591	3.879	0.0000105	-5.0050
487.500	3.903	22.882	3.904	0.0000103	-5.0049
487.000	3.928	23.176	3.929	0.0000102	-5.0048
486.500	3.953	23.472	3.954	0.0000100	-5.0047
486.000	3.978	23.769	3.979	0.0000099	-5.0046
485.500	4.003	24.068	4.004	0.0000097	-5.0046
485.000	4.028	24.37	4.029	0.0000096	-5.0045
484.500	4.053	24.673	4.054	0.0000095	-5.0044
484.000	4.078	24.978	4.079	0.0000093	-5.0043
483.500	4.103	25.285	4.104	0.0000092	-5.0043
483.000	4.128	25.593	4.129	0.0000091	-5.0042
482.500	4.153	25.904	4.154	0.0000089	-5.0041
482.000	4.178	26.216	4.179	0.0000088	-5.0040
481.500	4.203	26.531	4.204	0.0000087	-5.0040
481.000	4.228	26.847	4.229	0.0000086	-5.0039
480.500	4.253	27.165	4.254	0.0000084	-5.0038
480.000	4.278	27.485	4.279	0.0000083	-5.0038
479.500	4.303	27.807	4.304	0.0000082	-5.0037
479.000	4.328	28.131	4.329	0.0000081	-5.0036
478.500	4.353	28.456	4.354	0.0000080	-5.0036
478.000	4.378	28.784	4.379	0.0000079	-5.0035
477.500	4.403	29.113	4.404	0.0000078	-5.0035
477.000	4.428	29.444	4.429	0.0000077	-5.0034
476.500	4.453	29.777	4.454	0.0000076	-5.0034
476.000	4.478	30.112	4.479	0.0000075	-5.0033
475.500	4.503	30.449	4.504	0.0000074	-5.0033
475.000	4.528	30.788	4.529	0.0000073	-5.0032
474.500	4.553	31.129	4.554	0.0000072	-5.0032
474.000	4.578	31.471	4.579	0.0000071	-5.0031
473.500	4.603	31.815	4.604	0.0000070	-5.0031
473.000	4.628	32.162	4.629	0.0000069	-5.0030

(Continúa)

(Continuación)

$s$ (m)	$y$ (m)	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)
472.500	4.653	32.51	4.654	0.0000069	-5.0030
472.000	4.678	32.86	4.679	0.0000068	-5.0029
471.500	4.703	33.212	4.704	0.0000067	-5.0029
470.500	4.753	33.921	4.754	0.0000065	-5.0028
470.000	4.778	34.278	4.779	0.0000064	-5.0028
469.500	4.803	34.638	4.804	0.0000064	-5.0027
469.000	4.828	34.999	4.829	0.0000063	-5.0027
468.500	4.853	35.362	4.854	0.0000062	-5.0026
468.000	4.878	35.727	4.879	0.0000061	-5.0026
467.500	4.903	36.094	4.904	0.0000061	-5.0026
467.000	4.929	36.463	4.929	0.0000060	-5.0025
466.500	4.954	36.833	4.954	0.0000059	-5.0025
466.000	4.979	37.206	4.979	0.0000059	-5.0024
465.500	5.004	37.58	5.004	0.0000058	-5.0024
465.000	5.029	37.957	5.029	0.0000057	-5.0024
464.500	5.054	38.335	5.054	0.0000057	-5.0023
464.000	5.079	38.715	5.079	0.0000056	-5.0023
463.500	5.104	39.097	5.104	0.0000055	-5.0023
463.000	5.129	39.48	5.129	0.0000055	-5.0022
462.500	5.154	39.866	5.154	0.0000054	-5.0022
462.000	5.179	40.253	5.179	0.0000054	-5.0022
461.500	5.204	40.643	5.204	0.0000053	-5.0022
461.000	5.229	41.034	5.229	0.0000052	-5.0021
460.500	5.254	41.427	5.254	0.0000052	-5.0021
460.000	5.279	41.822	5.279	0.0000051	-5.0021
459.500	5.304	42.219	5.304	0.0000051	-5.0020
459.000	5.329	42.618	5.329	0.0000050	-5.0020
458.500	5.354	43.018	5.354	0.0000050	-5.0020
458.000	5.379	43.421	5.379	0.0000049	-5.0020
457.500	5.404	43.825	5.404	0.0000049	-5.0019
457.000	5.429	44.232	5.429	0.0000048	-5.0019
456.500	5.454	44.64	5.454	0.0000048	-5.0019
456.000	5.479	45.05	5.479	0.0000047	-5.0019
455.500	5.504	45.462	5.504	0.0000047	-5.0018
455.000	5.529	45.875	5.529	0.0000046	-5.0018
454.500	5.554	46.291	5.555	0.0000046	-5.0018
454.000	5.579	46.708	5.580	0.0000045	-5.0018
453.500	5.604	47.128	5.605	0.0000045	-5.0018
453.000	5.629	47.549	5.630	0.0000044	-5.0017
452.500	5.654	47.972	5.655	0.0000044	-5.0017
452.000	5.679	48.397	5.680	0.0000043	-5.0017
451.500	5.704	48.824	5.705	0.0000043	-5.0017
451.000	5.729	49.253	5.730	0.0000043	-5.0016
450.500	5.754	49.684	5.755	0.0000042	-5.0016
450.000	5.779	50.116	5.780	0.0000156	-5.0016

Se trata de un perfil de flujo acelerado; de ahí que su pendiente sea negativa. Resulta interesante observar que la pendiente de la superficie libre tiende asintóticamente a  $-S_0$  (ver figura 7.1d).

Es preciso ahora calcular el perfil de flujo  $S_2$ . Se parte de la condición externa de borde en la abscisa  $300\text{ m}$ , esto es, de la profundidad crítica. Se emplea un paso  $\Delta s = +0.10\text{ m}$ . En vista de lo extensa que podría resultar la tabla, se incluyen únicamente los resultados detallados de los primeros cinco metros. Después, cada metro, hasta las proximidades de la profundidad normal donde se retoma el nivel de detalle inicial.

### Cálculo del perfil de flujo $S_2$

$s\text{ (m)}$	$y\text{ (m)}$	$y/y_0$	$M\text{ (m}^3\text{)}$	$E\text{ (m)}$	$S_f$	$S_w\text{ (}\% \text{)}$
300.000	0.3565	1.7187	0.5719	0.535	0.00735	-26.074
300.100	0.3304	1.5930	0.5751	0.538	0.00930	-9.66020
300.200	0.3208	1.5464	0.5781	0.541	0.01019	-7.02352
300.300	0.3137	1.5126	0.5809	0.544	0.01091	-5.66499
300.400	0.3081	1.4853	0.5835	0.547	0.01155	-4.80139
300.500	0.3033	1.4621	0.5861	0.550	0.01213	-4.19132
300.600	0.2991	1.4419	0.5886	0.552	0.01266	-3.73165
300.700	0.2953	1.4239	0.591	0.555	0.01317	-3.36979
300.800	0.2920	1.4077	0.5934	0.558	0.01365	-3.07576
300.900	0.2889	1.3928	0.5957	0.560	0.01411	-2.83101
301.000	0.2861	1.3792	0.5979	0.563	0.01455	-2.62339
301.100	0.2834	1.3665	0.600	0.565	0.01497	-2.44456
301.200	0.2810	1.3548	0.6021	0.568	0.01538	-2.28857
301.300	0.2787	1.3437	0.6042	0.570	0.01578	-2.15107
301.400	0.2766	1.3334	0.6062	0.573	0.01616	-2.02878
301.500	0.2745	1.3236	0.6081	0.575	0.01654	-1.91915
301.600	0.2726	1.3143	0.6100	0.577	0.01691	-1.82023
301.700	0.2708	1.3055	0.6119	0.580	0.01727	-1.73044
301.800	0.2691	1.2972	0.6137	0.582	0.01762	-1.64851
301.900	0.2674	1.2893	0.6155	0.584	0.01796	-1.57340
302.000	0.2658	1.2817	0.6173	0.586	0.01829	-1.50425
302.100	0.2643	1.2744	0.619	0.589	0.01862	-1.44035
302.200	0.2629	1.2675	0.6207	0.591	0.01894	-1.38111
302.300	0.2615	1.2608	0.6223	0.593	0.01926	-1.32600
302.400	0.2602	1.2544	0.6239	0.595	0.01957	-1.27460
302.500	0.2589	1.2483	0.6255	0.597	0.01987	-1.22653
302.600	0.2577	1.2424	0.627	0.599	0.02017	-1.18147
302.700	0.2565	1.2367	0.6286	0.601	0.02046	-1.13914
302.800	0.2554	1.2312	0.6301	0.603	0.02075	-1.09928
302.900	0.2543	1.2259	0.6315	0.605	0.02103	-1.06168
303.000	0.2532	1.2208	0.6329	0.607	0.02131	-1.02615
303.100	0.2522	1.2158	0.6344	0.608	0.02159	-0.99252
303.200	0.2512	1.2110	0.6357	0.610	0.02185	-0.96064
303.300	0.2502	1.2064	0.6371	0.612	0.02212	-0.93037
303.400	0.2493	1.2019	0.6384	0.614	0.02238	-0.90160
303.500	0.2484	1.1976	0.6397	0.616	0.02264	-0.87421
303.600	0.2475	1.1933	0.6410	0.617	0.02289	-0.84810
303.700	0.2467	1.1893	0.6423	0.619	0.02314	-0.82319
303.800	0.2458	1.1853	0.6435	0.621	0.02338	-0.79939
303.900	0.2450	1.1814	0.6447	0.622	0.02362	-0.77664
304.000	0.2443	1.1777	0.6459	0.624	0.02386	-0.75486

(Continúa)

(Continuación)

$s$ (m)	$y$ (m)	$y/y_0$	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)
304.100	0.2435	1.1740	0.6471	0.626	0.02409	-0.73399
304.200	0.2428	1.1705	0.6482	0.627	0.02432	-0.71399
304.300	0.2421	1.1671	0.6494	0.629	0.02455	-0.69479
304.400	0.2414	1.1637	0.6505	0.630	0.02477	-0.67634
304.500	0.2407	1.1605	0.6516	0.632	0.02499	-0.65862
304.600	0.2400	1.1573	0.6526	0.633	0.02521	-0.64157
304.700	0.2394	1.1542	0.6537	0.635	0.02542	-0.62515
304.800	0.2388	1.1512	0.6547	0.636	0.02563	-0.60935
304.900	0.2382	1.1482	0.6558	0.638	0.02584	-0.59411
305.000	0.2376	1.1454	0.6568	0.639	0.02604	-0.57941
306.000	0.2324	1.1203	0.6659	0.652	0.02793	-0.56523
307.000	0.2282	1.1003	0.6737	0.663	0.02956	-0.37519
308.000	0.2249	1.0841	0.6803	0.673	0.03098	-0.30535
309.000	0.2221	1.0709	0.6859	0.681	0.03220	-0.25116
310.000	0.2198	1.0599	0.6907	0.689	0.03327	-0.20828
311.000	0.2180	1.0508	0.6948	0.695	0.03418	-0.17383
312.000	0.2164	1.0432	0.6984	0.700	0.03498	-0.14583
313.000	0.2151	1.0368	0.7014	0.705	0.03567	-0.12285
314.000	0.2139	1.0314	0.704	0.709	0.036265	-0.10385
315.000	0.2130	1.0268	0.7062	0.712	0.036779	-0.08803
316.000	0.2122	1.0230	0.7081	0.715	0.037223	-0.07479
317.000	0.2115	1.0197	0.7097	0.718	0.037607	-0.06367
318.000	0.2109	1.0168	0.7112	0.720	0.037938	-0.05430
319.000	0.2104	1.0144	0.7124	0.722	0.038223	-0.04636
320.000	0.2100	1.0124	0.7134	0.724	0.038469	-0.03963
321.000	0.2096	1.0106	0.7143	0.725	0.038681	-0.03392
322.000	0.2093	1.0091	0.7151	0.726	0.038864	-0.02905
323.000	0.2090	1.0078	0.7157	0.727	0.039022	-0.02490
324.000	0.2088	1.0067	0.7163	0.728	0.039158	-0.02135
325.000	0.2086	1.0058	0.7168	0.729	0.039275	-0.01832
326.000	0.2084	1.0050	0.7172	0.730	0.039375	-0.01572
327.000	0.2083	1.0043	0.7176	0.730	0.039462	-0.01350
328.000	0.2082	1.0037	0.7179	0.731	0.039537	-0.01160
329.000	0.2081	1.0032	0.7182	0.731	0.039601	-0.00997
330.000	0.2080	1.0027	0.7184	0.732	0.039657	-0.00857
331.000	0.2079	1.0023	0.7186	0.732	0.039705	-0.00736
332.000	0.2078	1.0020	0.7188	0.732	0.039746	-0.00633
333.000	0.2078	1.0017	0.7189	0.732	0.039781	-0.00544
334.000	0.2077	1.0015	0.719	0.733	0.039812	-0.00468
335.000	0.2077	1.0013	0.7191	0.733	0.039838	-0.00403
336.000	0.2076	1.0011	0.7192	0.733	0.039860	-0.00346
337.000	0.2076	1.0009	0.7193	0.733	0.039880	-0.00298
338.000	0.2076	1.0008	0.7194	0.733	0.039897	-0.00256
339.000	0.2076	1.0007	0.7194	0.733	0.039911	-0.00221
340.000	0.2075	1.0006	0.7195	0.733	0.039923	-0.00190
341.000	0.2075	1.0005	0.7195	0.734	0.039934	-0.00163
342.000	0.2075	1.0004	0.7196	0.734	0.039943	-0.00141
343.000	0.2075	1.0004	0.7196	0.734	0.039951	-0.00121
344.000	0.2075	1.0003	0.7196	0.734	0.039958	-0.00104

(Continúa)

$s$ (m)	$y$ (m)	$y/y_0$	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)
345.000	0.2075	1.0003	0.7197	0.734	0.039964	-0.00090
346.000	0.2075	1.0002	0.7197	0.734	0.039969	-0.00077
347.000	0.2075	1.0002	0.7197	0.734	0.039973	-0.00066
348.000	0.2075	1.0002	0.7197	0.734	0.039977	-0.00057
349.000	0.2074	1.0002	0.7197	0.734	0.039980	-0.00049
350.000	0.2074	1.0001	0.7197	0.734	0.039983	-0.00042
351.000	0.2074	1.0001	0.7197	0.734	0.039985	-0.00036
352.000	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039987	-0.00031
353.000	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039989	-0.00027
354.000	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039991	-0.00023
355.000	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039992	-0.00020
355.100	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039992	-0.00020
355.200	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039992	-0.00019
355.300	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039992	-0.00019
355.400	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039992	-0.00019
355.500	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00019
355.600	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00018
355.700	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00018
355.800	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00018
355.900	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00017
356.000	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00017
356.100	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00017
356.200	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00017
356.300	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.039993	-0.00016
356.400	0.2074	1.0001	0.7198	0.734	0.03999	-0.00016
356.500	0.2074	1.0000	0.7198	0.734	0.03999	-0.00016

La tercera columna –de control– incluye ahora la relación entre la profundidad y la profundidad normal. Le sirve al operador para decidir cuándo terminar el cálculo. En el presente caso éste se detiene cuando la relación es  $1.0000$ , esto es, cuando la profundidad del flujo difiere de la profundidad normal en una diezmilésima. De ahí en adelante,  $s = 356,500$  m, se asume que la corriente es uniforme<sup>372</sup> para efectos prácticos.

La pendiente de la superficie libre confirma que se trata de un perfil de flujo acelerado. Se advierte además un aumento progresivo de la energía específica, el cual es coherente con el tipo de canal y de perfil de flujo.

La pendiente de la línea de energía se acentúa en la medida que la corriente se acelera, a partir del control hidráulico de aguas arriba. Con ello se prepara el camino para una posible formación de régimen uniforme más aguas abajo.

Resulta interesante comparar los valores de la pendiente de la línea de energía obtenidos en el último cómputo con los correspondientes a un canal subcrítico, como el tramo 4. En éste es más pequeña en virtud de la lentitud relativa de la corriente.

<sup>372</sup> Este flujo necesitó  $356.5$  m para pasar de gradualmente variado a uniforme. Puede decirse que el canal en cuestión se comporta como largo para este propósito y en el sentido explicado en el capítulo 1 y en el 6.

Al partir de la abscisa  $450\text{ m}$  el flujo supercrítico ingresa en el canal adverso y así se transforma en un perfil de flujo  $A_3$ . Éste comienza a calcularse a partir de la profundidad del  $S_2$  en dicha abscisa, es decir de la normal. De esta manera se crea la condición externa de borde para este cómputo. Esto es:

$$s = 450^+ \text{ m}$$

$$y = 0.207 \text{ m}$$

Para el perfil de flujo  $A_3$

Se hace uso de un paso  $\Delta s = +0.05 \text{ m}$ .

### Cálculo del Perfil de Flujo $A_3$

$s \text{ (m)}$	$y \text{ (m)}$	$y/y_c$	$M \text{ (m}^3\text{)}$	$E \text{ (m)}$	$S_f$	$S_w \text{ (\%)}$
450.000	0.207	0.58	0.7198	0.734	0.04000	
450.050	0.209	0.58	0.717	0.729	0.03933	2.22
450.100	0.210	0.59	0.7142	0.725	0.03866	2.25
450.150	0.211	0.59	0.7114	0.721	0.03800	2.28
450.200	0.212	0.59	0.7087	0.716	0.03735	2.31
450.250	0.213	0.60	0.7059	0.712	0.03671	2.34
450.300	0.214	0.60	0.7031	0.708	0.03607	2.37
450.350	0.216	0.60	0.7003	0.703	0.03543	2.41
450.400	0.217	0.61	0.6976	0.699	0.03481	2.44
450.450	0.218	0.61	0.6948	0.695	0.03418	2.48
450.500	0.219	0.61	0.6921	0.691	0.03357	2.51
450.550	0.220	0.62	0.6893	0.686	0.03296	2.55
450.600	0.222	0.62	0.6866	0.682	0.03235	2.59
450.650	0.223	0.63	0.6839	0.678	0.03175	2.63
450.700	0.224	0.63	0.6811	0.674	0.03116	2.68
450.750	0.226	0.63	0.6784	0.670	0.03057	2.72
450.800	0.227	0.64	0.6757	0.666	0.02998	2.77
450.850	0.229	0.64	0.6729	0.662	0.02940	2.82
450.900	0.230	0.65	0.6702	0.658	0.02883	2.87
450.950	0.231	0.65	0.6675	0.654	0.02826	2.92
451.000	0.233	0.65	0.6648	0.650	0.02769	2.98
451.050	0.235	0.66	0.6621	0.646	0.02713	3.04
451.100	0.236	0.66	0.6594	0.643	0.02657	3.10
451.150	0.238	0.67	0.6566	0.639	0.02602	3.17
451.200	0.239	0.67	0.6539	0.635	0.02547	3.23
451.250	0.241	0.68	0.6512	0.631	0.02492	3.31
451.300	0.243	0.68	0.6485	0.627	0.02438	3.38
451.350	0.244	0.69	0.6458	0.624	0.02384	3.46
451.400	0.246	0.69	0.6431	0.620	0.02330	3.55
451.450	0.248	0.70	0.6404	0.616	0.02277	3.64
451.500	0.250	0.70	0.6377	0.613	0.02224	3.74
451.550	0.252	0.71	0.635	0.609	0.02171	3.84
451.600	0.254	0.71	0.6323	0.606	0.02118	3.95
451.650	0.256	0.72	0.6296	0.602	0.02066	4.07

(Continúa)

(Continuación)

$s$ (m)	$y$ (m)	$y/y_c$	$M$ (m <sup>3</sup> )	$E$ (m)	$S_f$	$S_w$ (%)
451.700	0.258	0.72	0.6269	0.599	0.02013	4.20
451.750	0.260	0.73	0.6241	0.595	0.01961	4.34
451.800	0.262	0.74	0.6214	0.592	0.01909	4.49
451.850	0.265	0.74	0.6187	0.588	0.01857	4.65
451.900	0.267	0.75	0.616	0.585	0.01805	4.83
451.950	0.270	0.76	0.6133	0.581	0.01752	5.03
452.000	0.272	0.76	0.6105	0.578	0.01700	5.25
452.050	0.275	0.77	0.6078	0.575	0.01648	5.50
452.100	0.278	0.78	0.605	0.571	0.01595	5.77
452.150	0.281	0.79	0.6023	0.568	0.01541	6.08
452.200	0.284	0.80	0.5995	0.565	0.01487	6.44
452.250	0.287	0.81	0.5968	0.562	0.01433	6.86
452.300	0.291	0.82	0.594	0.558	0.01377	7.35
452.350	0.295	0.83	0.5912	0.555	0.01320	7.94
452.400	0.299	0.84	0.5884	0.552	0.01261	8.68
452.450	0.304	0.85	0.5856	0.549	0.01200	9.62
452.500	0.310	0.87	0.5827	0.546	0.01136	10.89
452.550	0.316	0.89	0.5799	0.543	0.01067	12.73
452.600	0.324	0.91	0.577	0.540	0.00988	15.74
452.650	0.335	0.94	0.574	0.537	0.00890	22.22

La tabla se ha llevado hasta las proximidades de la profundidad crítica,  $0.94y_c$ , como se aprecia en la columna de control.

El efecto de frenado que la pendiente adversa ejerce sobre la corriente supercrítica entrante es de tal magnitud que la energía específica disminuye rápidamente hasta el valor mínimo y el perfil de flujo  $A_3$  sólo alcanza a desarrollarse una longitud de 2.65 m aproximadamente. El subcrítico  $A_2$  tiene más de 5 m de profundidad al pasar por la abscisa 450 m, donde se inicia el  $A_3$ . Éste registra una función de momentum de  $0.7198 \text{ m}^3$  en esa abscisa, mientras que en el mismo sitio el perfil de flujo  $A_2$  tiene una de  $50.116 \text{ m}^3$  (!)<sup>373</sup>. Con estas cifras no queda duda de que el subcrítico,  $A_2$ , barre al supercrítico y remonta el tramo 3 (como un  $S_1$ ), donde podría formar un resalto hidráulico con el  $S_2$ .

Se concluye pues que el perfil de flujo  $A_3$  no existe y además que no se establece un resalto hidráulico en el tramo 4 del canal.

## 7.6 EJERCICIOS PROPUESTOS

Para el desarrollo de los siguientes ejercicios:

1. Suponer los coeficientes de Coriolis y Boussinesq en aquellos casos en que no se suministren como dato explícito.

<sup>373</sup> Las cifras presentadas son tan contundentes que no hace falta hacer la gráfica para corroborarlo.

2. En las vecindades de una compuerta se puede ignorar la influencia de la pendiente del canal<sup>374</sup>.
3. De no disponerse de datos relacionados que permitan realizar un cálculo más aproximado asumir que una compuerta descarga en forma libre.
4. En aquellos canales no horizontales puede emplearse la ecuación para un resalto hidráulico en un canal horizontal. Se debe, por consiguiente, tener en mente que el resultado será menos aproximado en la medida que la pendiente se haga más grande.

Finalmente, el conjunto de ejercicios que se somete a continuación al lector requiere de la aplicación de todos los conceptos desarrollados a lo largo de este libro. Y no podría ser de otra manera, si se piensa que los anteriores capítulos son en buena medida una preparación para éste.

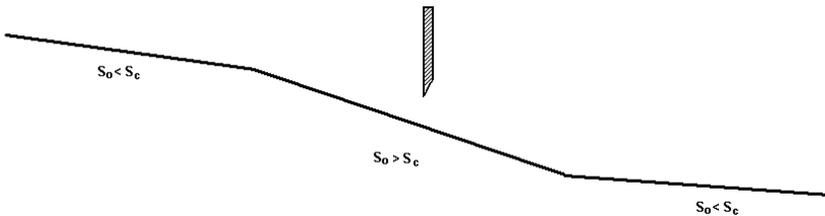
Así mismo, en la parte final se ha creído útil la inclusión de una serie de ejercicios que combinan conceptos de flujo a presión y a superficie libre.

7.6.1 Emplear la metodología de la sección 7.3.1 para justificar la forma de los perfiles de flujo  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $H_2$  y  $H_3$ .

7.6.2 Demostrar que si se emplea la ecuación de Chezy para régimen uniforme, la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado para un canal rectangular muy ancho se simplifica en:

$$\frac{dy}{ds} = S_o \frac{1 - \left(\frac{y_o}{y}\right)^3}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^3}$$

7.6.3 Para el siguiente sistema de canales identificar los posibles perfiles de flujo y dibujarlos en forma esquemática.

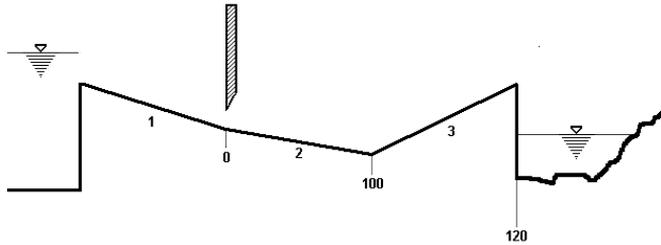


7.6.4 Terminar los ejemplos 7.3 y 7.4. Para ello hacer todos los cálculos que se requieran y proceder a graficar el perfil de flujo completo.

7.6.5 Determinar el nivel del agua en la arqueta del ejemplo 7.1.

<sup>374</sup> Recuérdese que las expresiones deducidas en el capítulo 4 asumen que la compuerta se halla ubicada en un canal horizontal.

7.6.6 Un sistema de canales rectangulares transporta agua desde un lago hasta un río con el propósito de mejorar la calidad del agua. El canal 1 es muy largo y prismático y termina en una compuerta. A partir de allí el suministro se produce a través del canal 2 y 3. Este último remata en un salto hidráulico. Calcular y dibujar el perfil de flujo correspondiente.



Datos:

$$Q = 2.215 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 2 \text{ m}$$

$$S_{o_1} = 0.03$$

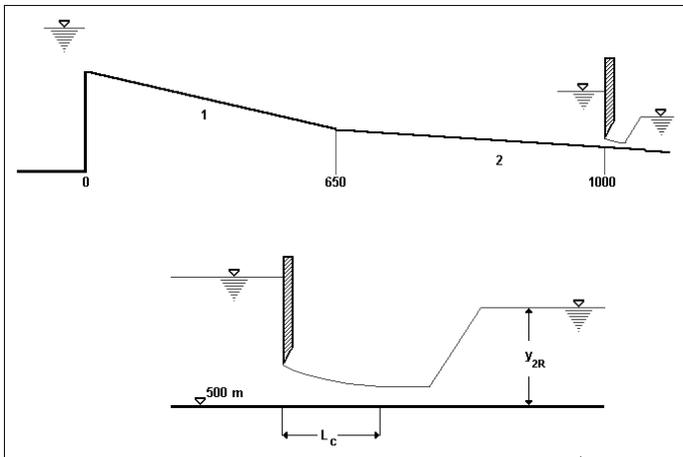
$$S_{o_2} = 0.00543$$

$$S_{o_3} = -0.005$$

$$n_1 = n_2 = n_3 = 0.016$$

$$a = 0.2 \text{ m}$$

7.6.7 Desde un embalse se envía una corriente mediante un sistema de dos canales rectangulares que terminan en una compuerta. Aguas abajo de ésta comienza a formarse un resalto hidráulico cuya profundidad supercrítica, se ha observado, coincide con la contraída de la compuerta. De éste se conoce además el valor de la profundidad subcrítica. Hállese el nivel del agua en el embalse.



Datos:

$$Q = 2.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 10 \text{ m}$$

$$S_{o_1} = 0.00001$$

$$S_{o_2} = 0.003$$

$$n_1 = n_2 = 0.018$$

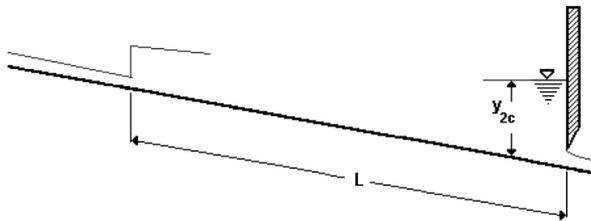
$$a = 0.2 \text{ m}$$

$$L_c = 0.218 \text{ m}$$

$$y_{2R} = 0.8 \text{ m}$$

7.6.8 En el extremo inferior de un canal rectangular muy largo y prismático se localiza una compuerta que descarga en forma libre.

- Calcular a qué distancia  $L$  comienza a formarse un resalto hidráulico.
- Si se requiere que el resalto hidráulico se inicie en el punto  $0.75L$  ¿Qué valor de pendiente se necesita para conseguir este propósito?



Datos:

$$b = 1 \text{ m}$$

$$S_o = 0.03$$

$$n = 0.017$$

$$y_{2c} = 1.6 \text{ m}$$

$$a = 0.2 \text{ m}$$

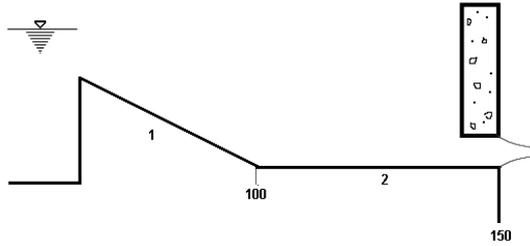
7.6.9 El canal  $I$  rectangular es muy largo. Se transforma en otro también rectangular pero horizontal que termina en un orificio circular. Éste proyecta a la atmósfera un chorro libre. Determinar si se forma un resalto hidráulico en el canal horizontal. En caso de ser así, encontrar su posición y longitud.

Datos:

$$Q = 4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$S_{o_1} = 0.06$$

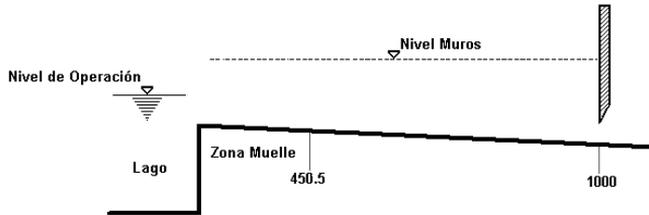


$$n_1 = 0.012$$

$$n_2 = 0.017$$

$$d_o = 1.5 \text{ m}$$

7.6.10 Se ha construido un canal rectangular a la salida de un lago que se utiliza para navegación a vela. En ambas orillas del canal existen atracaderos para los barcos. En un punto aguas abajo se localiza una compuerta cuyo objetivo es garantizar un nivel de operación para el tránsito de los veleros, en particular en verano cuando disminuyen los aportes hidrológicos. Se pide hallar la apertura mínima que debe tener la compuerta en el periodo estivo.



Datos:

$$Q = 13 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 7 \text{ m}$$

$$n = 0.04$$

$$S_o = 0.004$$

$$y(450.5) = 1.244 \text{ m}$$

$$h = 1.6 \text{ m}$$

Restricción: Tener en cuenta que la operación de la compuerta no puede inundar los muelles.

7.6.11 Se tiene un canal rectangular y horizontal cuya longitud es de  $100 \text{ m}$ . En el extremo de aguas arriba se halla ubicada una compuerta. Aguas abajo la corriente descarga dentro

de otro canal como un salto hidráulico. Se sabe que en la abscisa  $S_R$  se inicia un resalto hidráulico. Se pide dibujar el perfil de flujo correspondiente.

Datos:

$$b = 2 \text{ m}$$

$$n = 0.012$$

$$L = 100 \text{ m}$$

$$S_R = 30 \text{ m}$$

$$a = 0.15 \text{ m}$$

7.6.12 Dentro de un canal rectangular se va a tender un puente que requiere apoyarse sobre una pila de espesor  $t$ . Establecer el valor máximo que admite  $t$  sin alterar la forma original de la superficie libre. Aguas arriba del sitio proyectado,  $100 \text{ m}$ , opera una compuerta con descarga libre.

Datos:

$$Q = 1.5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 7 \text{ m}$$

$$S_o = 0.02$$

$$n = 0.019$$

$$y_{2c} = 2 \text{ m}$$

$$a = 0.15 \text{ m}$$

7.6.13 Un canal trapezoidal es cruzado por un puente. Al construirlo se intervino la geometría del canal. Se suprimió su base y el fondo se realizó una cantidad  $\Delta Z$ . De esta forma quedó conformada una sección triangular debajo del puente, la cual conserva el mismo talud de la trapezoidal. Durante una creciente el agua se elevó en la zona de aguas arriba hasta colmar - sin desbordar - la capacidad del canal. ¿Cuál fue el caudal registrado durante la creciente?

Datos:

$$b = 4 \text{ m}$$

$$z = 0.5$$

$$h = 1.2 \text{ m}$$

$$\Delta Z = 0.5 \text{ m}$$

$$n = 0.02$$

$$S_o = 0$$

7.6.14 Un canal está formado por dos tramos. Uno inclinado aguas arriba y otro horizontal que remata en un salto hidráulico. Hallar la longitud máxima que admite el canal horizontal de manera que no se cree en él un resalto hidráulico. Se supone por ello que si el canal es más largo no hay resalto hidráulico.

Datos:

$$Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$n = 0.012$$

$$S_o = 0.03$$

$$\Delta s = 0.1 \text{ m}$$

7.6.15 Un puente se apoya sobre una pila de espesor  $t$  dentro de un canal rectangular. Durante una creciente la corriente resultó chocada. Se sabe que la pila está en la abscisa 1000 y que el día de la creciente se midió la profundidad y del flujo en la abscisa  $s$ . ¿Cuál era el caudal aquel día?

Datos:

$$b = 3 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ m}$$

$$n = 0.025$$

$$S_o = 0.0009$$

$$s = 910 \text{ m}$$

$$y = 1.028 \text{ m}$$

$$\Delta s = 0.5 \text{ m}$$

7.6.16 En un canal rectangular existe una compuerta. El canal debe atravesar un terraplén situado 47 m aguas abajo. Para ello se transforma en un tubo.

- ¿En qué valor debe fijarse la apertura de la compuerta si se quiere producir flujo crítico a la entrada del tubo?
- ¿En qué valor debe fijarse esta apertura para conseguir formar en el interior del tubo un resalto hidráulico que disipe el 10% de la energía?

Datos:

$$Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$d_o = 1.9 \text{ m}$$

$$n = 0.012$$

$$S_o = 0.04$$

7.6.17 En un canal rectangular se ha medido la profundidad a lo largo de dos abscisas separadas entre sí  $10\text{ m}$ :

Aguas arriba  $y = 0.55\text{ m}$

Aguas abajo:  $y = 0.85\text{ m}$

Hallar el caudal que transporta el canal.

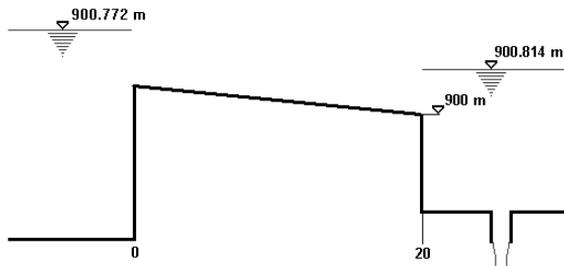
Datos:

$$b = 5\text{ m}$$

$$n = 0.016$$

$$S_o = 0.03$$

7.6.18 En la figura se muestra un embalse que envía agua mediante un canal rectangular hacia un tanque que a su vez descarga a través de un orificio. Determinar el caudal utilizado.



Datos:

$$b = 1.5\text{ m}$$

$$n = 0.02$$

$$S_o = 0.01$$

7.6.19 Un canal trapezoidal es prismático y muy largo. En algún punto sobre él se conformará una sección rectangular para construir un puente soportado por una pila central de ancho  $t$ . Se pide:

- Proponer el máximo ancho de pila que garantice que no se establezca un resalto hidráulico aguas arriba de ella.
- Calcular la distancia a la que se crea un resalto hidráulico cuando se emplea una dimensión de pila aumentada en un 25% con relación a la encontrada en el anterior numeral.
- Establecer el ancho de pila que se requiere para inducir un resalto hidráulico que disipe el 25% de la energía del flujo.

Datos:

$$Q = 5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

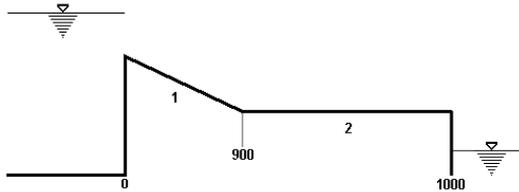
$$b = 10 \text{ m}$$

$$z = 1$$

$$n = 0.017$$

$$S_o = 0.015$$

7.6.20 Un canal circular está dividido en dos tramos. El 2 es horizontal y termina en un salto hidráulico. El tramo 1 es muy largo y prismático. En el punto donde se da el cambio de pendiente se puede suponer que se inicia un resalto hidráulico. Hallar el coeficiente de Manning del canal (considerar que ambos canales tienen el mismo coeficiente).



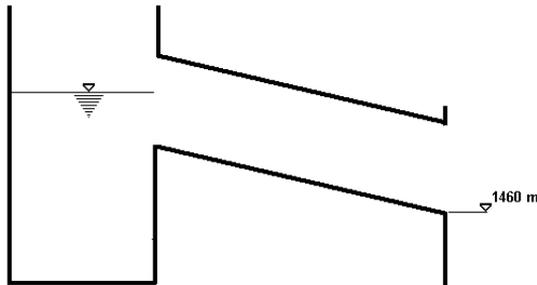
Datos:

$$Q = 0.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$S_{o_1} = 0.06$$

$$d_{o_1} = d_{o_2} = 1.5 \text{ m}$$

7.6.21 Una alcantarilla de concreto descarga libremente a partir de una arqueta. Determinar el nivel del agua en la arqueta.



Datos:

$$Q = 4.5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$S_o = 0.005$$

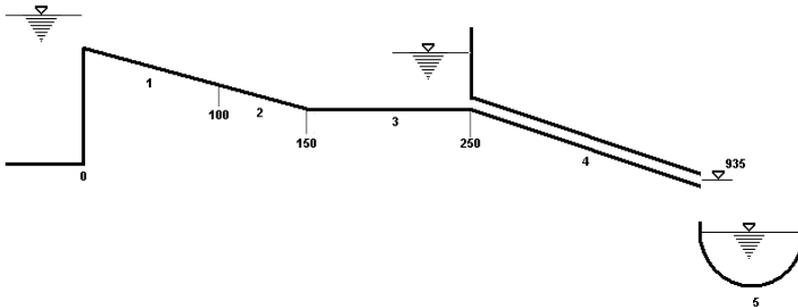
$$d_o = 1.75 \text{ m}$$

$$n = 0.017$$

$$L = 80 \text{ m}$$

$$\Delta s = 0.8 \text{ m}$$

7.6.22 Se debe trasladar agua de un embalse hacia un canal (5). Se utiliza un sistema de tres tramos de canal para almacenar la corriente en un tanque. Desde allí el agua se conduce hasta su destino por medio de un conducto a presión. Se pide, con base en los datos adjuntos, dibujar el perfil de flujo correspondiente.



Datos:

Canales

Conducción

$$Q = 2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = 2 \text{ m}$$

$$z_1 = 0$$

$$z_2 = z_3 = 1.5$$

$$n_1 = n_2 = n_3 = 0.012$$

$$S_{o_1} = S_{o_2} = 0.02$$

$$S_{o_3} = 0.001$$

$$L_4 = 10000 \text{ m}$$

$$d_{o_4} = 1 \text{ m}$$

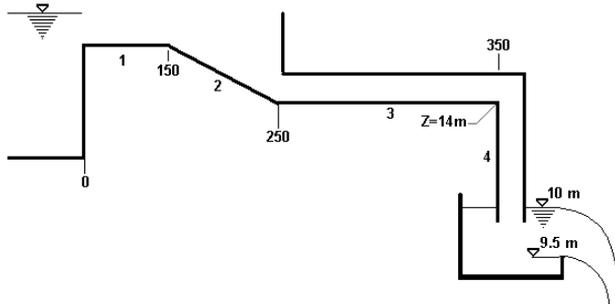
$$f_{o_4} = 0.02$$

$$Z(250) = 1000 \text{ m}$$

7.6.23 Se conduce agua desde un embalse hasta una captación en forma de pozo. Para ello se emplea un sistema de tres canales: el 1 y 2 son rectangulares y el 3 circular. En el pozo la corriente va a presión y después es recibida por un tanque que dispone de un vertedero rectangular donde se afora el caudal. Con los datos disponibles dibujar el perfil de flujo del sistema de canales.

Datos:

Canales	Pozo	Vertedero
$b_1 = b_2 = 1 \text{ m}$	$L_4 = 5 \text{ m}$	$C_D = 0.61$
$d_{o_3} = 1.2 \text{ m}$	$d_{o_4} = 0.25 \text{ m}$	$B = 1 \text{ m}$
$n_1 = n_2 = n_3 = 0.018$	$f_4 = 0.02913$	
$S_{o_1} = 0.005$		
$S_{o_2} = 0.03$		
$S_{o_3} = 0$		



7.6.24 El sistema hidráulico de la figura consta de dos partes bien diferenciadas.

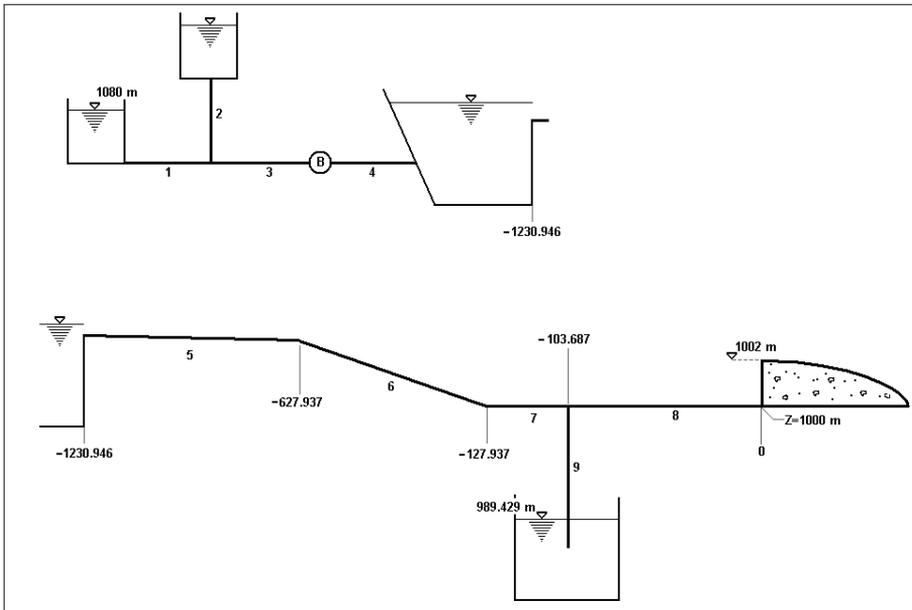
Una sección de bombeo (parte superior de la figura anexa) recibe flujos procedentes de dos tanques. El objetivo del bombeo es alimentar un embalse, el cual lo hace a su vez con un sistema de canales rectangulares. Parte de la corriente que recorre este sistema es derivada por un pozo vertical (9) situado al final del canal 7. Aguas abajo existe un azud (vertedero) que sirve para darle sumergencia al flujo que ingresa al pozo.

Para evitar intromisión de aire allí se considera conveniente que el resalto hidráulico no se sitúe sobre la entrada al pozo, por lo que aquel debe finalizar (como máximo) antes del borde de aguas arriba del pozo.

Puede asumirse que el canal 6 es largo y que el resalto hidráulico comienza a formarse exactamente donde comienza el último canal (abscisa -127.937).

Calcular:

- La pendiente del canal 6.
- El nivel del embalse.
- La potencia de la bomba.
- El nivel del tanque del sistema de bombeo.
- Los caudales que transporta cada tubo.



Datos:

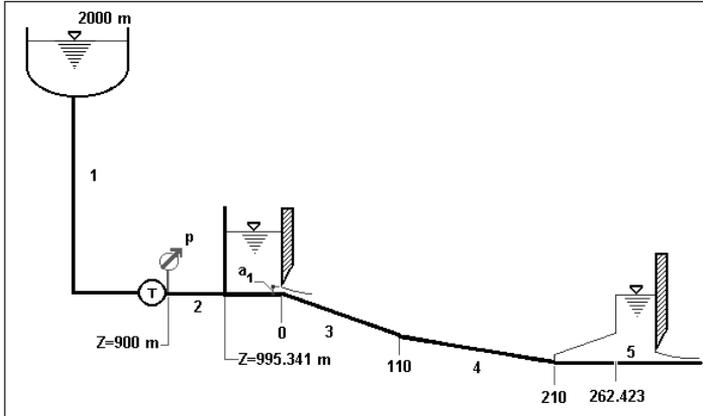
Bombeo	Canales	Pozo	Azud
$Q_4 = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$	$b_5 = b_6 = b_7 = b_8 = 12 \text{ m}$	$L_9 = 20 \text{ m}$	$Q_V = 6.51 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$
$L_1 = 5000 \text{ m}$	$n_5 = n_6 = n_7 = n_8 = 0.013$	$d_{o_9} = 0.5 \text{ m}$	$B = 6 \text{ m}$
$d_{o_1} = d_{o_2} = 1 \text{ m}$	$S_{o_5} = 0.001$	$\varepsilon_9 = 1 \text{ mm}$	$C_D = 0.6$
$f_1 = f_2 = f_3 = 0.02$	$S_{o_7} = S_{o_8} = 0.005$		
$L_2 = 1000 \text{ m}$			
$L_3 = 300 \text{ m}$			
$d_{o_3} = 2 \text{ m}$			
$L_4 = 2000 \text{ m}$			
$d_{o_4} = 2 \text{ m}$			
$\eta = 0.8$			

7.6.25 El sistema de la figura consta de un embalse, una conducción a presión y un canal dividido en tres tramos. El flujo transportado por la tubería acciona una turbina de potencia y eficiencia dadas. Una vez se produce esto el agua es conducida hasta un tanque de almacenamiento dotado de una compuerta. Desde aquí la corriente se envía a los canales que terminan en otra compuerta. Se requiere:

- El caudal del sistema.
- El nivel del tanque de aguas arriba.

- c. El coeficiente de Manning para el tramo 5.  
 d. Calcular y dibujar los perfiles de flujo en los tres tramos del canal.

Suponer que en la abscisa 262.423 m se establece un resalto hidráulico. Así mismo, que la compuerta se halla muy próxima de ese sitio.

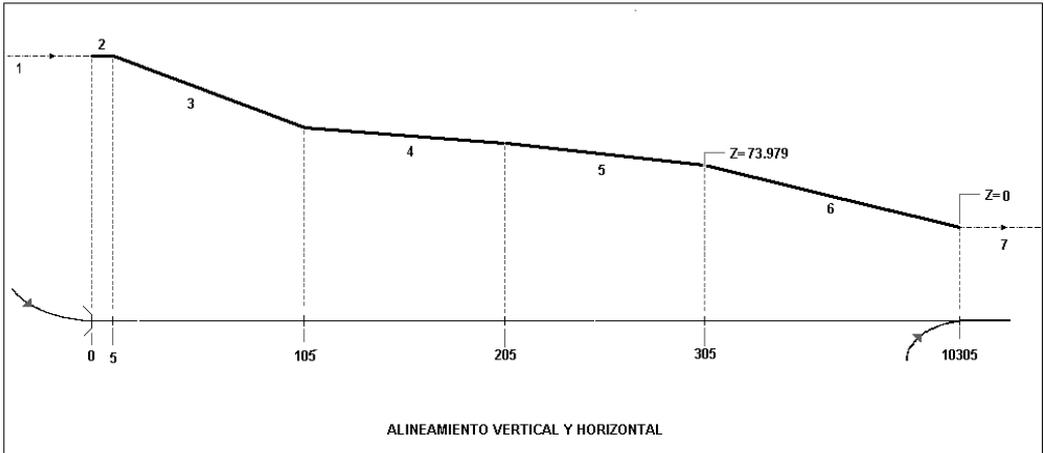


Datos:

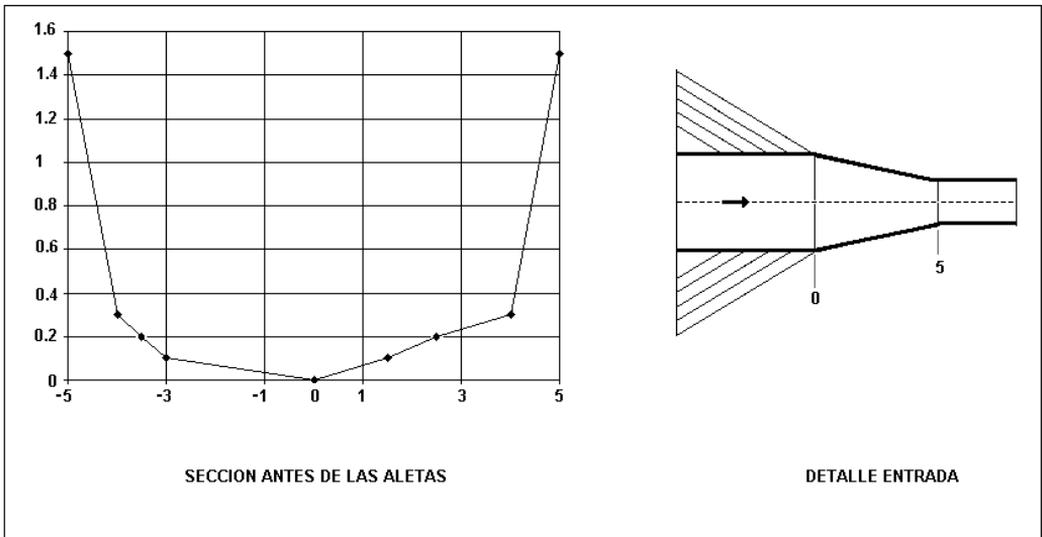
Conducciones	Canales
$L_1 = 10000 \text{ m}$	$b_3 = b_4 = b_5 = 5 \text{ m}$
$d_{o1} = 1.5 \text{ m}$	$n_3 = 0.017$
$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1 \text{ mm}$	$n_4 = 0.011$
$L_2 = 100 \text{ m}$	$S_{o3} = 0.027$
$d_{o2} = 2 \text{ m}$	$S_{o4} = 0.024$
$p = 9.774 \text{ kfc m}^{-2}$	$S_{o5} = 0.035$
$P = 37389 \text{ KW}$	$a_1 = 0.25 \text{ m}$
$\eta = 0.8$	$a_2 = 0.436 \text{ m}$

7.6.26 Con el fin de desarrollar un proyecto de vivienda se requiere desviar un pequeño río (I) y después regresarlo a su curso (7). Para ello se propone emplear un sistema conformado por cuatro canales y una tubería. El canal 2 tiene una sección transversal variable, con el propósito de que sus muros sirvan como aletas que encausen la corriente (I) hasta el canal 3 (ver detalle entrada). Estas aletas encajan perfectamente en la sección de aguas arriba del río (ver sección transversal anexa)<sup>375</sup>.

<sup>375</sup> En la Fig. 1.19 puede observarse una situación similar.



El canal 3 es circular, el 4 trapezoidal y el 5 rectangular. Al finalizar éste el flujo ingresa a una tubería (6) y ésta lo entrega en el tramo 7 como chorro libre.



Se pide, con base en lo anterior, determinar el perfil de flujo correspondiente al  $T_R = 50$  años. Asumir que inmediatamente aguas arriba de las aletas la corriente 1 tiene régimen uniforme.<sup>376</sup>

Datos:

<sup>376</sup> Se trata, sin duda, de una aproximación bastante gruesa pero necesaria al carecerse de otra información. Es, además, una práctica usual en la ingeniería hidráulica.

Corriente 1	Canal de Entrada	Canales	Tubería
$Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$	$b_2(0) = 10 \text{ m}$	$b_4 = b_5 = 5 \text{ m}$	$d_{o_6} = 2 \text{ m}$
$n_1 = 0.04$	$b_2(5) = 5 \text{ m}$	$z_4 = 1.5$	$f = 0.03$
$S_{o_1} = 0.02$	$n_2 = 0.012$	$d_{o_3} = 5 \text{ m}$	
$\alpha_1 = 1.75$	$S_{o_2} = 0.005$	$n_3 = 0.012$	
		$n_4 = 0.02$	
		$n_3 = 0.012$	
		$S_{o_3} = 0.04$	
		$S_{o_4} = 0.02$	
		$S_{o_5} = 0.03$	

#### REFERENCIAS

[1] Ven Te Chow (1959): *Open Hydraulics Channels*; Mc Graw Hill Inc., New York.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Área del flujo o de la sección hidráulica. Área de orificio. Canal de pendiente adversa
$A_{ch}$	Área de un chorro a la salida de un orificio
$A_f$	Área del flujo (sección circular)
$A_o$	Área de una sección circular que funciona presurizada
$a$	Apertura de una compuerta. Dimensión vertical de un orificio
$B$	Ancho de vertedero rectangular
$b$	Ancho de fondo de un canal trapezoidal y rectangular
$b_C$	Ancho del canal de aproximación a un vertedero triangular
$b_{entrada}$	Ancho a la entrada de una transición en canal rectangular
$b_{salida}$	Ancho a la salida de una transición en canal rectangular
$C$	Coefficiente de Chezy. Canal crítico
$C_C$	Coefficiente de contracción
$C_D$	Coefficiente de descarga
$C_R$	Constante de vertedero rectangular
$C_{RG}$	Constante de vertedero rectangular de pared gruesa
$C_{RGV}$	Constante de vertedero rectangular de pared gruesa. Considera velocidad de aproximación
$C_d$	Coefficiente total de arrastre hidrodinámico
$C_{de}$	Coefficiente de arrastre hidrodinámico por forma
$C_{df}$	Coefficiente de arrastre hidrodinámico por fricción
$C_\theta$	Constante de vertedero triangular
$C_V$	Coefficiente de velocidad
$c$	Celeridad de la onda elemental
$D$	Profundidad hidráulica
$d$	Profundidad de una corriente medida según la dirección perpendicular al fondo. Mitad de la base de un elemento de área
$dA$	Diferencial de área de una sección hidráulica
$dh$	Carga elemental
$ds$	Longitud elemental de un canal
$d_o$	Diámetro de una sección circular
$E$	Energía específica. Función de energía específica
$E_c$	Energía crítica o mínima
$E_o$	Energía específica
$E'$	Energía específica ganada por una corriente, aguas arriba, en un choque hidráulico
$e$	Espesor de la pared de un orificio o de un vertedero
$F_\tau$	Fuerza (tangencial) resultante de las tensiones de corte de pared
$f$	Factor de fricción
$\mathcal{F}$	Número de Froude
$g$	Aceleración de la gravedad
$H$	Carga hidráulica. Carga de orificio y vertedero. Canal horizontal
$H'$	Carga de aguas abajo de un vertedero
$H_p$	Carga piezométrica

$H_T$	Carga teórica de un orificio
$h$	Carga puntual en un orificio. Carga de presión. Altura de una sección transversal
$h_f$	Carga hidráulica cedida por efecto friccional (pérdida friccional)
$h_R$	Altura de un resalto hidráulico
$h'$	Carga de presión medida según el eje $n$
$i$	Sección hidráulica de aguas arriba
$i+I$	Sección hidráulica de aguas abajo
$\mathcal{K}$	Factor de transporte de la sección
$\mathcal{K}_\phi$	Factor de transporte de la sección en flujo uniforme
$K_e$	Constante para evaluar pérdida por entrada en vertederos
$K_f$	Constante para evaluar pérdidas friccionales en vertederos
$K_{h'}$	Coefficiente para evaluar la influencia de aguas abajo sobre el coeficiente de descarga en un vertedero
$K_{h'\theta}$	Coefficiente para evaluar la influencia de aguas abajo sobre el coeficiente de descarga en un vertedero triangular
$K_{RV}$	Coefficiente de corrección por velocidad de aproximación en un vertedero rectangular
$k_R$	Parámetro de la función de energía específica en un canal rectangular
$k_T$	Parámetro de la función de energía específica en un canal triangular
$L$	Longitud de una conducción
$l$	Longitud representativa en los números de Froude y Reynolds
$l_C$	Longitud de contracción en compuertas
$l_R$	Longitud de un resalto hidráulico
$M$	Función de momentum. Canal subcrítico
$m_R$	Coefficiente de vertedero rectangular
$m_{RV}$	Coefficiente de vertedero rectangular. Considera velocidad de aproximación
$m_{RGV}$	Coefficiente de vertedero rectangular de pared gruesa. Considera velocidad de aproximación
$m_4$	Factor para evaluar la influencia de meandros en la fórmula de Cowlan
$N$	Número de contracciones de un vertedero. Fuerza de fijación sobre una estructura hidráulica
$n$	Coefficiente de Manning. Eje coordenado perpendicular al fondo del canal
$n_e$	Coefficiente de Manning equivalente
$n_V$	Exponente de vertedero
$n_0$	Coefficiente de Manning básico en la fórmula de Cowlan
$n_1$	Factor para evaluar la irregularidad superficial en la fórmula de Cowlan
$n_2$	Factor para evaluar la variación del tamaño y geometría de la sección transversal en la fórmula de Cowlan
$n_3$	Factor para evaluar la influencia de obstrucciones en la fórmula de Cowlan
$n_4$	Factor para evaluar la influencia de la vegetación y variación estacional del caudal en la fórmula de Cowlan
$P$	Perímetro mojado. Fuerza de presión resultante. Potencia hidráulica
$p$	Presión
$Q$	Caudal
$Q_c$	Caudal crítico

$Q_o$	Caudal normal
$Q_T$	Caudal teórico
$q$	Caudal unitario (por unidad de ancho)
$R$	Radio de una curva
$R_H$	Radio hidráulico
$\Re$	Número de Reynolds
$r_c$	Radio de curvatura
$S$	Relación de sumergencia en un vertedero. Canal supercrítico
$S_E$	Pendiente de una curva de energía específica
$S_f$	Pendiente de la línea de energía
$S_o$	Pendiente del fondo de un canal
$S_w$	Pendiente de la superficie libre
$s$	Línea coordenada colineal con el fondo del canal
$S_{RH}$	Coordenada de resalto hidráulico
$T$	Ancho superficial de la sección hidráulica
$t$	Tiempo. Espesor de una pila
$t_o$	Tiempo inicial del transitorio originado por un choque hidráulico
$t_f$	Tiempo final del transitorio originado por un choque hidráulico
$V$	Velocidad media de una corriente
$V_M$	Velocidad máxima de una corriente
$V_s$	Campo de velocidad
$\bar{V}$	Velocidad media de una corriente
$V_A$	Velocidad (media) de aproximación a un vertedero
$W$	Altura de un vertedero. Peso del líquido en un volumen de control finito
$X$	Coordenada cartesiana topográfica
$x$	Coordenada transversal en el plano de la sección hidráulica
$Y$	Coordenada cartesiana topográfica
$y$	Profundidad de una corriente. Coordenada vertical de la sección hidráulica
$y_c$	Profundidad crítica
$y_N$	Profundidad normal
$y_o$	Profundidad normal
$y_1$	Profundidad alterna y profundidad seciente supercrítica. Profundidad supercrítica de un resalto hidráulico. Profundidad contraída de una compuerta
$y_2$	Profundidad alterna y profundidad seciente subcrítica. Profundidad subcrítica de un resalto hidráulico. Profundidad de aguas arriba en una compuerta (carga de la compuerta)
$y_3$	Profundidad del flujo subcrítico aguas abajo de una compuerta
$y'$	Profundidad de aguas arriba de un sitio donde se ha producido un choque hidráulico
$Z$	Coordenada cartesiana topográfica. Carga de posición. Cota del fondo de un canal
$Z_{cresta}$	Nivel de la cresta de un vertedero
$Z_w$	Nivel
$Z$	Factor de la sección
$Z_c$	Factor de la sección a flujo crítico

$Z_0$	Factor de la sección a flujo uniforme
$z$	Talud de las secciones triangular y trapezoidal
$\alpha$	Coefficiente de Coriolis
$\beta$	Coefficiente de Boussinesq
$\gamma$	Peso específico
$\Delta A$	Faja de la sección hidráulica sometida a medición de velocidad durante un aforo de caudal
$\Delta E$	Energía específica disipada
$\Delta H$	Carga hidráulica disipada
$\Delta Q$	En un aforo de caudal, componente de éste que atraviesa una determinada faja de la sección hidráulica
$\Delta s$	Paso para el cálculo de un perfil de flujo
$\Delta t$	Duración del transitorio ocasionado por un choque hidráulico
$\Delta x$	En un aforo de caudal, ancho de la faja sometida a medición de la velocidad
$\Delta y$	Remanso inducido por un choque hidráulico
$\Delta Z$	Longitud que se eleva o descende el fondo de un canal en una transición
$\Delta Z_c$	Elevación mínima del fondo de un canal para producir flujo crítico
$\delta$	Ancho de una sección transversal cualquiera
$\delta E$	Déficit de energía específica, con respecto a la energía mínima, en un choque hidráulico
$\varepsilon$	Parámetro adimensional empleado en el cálculo empírico de los coeficientes de Coriolis y Boussinesq. Altura de rugosidad
$\varepsilon_1$	Coefficiente de corrección por espesor de pared en el método de Bazin para cálculo del coeficiente de descarga en vertederos de pared gruesa
$\varepsilon_2$	Coefficiente de corrección por influencia de aguas abajo en el método de Bazin para cálculo del coeficiente de descarga en vertederos de pared gruesa
$\bar{\zeta}$	Profundidad del centroide de la sección hidráulica
$\varphi$	Factor de unidades en la ecuación de Manning
$\phi$	Ángulo central de una sección circular
$\eta$	Eficiencia de un resalto hidráulico como disipador de energía
$\eta'$	Eficiencia de un resalto hidráulico para convertir flujo supercrítico en subcrítico
$\theta$	Ángulo que hace el fondo de un canal con el eje horizontal. Ángulo del vértice de un vertedero triangular o de un orificio de la misma forma
$\kappa$	Parámetro que relaciona la profundidad hidráulica con la profundidad del flujo
$\Lambda$	Constante de la ecuación de calibración de caudal
$\lambda$	Parámetro en la ecuación de energía específica usado para el estudio de transiciones. Longitud de onda
$\mu$	Viscosidad dinámica
$\nu$	Viscosidad cinemática
$\rho$	Densidad
$\sigma$	Relación de contracción en transiciones de la sección transversal
$\sigma_c$	Relación crítica de contracción
$\tau_0$	Tensión de corte de pared
$\omega$	Exponente de una ecuación de calibración de caudales

## BIBLIOGRAFÍA

Julián Aguirre Pe (1980): *Hidráulica de Canales*; Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.

J. M. De Azevedo Netto & G. Alvarez (1975): *Manual de Hidráulica*; Harla, Méjico.

Boris A. Bakhmeteff (1932): *Hydraulic of Open Channel*; Mc Graw Hill Book Company, New York.

Harry H. Barnes Jr. (1967): *Roughness Characteristics of Natural Channels*; US. Geological Survey Water Supply, US. Government Printing Office, Washington.

Hubert Chanson (2002). *Hidráulica del flujo en canales abiertos*. Mac Graw Hill, Colombia.

Ven Te Chow et Al. (1994): *Hidrología Aplicada*; Mac Graw Hill, Bogotá.

Ven Te Chow (1959): *Open Channel Hydraulics*; Mac Graw Hill, Nueva York.

Etienne Crausse (1951): *Hydraulique des Canaux Dècouverts en Règime Permanent*; Editions Eyrolles, Paris.

C.V. Davis & K. Sorensen (Editor) (1969): *Handbook of Hydraulics*; Mc Graw Hill Company, Nueva York.

Giulio De Marchi.(1961): *Idraulica Vol. 1:Parte 2*; Ulrico Hoepli, Milán, Italia.

Francisco J. Domínguez G. (1959): *Hidráulica*; Editorial Universitaria, Santiago de Chile.

Frank French (1985): *Hidráulica de Canales Abiertos*; Mc Graw Hill, New York.

Philipp Forchheimer (1935): *Tratado de Hidráulica*; Editorial Labor, Barcelona.

Augusto Ghetti.(?): *Appunti dalle Lezioni di Idromeccanica Applicata*; Istituto di Idraulica dell'Università di Padova, Italia.

Walther Graf (1968): *Fluvial Hydraulics*; John Wiley & Sons, New York.

F. M. Henderson (1966): *Open Channel Flow*; Macmillian Inc., New York.

H. W. King et al. (1982): *Hidráulica*; Editorial Trillas, Méjico.

Instituto de Investigaciones Eléctricas (1980): *Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, A.2.9, Escurrimiento a Superficie Libre*; Comisión Federal de Electricidad, Méjico.

- B. Z. Kinori (1970): *Manual of Surface Drainage Engineering; Vol. 1*; Elsevier Publishing Company, Amsterdam, Holanda.
- Serge Laliavsky (1955): *Irrigation and Hydraulic Design, Vol. 1, General Principles of Hydraulic Design*; Chapman & Hall, Londres.
- Horace Lamb (1932): *Hydrodynamics*; Dover, Londres.
- Enzo Levi (1989): *El Agua según la Ciencia*; Ediciones Castell Mejicana.
- E. Naudascher (2000): *Hidráulica de Canales*; Limusa Noriega Editores, Méjico.
- P. Novak et al. (2001): *Estructuras Hidráulicas*; Mc Graw Hill, Bogotá.
- Hunter Rouse (1951): *Hidráulica*; Editorial Dossat, Buenos Aires.
- Hunter Rouse (EJ) (1951): *Engineering Hydraulics*; John Willey & Sons, Nueva York.
- Hunter Rouse & Simon Ince (1957): *History of Hydraulics*; Dover Publications Inc., Nueva York.
- A. Schäfe (1959): *Hidráulica y Construcciones Hidráulicas*; Editorial Labor, Barcelona.
- Armin Schoklitsch (1935): *Arquitectura Hidráulica*; Tomo 1 y 2, Gustavo Gili, Barcelona.
- E. F. Schulz (1973): *Problems in Applied Hydrology*; Water Resources Publications, Fort Collins, E.U.A.
- A. Simon (1986): *Hidráulica Práctica*; Limusa, Méjico.
- Gilberto Sotelo D. (1977): *Hidráulica General, Vol. 1*; Limusa, Méjico.
- Gilberto Sotelo D. (1989): *Apuntes de Hidráulica II*; Facultad de Ingeniería, UNAM, Méjico.
- Samuel Trueba Coronel (1954): *Hidráulica*; C.E.C.S.A, Méjico.
- US. Army Corps of Engineers (1995): *Hydraulic Design of Control Flood Channels*; Editado por la American Society of Civil Engineers, Nueva York.
- US. Departament of Interior, Bureau of Reclamation (1974): *Design of Small Canal Structures*; Water Research Technical Publications, Denver, E.U.A.
- Sherman M. Woodard (1948): *Hydraulics of Steady Flow in Open Channel*; John Wiley & Sons Inc., Londres.

I. Zech.(1979): *Les évacuateurs de Crue*; Université Catholique de Louvain, Louvain La Neuve, Belgique.





Este libro se terminó de reimprimir  
en Editorial Artes y Letras Ltda.,  
para el Fondo Editorial Universidad EAFIT  
Medellín, julio de 2009  
Fuentes: Arial, Times New Roman





